Slovní rovnice o jedné neznámé

Brána k vědění

Prof. Dr KLIMENT ŠOLER

SLOVNÍ ROVNICE
o jedné neznámé

Jč
m+f

SVAZEK 1

Prof. Dr KLIMENT ŠOLER

SLOVNÍ ROVNICE

o jedné neznámé

(Řešení slovních úloh o jedné neznámé rovnicemi)

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

ÚVOD

Je-li v nějaké úloze závislost neznámé veličiny s ostatními veličinami vyjádřena slovy, mluvíme o slovních úlohách. Obsahují-li slovní úlohy mezi veličinou neznámou a mezi veličinami danými pouze jednoduché vztahy, řešíme takové úlohy přímo úsudkem. Jsou-li tyto vztahy složitější, sestavujeme raději podle znění úlohy rovnici, jejímž řešením dostaneme také řešení úlohy. Úlohy takové označují se krátce jako *slovní rovnice.*

Řešení slovních rovnic patří mezi příklady, jež činí většině lidí a samozřejmě také žákům ve škole značné potíže. Vyplývá to částečně již z úlohy samé. Žák dostane v takové úloze číselný materiál nezpracovaný a musí si podle znění úlohy nejprve připraviti potřebné početní výrazy, z nichž pak teprve může sestaviti rovnici. Právě toto sestavení rovnice činí největší obtíže, kdežto vlastní řešení je pak již poměrně lehké.

Obecně nelze pro sestavování rovnic udati všeobecně platný postup, podle něhož by se daly slovní úlohy řešiti přímo. Lze však uvésti návod, jehož užití povede vždy k cíli. Nestačí ovšem naučiti se nějakému pravidlu, nýbrž potřebná zkušenost získá se promyšlením a řešením řady takových úloh. Ukazuje se, že slovní rovnice se dají rozděliti do několika hlavních skupin, jichž řešení je zcela obdobné. Kdo propočítá z každé takové skupiny několik příkladů, bude uměti řešiti i všechny příklady podobného rázu. Úkolem tohoto spisku jest dáti k tomu příležitost. Malý jeho rozsah však nutí, aby se omezil pouze na základní druhy úloh. Na rozdíl od učebnic omezuje se pouze na slovní rovnice o jedné neznámé. Předpokládá tudíž znalost mechanického řešení sestavené rovnice.

Spisek obsahuje u každého typu úloh několik ukázek sestavení rovnice, dále uvádí několik dalších neřešených příkladů k procvičení látky. Řadu dalších vhodných příkladů nalezne čtenář v některé učebnici pro III. a hlavně pro IV. třídu škol středních nebo z některé ze sbírek příkladů uvedených na konci knihy.

Spisek omezuje se pouze na úlohy, jež se dají řešiti užitím rovnic o jedné neznámé. Úlohy vedoucí k rovnicím o více neznámých vyjdou snad později samostatně.

I. NÁVOD KE STUDIU

Má-li kniha přinésti čtenáři užitek, nesmí ji pouze čísti, ale musí ji studovati. To znamená, že má míti po ruce stále tužku a papír. Po prostudování jednotlivých řešených příkladů (řešení pište současně na papír!) je nejlépe poznamenati si jejich text na papír a řešiti je znovu při zavřené knize. K příkladům, jež se nám zdají obtížnější, se vrátíme znovu druhého nebo třetího dne, ale hledíme je pak řešiti přímo podle textu poznamenaného na papír bez předchozího nahlížení do knihy. Nejde-li nám některý příklad dlouho, zkusme to jiným způsobem! Pokusme se o jinou volbu neznámé! Nejde-li to ani pak, vynechme zatím tento příklad a vraťme se k němu později!

Přehlednou úpravu příkladů získáme, napíšeme-li si jednotlivé příklady (text i řešení) na volné listy formátu asi tohoto spisku. Můžeme pak kdykoli kterékoli dva příklady položiti vedle sebe a srovnati jejich text i řešení bez listování v knize.

Pro úsporu místa nejsou u všech řešených příkladů uvedeny všechny předepsané dílčí úkony. Zejména zkoušky a často i odpověď u mnohých příkladů chybí. Doplňte si je! Sestavené rovnice příkladů, jež nejsou řešeny v textu, uvedeny jsou na konci knihy, kde je také udán jejich výsledek.

II. NÁVOD PRO ŘEŠENÍ ROVNIC

Nežli přikročíme k řešení slovních rovnic, musíme bezpečně ovládati techniku rovnic sestavených. Dále je výhodné, aby žáci dříve než přikročí k řešení slovních rovnic o jedné neznámé, dovedli řešiti soustavy sestavených rovnic o dvou neznámých alespoň methodou dosazovací. U mnohých příkladů sestaví totiž začátečník rovnici snáze, zavede-li dvě neznámé. Dostane pak dvě rovnice, z nichž jedna ovšem bývá velmi jednoduchá. Po dosazení jedné neznámé z této rovnice do druhé dostane pak hledanou rovnici o jedné neznámé, jejíž přímé sestavení by mu snad činilo zprvu potíže. Po jisté početní praxi bude pak jistě sestavovati takovou rovnici přímo.

Postup pro sestavování rovnic ze slovních úloh jest asi následující:

a) **Čtení úlohy.** Úlohu pomalu a jasně přečtěme (raději několikrát), abychom si řádně uvědomili její obsah. Dané veličiny si poznamenáme (nejen čísla, ale i označení veličiny) a podle těchto poznámek hledíme úlohu bez nahlížení do textu knihy opakovati, raději poněkud jinými slovy, než to činí znění úlohy. Úloha obsahuje někdy dlouhá podmínečná souvětí, jež je lépe rozděliti v několik krátkých hlavních vět. Teprve když si takto plně uvědomíme obsah úlohy, můžeme přikročiti k jejímu řešení.

b) **Volba neznámé.** Zvolíme si vhodnou veličinu za neznámou, přesně ji definujeme a uvědomíme si, v jakých jednotkách je měřena. Označíme ji písmenem (zpravidla první neznámou x, případnou další y). Od tohoto okamžiku až k řešení rovnice počítáme s ní pak jako s veličinou známou. Za neznámou nemusíme vždy voliti veličinu, na kterou se úloha ptá. Často je naopak výhodnější voliti za neznámou jinou veličinu, která se v úloze vyskytuje.

c) **Sestavení početních výrazů.** Všechny veličiny, jež se v úloze vyskytují nebo které s ní souvisejí, vyjádříme pomocí zvolené neznámé a pomocí daných veličin (pozor na jednotky, všechny veličiny musí být vyjádřeny v týchž jednotkách!). Tím převedeme jednotlivé podmínky uvedené v úloze slovy v početní výrazy.

d) **Sestavení rovnice.** Z takto připravených početních výrazů sestavíme rovnici, t. j. vyhledáme veličinu, která podle znění úlohy může býti vyjádřena dvěma různými početními výrazy, v nichž přichází neznámá veličina, a mezi tyto početní výrazy položíme rovnítko. Tím je rovnice sestavena. Je-li neznámých více, nutno nalézti tolik podmínek, kolik jest neznámých, takže počet nezávislých rovnic se shoduje s počtem neznámých.

e) **Řešení rovnice.** Sestavenou rovnici (nebo skupinu rovnic) řešíme užitím známých pravidel pro řešení rovnic.

f) **Vyslovíme odpověď.** Při tom nutno opět dáti pozor na jednotky, v nichž neznámá vyjde.

g) **Zkoušku výsledku** vykonáme nejen dosazením vypočítané neznámé do sestavené rovnice, ale hlavně přímo úsudkem podle textu úlohy, čímž zjistíme, zda nalezené číslo splňuje podmínky slovní úlohy. Nestačí vykonati zkoušku pouze dosazením do sestavené rovnice, která může být chybná. Vykonáme-li zkoušku přímo podle textu úlohy, zjistíme zároveň, zda se nestala při sestavování rovnice nějaká chyba.

h) **Rozbor.** Obsahuje-li řešení slovní úlohy čísla obecná a uvažujeme-li různé možnosti, jež jsou dány volbou různých hodnot za obecné číslo, pravíme, že konáme rozbor úlohy. Také vychází-li záporné řešení, musíme při rozboru rozhodnouti, zda úloze vyhovuje a jaký má praktický význam. Často lze znění úlohy zobecniti tak, aby úloha připouštěla i toto záporné řešení.

Chceme-li při řešení slovních rovnic míti přeci jen nějaký mechanický návod, můžeme se na otázku sestavení slovní rovnice dívati tak trochu ze stanoviska filologického. Tedy: úkol sestaviti rovnici k dané slovní úloze vlastně znamená přeložiti — nebo snad lépe řečeno převésti — text úlohy z jazyka mateřského do mluvy matematické. Tato matematická mluva má velmi přesná, ale jednoduchá pravidla, její mluvnice je bez výjimek a nepravidelností, čímž se nemůže pochlubiti žádný živý ani mrtvý jazyk. Nevyžaduje dokonce ani slovníku, protože potřebné početní výrazy lze napsati přímo.

1. Přípravná cvičení. Jako u překladu začínáme nejprve jednotlivými slovíčky, skupinami slov a jednoduchými hlavními větami, musíme i při nácviku slovních rovnic začíti nejprve jednoduchými početními výrazy, na nichž cvičíme jejich převedení do mluvy matematické. Tím dostaneme takový malý slovníček, který si musíme pro každý příklad připraviti. V dalším uvedeno je pouze několik příkladů, protože další jsou obsaženy v příkladech později řešených.

1. Dané číslo jest o dvě větší než pět.

Rovnici uvedenou v textu lze vyjádřiti slovy dvěma způsoby:

a) Dané číslo $= 5 + 2$, rovnicí: $x = 5 + 2$.
b) Dané číslo $- 2 = 5$, rovnicí: $x - 2 = 5$.

Znaménko snad začátečníka na prvý pohled překvapí. Musíme si uvědomiti, že dvojku musíme přičíst k menšímu číslu nebo odečíst od čísla většího.

Řešení je zřejmé: $x = 7$.

2. Čitatel zlomku jest o tři menší než jeho jmenovatel.

a) Za neznámou volím jmenovatele. Zlomek $= \frac{x - 3}{x}$.

b) Za neznámou volím čitatele. Zlomek $= \frac{y}{y + 3}$.

3. Číslo děleno pěti dá podíl šest a zbytek dvě.

Rovnicí: $\frac{1}{5}x = 6 + \frac{2}{5}$.

(Na příklad: $\frac{32}{5} = 6 + \frac{2}{5}$. Zbytek nutno napsati ve tvaru naznačeného dělení, t. j. zlomku!) Řešení: $x = 32$.

2. **Nejjednodušší úlohy.** Do této skupiny zařazeny jsou jednoduché slovní úlohy, u nichž snad ani není potřebí zapisovati jednotlivé početní výrazy, protože u nich lze rovnici z daného textu napsati přímo. Přes to, že jsou poměrně lehké, musíme jich propočítati větší počet, abychom se připravili na řešení příkladů těžších.

4. Určete číslo, jež děleno pěti dá výsledek o 64 menší než toto číslo!

Hledané číslo $= x$.
Hledané číslo dělené pěti $= \frac{1}{5}x$.
Číslo o 64 menší než číslo dané $= x - 64$.
Rovnice: číslo dělené pěti $=$ číslo zmenšené o 64

$$\frac{1}{5}x = x - 64 \quad (\text{též } \tfrac{1}{5}x + 64 = x).$$

Z toho vyplývá řešení $x = 80$.

Zkouška: $80 : 5 = 16$. Odpověď: Hledané číslo je 80.
$80 - 64 = 16$.

5. Pro které číslo je jeho třetina o šest větší než jeho sedmina?

Hledané číslo $= x$, jeho třetina $= \frac{1}{3}x$, jeho sedmina $= \frac{1}{7}x$.

Rovnice: třetina čísla = sedmina čísla + šest

$$\tfrac{1}{3}x = \tfrac{1}{7}x + 6.$$

Řešení: $x = \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}$.

Cvičení 1. Přičtu-li k číslu, které si myslím, nejprve jeho polovinu, potom jeho třetinu a posléze jeho čtvrtinu, obdržím právě sto. Které je to číslo?

2. Zvětším-li dané číslo o devět a dělím-li vzniklý součet devíti, obdržím podíl tři a zbytek dvě. Určete dané číslo!

3. U kterého čísla se jeho trojnásobek zmenšený o sedm a pak násobený pěti rovná číslu 175?

4. Zvětšíme-li dvojnásobek čísla o jeho polovinu, dostaneme trojnásobek tohoto čísla zmenšeného o dvě. Které je to číslo?

Poznámka. Pozor na text! Kdyby úloha končila slovy: „...obdržíme trojnásobek tohoto čísla *zmenšený* o dvě“ byla by rovnice $2x + \frac{1}{2}x = 3x - 2$ a řešením $x = 4$.

6. Jmenovatel zlomku jest o dvě větší než jeho čitatel. Zvětšíme-li čitatele i jmenovatele o pět, dostaneme zlomek $\frac{4}{5}$. Který je to zlomek?

a) Čitatel $= x$.
Jmenovatel $= x + 2$.

daný zlomek $= \dfrac{x}{x+2}$;

nový zlomek $= \dfrac{x+5}{x+2+5}$;

Rovnice: nový zlomek $= \frac{4}{5}$.

$$\frac{x+5}{x+7} = \frac{4}{5}.$$

Řešení: $x = 3$.

b) Jmenovatel $= y$.
Čitatel $= y - 2$.

daný zlomek $= \dfrac{y-2}{y}$;

nový zlomek $= \dfrac{y-2+5}{y+5}$;

Rovnice: nový zlomek $= \frac{4}{5}$.

$$\frac{y+3}{y+5} = \frac{4}{5}.$$

Řešení: $y = 5$.

Odpověď pro obojí řešení: Hledaný zlomek je $\frac{3}{5}$.

Zkouška: $\dfrac{3+5}{5+5} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

7. Které číslo má tu vlastnost, že děleno číslem a dává týž výsledek, jako když je o a zmenšíme?

Rovnice: $\frac{x}{a} = x - a$. Řešení: $x = \frac{a^2}{a - 1}$.

Rozbor: Číslo a nesmí být rovno jedné, protože jmenovatel by se stal rovným nule, ale nulou není možno děliti.

Pro $a > 1$ (a větší než 1) jest nalezené číslo kladné.

Pro $a < 1$ (a menší než 1) jest nalezené číslo záporné.

3. Složitější případy. Většina slovních rovnic obsahuje obyčejně početní výrazy, jež si musíme nejprve připraviti. Podobně jako si při překladu nejprve vyhledáváme slovíčka a fráze, musíme si i při sestavování rovnice nejprve poznamenati jednotlivé početní výrazy. Děje se to tak, že si je postupně zaznamenáváme na papír. Někdy při tom podtrháváme tu část textu, kterou vyjadřujeme početně. V tom případě je výhodné podtrhnouti část textu a početní výraz jí odpovídající touž barevnou tužkou. Lépe je zapisovati tyto poznámky jako slovíčka: na jednu stranu vyjádření slovy, pak rovnítko a za ním na druhé straně početní výraz.

Hlavní potíž představuje zde nepřehlednost těchto záznamů. Dále jest obtížné odhadnouti, kdy jsou všechny početní výrazy potřebné k řešení úlohy již připraveny. Snadno si pomůžeme, užijeme-li i zde způsobu, jehož se všeobecně užívá k přehledné úpravě většího množství číselného materiálu, totiž tabulky. Vhodně upravená tabulka má nejen výhodu přehledného uspořádání, ale upozorní nás vlastně sama, zda již máme opravdu připraveny všechny početní výrazy potřebné pro sestavení rovnice, případně které z nich ještě chybějí.

Konečně je dobře si uvědomiti, že u všech slovních úloh je hledaná rovnice vlastně obsažena již v textu úlohy, ovšem často v zakryté formě. Proto je užitečné zvykati si hned od počátku vysloviti tuto rovnici v jazyku mateřském, případně si ji i slovy napsati a pak ji teprve převáděti do mluvy matematické, t. j. napsati příslušnou rovnici pomocí početních výrazů.

4. Příklady s uvedenými početními vztahy. Poměrně jednoduché jsou příklady, kde všechny vztahy mezi přicházejícími veličinami jsou v příkladu uvedeny. Sem lze zařaditi také všechny příklady odstavce 2.

8. Ve společnosti bylo třikrát tolik mužů, kolik žen. Dětí jest o pět více než žen. Přibude-li pět mužů a pět žen, *bude počet mužů roven počtu žen a dětí dohromady*. Kolik mužů, žen a dětí je ve společnosti?

Volba neznámé: x = počet žen. (Tato volba je nejvhodnější. Volíme-li za neznámou počet mužů = y, byl by počet žen $\frac{1}{3}y$ a v rovnici by přicházely zlomky. Proto je nejlépe voliti za neznámou *nejmenší* číslo, t. j. počet žen.)

Tabulka: Původní stav je zapsán do prvého řádku, stav po změně do druhého řádku. Vlastní rovnice obsažena je ve větě vytištěné v textu kursivou.

	Žen	Mužů	Dětí
původně.................	x	$3x$	$x + 5$
po změně.................	$x + 5$	$3x + 5$	$x + 5$

Rovnice: Po změně počet mužů = počet žen + počet dětí

$$3x + 5 = x + 5 + x + 5.$$

Řešení: $x = 5$.

Zkouška: Původně bylo 5 žen, 15 mužů a 10 dětí.
Po změně bylo 10 žen, 20 mužů a 10 dětí.

Odpověď: Ve společnosti bylo původně 15 mužů, 5 žen a 10 dětí.

Cvičení 5. Počet dělníků v závodě vzrostl roku 1946 o 20% proti počtu v roce 1945. V roce 1947 vzrostl o čtvrtinu z počtu dělníků z roku 1946. Na konci roku 1947 bylo v závodě 825 dělníků. Kolik jich bylo v roce 1945?

5. Osoby různého věku. 9. Někdo bude za 12 let třikrát tak stár, jako před 8 roky. Jak je stár?

Volba neznámé: Stáří dané osoby = x roků.

	Dnes	Za 12 let	Před 8 roky
stáří	x	$x + 12$	$x - 8$

Rovnice: Stáří za 12 let = 3 × stáří před osmi roky

$$x + 12 = 3(x - 8).$$

Řešení: $x = 18$ let.

Zkouška: Osobě bylo před 8 roky 10 let, za 12 roků jí bude 30 let.

10. Bratr je právě třikrát starší než sestra. Za čtyři roky již bude jen dvakrát starší. Určete věk obou sourozenců!

Volba neznámé: Stáří dívky = x let (opět je vhodnější voliti za neznámou stáří dívky, která je mladší; kdybych volil stáří hocha = y, bylo by stáří dívky = $\frac{1}{3}y$ a rovnice by obsahovala zlomky).

	Ona	On
nyní	x	$3x$
za 4 roky	$x + 4$	$3x + 4$

Rovnice: Stáří hocha za 4 roky = 2 × stáří dívky za 4 roky

$$3x + 4 = 2(x + 4).$$

Řešení: $x = 4$ roky, $3x = 12$ let.

Odpověď: Hochovi je 12 let, dívce jsou 4 roky.

11. Otec je stár 40 let, jeho syn 13 let. Za jak dlouho bude otec čtyřikrát tak stár jako syn?

Volba neznámé: Bude to za x roků.

	Dnes	Za x let
stáří otce	40	$40 + x$
stáří syna	13	$13 + x$

Rovnice: Stáří otce za x let = 4 × stáří syna za x let

$$40 + x = 4(13 + x).$$

Řešení: $x = -4$.

Rozbor a odpověď: Záporné řešení znamená, že to bylo před 4 roky.

Zkouška: Před čtyřmi roky bylo otci 36 let, synovi 9 let.

Cvičení 6. Věk, jehož se nějaká osoba dožije za 8 let, bude roven $\frac{5}{3}$ věku, který měla před 8 roky. Určete její stáří!

7. Dvěma bratrům je dohromady 48 let. Před 12 roky byl jeden dvakrát tak stár jako druhý. Jak je který stár?

8. Je-li otci 50 let a synům 28 a 24 let, za kolik let bude otci tolik let, jako oběma synům dohromady?

6. Čísla desítkové soustavy. U příkladů tohoto druhu musíme dbáti toho, že číslice na místě desítek má hodnotu desetinásobnou, číslice na místě stovek hodnotu stonásobnou atd. Jinak příklady nejsou zvlášť obtížné.

12. Celé dvojciferné číslo má 6 jednotek. Přičteme-li k němu 27, dostaneme číslo, jež má přehozené číslice. Které je to číslo?

Číslice na místě desítek $= x$. (Pozor! Číslice x na místě desítek znamená $10x$ jednotek, na př. 6 desítek $=$ 60 jednotek.)

	Číslice na místě desítek	Číslice na místě jednotek	Číslo obsahuje jednotek
původní číslo	x	6	$10x + 6$
nové číslo	6	x	$60 + x$

Rovnice: Původní číslo $+$ 27 $=$ nové číslo

$$10x + 6 + 27 = 60 + x.$$

Řešení: $x = 3$. Hledané číslo je 36.

13. Jestliže dvouciferné číslo o ciferném součtu 9 o 9 zvětším, dostanu číslo psané týmiž číslicemi v opačném pořadí. Které je to číslo?

Neznámá: Počet desítek $= x$, počet jednotek $= 9 - x$.

	Desítek	Jednotek	Celkem jednotek
hledané číslo	x	$9 - x$	$10x + 9 - x$
nové číslo	$9 - x$	x	$10(9 - x) + x$

Rovnice: Původní číslo $+$ 9 $=$ nové číslo

$$10x + 9 - x + 9 = 10(9 - x) + x.$$

Řešení: $x = 4$. Hledané číslo je 45.

14. Dvouciferné číslo má ciferný součet 6. Vsuneme-li mezi jeho číslice nulu, přejde ve svůj sedminásobek. Které je to číslo?

Neznámá: Číslice na místě desítek $= x$, číslice na místě jednotek $=$ $= 6 - x$.

	Sta	Desítky	Jednotky	Celkem jednotek
původní číslo	0	x	$6 - x$	$10x + 6 - x$
nové číslo	x	0	$6 - x$	$100x + 6 - x$

Rovnice: Nové číslo $= 7 \times$ původní číslo

$$100x + 6 - x = 7(10x + 6 - x).$$

Řešení: $x = 1$. Hledané číslo je 15.

Cvičení 9. Dvouciferné číslo má ciferný součet 8. Jestliže jeho trojnásobek zmenšíme o 16, dostaneme číslo psané týmiž číslicemi v opačném pořadí. Které jest to číslo?

10. Dvouciferné číslo má ciferný součet 9. Převrátíme-li pořad číslic, má se nové číslo k původnímu jako 3 : 8. Které je to číslo?

11. Napíšeme-li před jednociferné číslo 8, jest nové číslo $4\frac{1}{2}$krát větší nežli číslo, které dostaneme, když napíšeme 8 za dané číslo. Které je to číslo?

7. **Cena a množství zboží.** Základní rovnice pro úlohy tohoto druhu zní:

Úhrnná cena = cena jednotky $\times$ počet jednotek.

15. Obchodník dostal dvoje zboží, jež vážilo dohromady 80 kg a stálo celkem 1030 Kčs. Kilogram prvého stál 14 Kčs, kilogram druhého 12 Kčs. Kolik kg kterého zboží dostal?

	Množství	Cena za kg	Úhrnná cena
první zboží	x	14	$14x$
druhé zboží	$80 - x$	12	$12(80 - x)$

Rovnice: Cena prvého zboží + cena druhého zboží = 1030

$$14x + 12(80 - x) = 1030.$$

Řešení: $x = 35$. $80 - x = 45$.

Prvého zboží bylo 35 kg, druhého 45 kg.

16. Studující platil o prázdninách za dopisnice (1,50 Kčs) a dopisy (3 Kčs) celkem 48 Kčs poštovních poplatků. Kolik korespondence každého druhu poslal, bylo-li dopisů o 2 kusy méně než polovina zaslaných dopisnic?

Jednotky: Převedu vše na haléře.

	Počet	Poštovní poplatky
dopisnic	x	$150x$
dopisů	$\frac{1}{2}x - 2$	$300(\frac{1}{2}x - 2)$

Rovnice: Poštovné za dopisnice + poštovné za dopisy = 4800

$$150x + 300(\tfrac{1}{2}x - 2) = 4800.$$

Řešení: $x = 18$ 18 dopisnic, $\frac{1}{2}x - 2 = 7$ dopisů.

Cvičení 12. Někdo má desetikoruny a pětikoruny, celkem 70 kusů. Když utratil dvě pětikoruny, zbylo mu 540 Kčs. Kolik měl původně desetikorun a pětikorun?

13. Obchodník koupil dvojí látku, celkem 16 metrů a zaplatil za ni 2178 Kčs. Metr jedné stál 130 Kčs, metr druhé 144 Kčs. Kolik které látky koupil?

14. K týdenní výplatě byla na poště změněna jedna tisícikoruna a jedna pětisetkoruna na dvacetikoruny a desetikoruny, celkem 120 kusů. Kolik bylo desetikorun a kolik dvacetikorun?

8. Rovnoměrný pohyb. Základní rovnice pro všechny úlohy tohoto druhu zní:

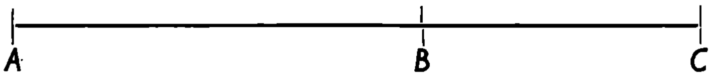
Celková dráha = rychlost × čas.

Ze dvou veličin v rovnici obsažených počítá se veličina třetí. Při dosazování musíme dáti pozor na jednotky. Veličiny totiž musí býti vyjádřeny odpovídajícími si jednotkami. Na příklad dráha v kilometrech, čas v hodinách a rychlost v kilometrech za hodinu.

V podstatě mohou nastati dva případy. Tělesa nebo osoby se pohybují buď týmž směrem za sebou nebo opačnými směry proti sobě. Řešení usnadní vždy náčrtek, který je pro zjednodušení sazby připojen pouze k prvým dvěma příkladům. U ostatních příkladů připraví si obdobné náčrtky čtenář laskavě sám.

17. Dvě místa A a B jsou vzdálena 18 km. Z místa A vyjede cyklista rychlostí 10 km za hodinu, z místa B před ním ležícího vyjde současně týmž směrem chodec rychlostí 4 km za hodinu. Za jak dlouho a v které vzdálenosti od A se setkají?

Situace je nejlépe patrna z obrázku, z něhož přímo vyplývá i rovnice.



Neznámá: x = počet hodin od počátku do setkání.

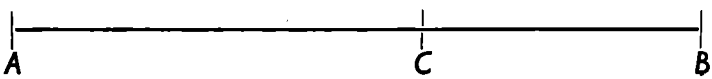
	Rychlost	Čas	Dráha
cyklista	10	x	$10x$
chodec	4	x	$4x$

Rovnice: dráha cyklisty = dráha chodce + 18

$$10x = 4x + 18.$$

Řešení: Čas = x = 3 hodiny, dráha cyklisty = $10x$ = 30 km.

18. Dva chodci vyjdou současně ze dvou míst A a B vzdálených 18 km proti sobě. Za jak dlouho a v které vzdálenosti se setkají, jde-li prvý chodec rychlostí 5 km za hodinu, druhý rychlostí 4 km za hodinu?



Neznámá: x = doba od počátku do setkání v hodinách.

	Čas	Rychlost	Dráha
prvý chodec	x	5	$5x$
druhý chodec	x	4	$4x$

Rovnice: Dráha prvého chodce + dráha druhého chodce = 18

$$5x + 4x = 18.$$

Řešení: Doba = x = 2 hodiny. Dráha z A = 5×2 = 10 km, dráha z B = 8 km.

19. Motocykl vyjede v 9 hodin z Prahy rychlostí 54 km za hodinu. V 9 hod. 20 minut vyjede za ním auto rychlostí 66 km za hodinu. V kolik hodin a v které vzdálenosti jej dohoní?

Pozor! 20 minut = $\frac{1}{3}$ hodiny. Neznámá: x = čas motocyklu v hodinách.

	Rychlost	Čas	Dráha
motocykl	54	x	$54x$
auto	66	$x - \frac{1}{3}$	$66\,(x - \frac{1}{3})$

Rovnice: Dráha auta = dráha motocyklu

$$54x = 66(x - \tfrac{1}{3}).$$

Řešení: $x = 1\frac{5}{6}$; $1\frac{5}{6}$ hodiny = 1 hodina 50 minut. Dráha motocyklu = $54 \times \frac{11}{6}$ km = 99 km = $66 \times \frac{3}{2}$ km = dráha auta.

Cvičení **15.** Za cyklistou, který ujede za hodinu 12 km, vyslán byl o $3\frac{1}{2}$ hodiny později automobil, který jej má za $\frac{3}{4}$ hodiny dohoniti. Jak velkou rychlostí musí jeti?

16. Osoba A, která vykoná za minutu 100 kroků po 80 cm, dojde na určité místo o 10 minut později než osoba B, která vykoná za minutu 96 kroků po 85 cm. Jak daleko je cíl od východiště?

17. Cesta vedoucí z vesnice na vrchol hory je 12 km dlouhá. Z krajních míst této cesty vyjdou současně dva turisté proti sobě. Vystupující urazí 60 m za minutu, sestupující 90 m za minutu. Za jak dlouho se setkají?

18. Ze dvou míst vzdálených navzájem 240 km vyjedou současně proti sobě dvě auta, z nichž jedno jede rychlostí o 6 km větší. Jak velkou rychlostí jede každé z nich, setkají-li se za 2 hodiny?

19. Osoby A a B vyjdou současně proti sobě. A by prošel celou trať za 10 hodin, B za 9 hodin. Po třech hodinách jsou navzájem vzdáleni ještě 11 km. Určete jejich vzdálenost na počátku!

9. **Úlohy o hodinách.** Mezi pohybové úlohy patří také příklady počítající čas při různém postavení ručiček hodinových. Řešení lze provésti různými způsoby. Složitější je postup, při němž se úhel ručiček hodinových vyjadřuje v míře úhlové. V tom případě je nutno přepočítávati stupně na hodiny a minuty. Jednodušší je voliti za neznámou přímo počet minutových značek.

20. Stojí-li ručičky hodinové v téže přímce, za kolik minut se budou krýti?

Neznámá: x = počet minutových značek, o které postoupí minutová ručička.

Velká ručička se posune o x minutových značek; malá ručička se posune o $\frac{1}{12}x$ minutových značek.

Původně byla malá ručička o 30 min. značek před velkou, po posunutí se mají krýti.

Rovnice: Posunutí min. ručičky = posunutí hod. ručičky + 30

$$x = \frac{1}{12}x + 30.$$

Řešení: $x = \frac{360}{11} = 32\frac{8}{11}$ minuty.

Cvičení **20.** Ve 12 hodin se ručičky na ciferníku kryjí. Kolik je hodin, svírají-li po prvé úhel pravý?

21. Kolik je hodin, kryjí-li se ručičky hodinové mezi 4. a 5. hodinou? (Vyjděte od 4. hodiny, kdy je mezi ručičkami 20 minutových značek.)

10. Úlohy o práci. Základní rovnice pro práci vychází z pracovního výkonu. Pracovním výkonem rozumíme práci vykonanou jedincem v jednotce časové (= produktivita práce).

Základní rovnice: Celková práce = pracovní výkon × doba.

Pracovní výkon několika osob rovná se součtu pracovních výkonů jednotlivých osob.

Protože pracovní výkon je veličina méně známá, zdají se tyto úlohy obtížné. Bereme-li do počtu také celkovou práci, můžeme ji označiti písmenem p. Ve většině příkladů se tato práce v rovnicích krátí.

21. Určitou práci vykonala by osoba A za 15 dní, osoba B za 10 dní. Za kolik dní dokončily by práci, kdyby obě pracovaly současně?

Neznámá: x = počet dní pracovních, p = vykonaná práce.

	Práce	Čas	Výkon	Výkon obou
A B	p p	15 10	$\frac{1}{15}p$ $\frac{1}{10}p$	$\frac{1}{15}p + \frac{1}{10}p$

Rovnice: Práce obou = celková práce

$$(\tfrac{1}{15}p + \tfrac{1}{10}p)\, x = p.$$

Řešení: Po krácení p ($p \neq 0$) vyjde $x = 6$ dní.

22. Určitou práci vykonaly by osoby A, B a C společně za 5 dní. Osoba A sama potřebovala by k tomu 12 dní, B 15 dní. Za kolik dní vykonala by celou práci osoba C sama?

Neznámá: Pracovní doba osoby C = x dní, celková práce = p.

	Práce	Čas	Výkon	Celkový výkon
A	p	12	$\tfrac{1}{12}p$	
B	p	15	$\tfrac{1}{15}p$	$\tfrac{1}{12}p + \tfrac{1}{15}p + \frac{p}{x}$
C	p	x	$\frac{1}{x}\, p$	

Rovnice: Práce osoby A, B a C = celková práce

$$(\tfrac{1}{12}p + \tfrac{1}{15}p + \frac{1}{x} \cdot p) \,.\, 5 = p.$$

Řešení: Po vykrácení p ($p \neq 0$) vyjde $x = 20$ dní.

23. Určitou práci vykonala by osoba A za 15 dní, osoba B za 10 dní. Za jak dlouho bude práce hotova, začne-li osoba B pracovati o 5 dní později?

	Výkon	Prac. doba	Práce
A	$\tfrac{1}{15}p$	x	$\tfrac{1}{15}px$
B	$\tfrac{1}{10}p$	$(x - 5)$	$\tfrac{1}{10}p\,(x - 5)$

Rovnice: Práce A + práce B = celková práce

$$\tfrac{1}{15}px + \tfrac{1}{10}p(x - 5) = p.$$

Řešení: Po krácení p ($p \neq 0$) vyjde $x = 9$ dní.

24. Určitou práci vykonalo by za 8 dní buď 15 mužů nebo 20 žen. Za kterou dobu bude práce hotova, pracuje-li společně 12 mužů a 16 žen?

	Denní výkon	Čas	Práce
muže	$\frac{p}{8 . 15}$		
ženy..................	$\frac{p}{8 . 20}$		
12 mužů a 16 žen	$12\frac{p}{8 . 15} + 16\frac{p}{8 . 20}$	x	$\left(12\frac{p}{8 . 15} + 16\frac{p}{8 . 20}\right) x$

Rovnice: Práce mužů + práce žen = celková práce

$$\left(12 . \frac{p}{8 . 15} + 16\frac{p}{8 . 20}\right) x = p.$$

Řešení: Po krácení p ($p \neq 0$) vyjde $x = 5$ dní.

Cvičení **22.** Osoba A by vykonala určitou práci za 5 dní, osoba B za $7\frac{1}{2}$ dne. Za kolik dní ji vykonají oba společně?

23. Určitou práci by vykonalo 5 mužů za 3 dny nebo 4 ženy za 5 dní. Za jak dlouho ji vykonají 2 muži a 4 ženy pracující společně?

24. Ze tří složení mlýna semele prvé za 2 hodiny 3 hl, druhé za 3 hodiny 4 hl, třetí za 5 hodin 8 hl obilí. Jak dlouho musí pracovati všechna tři složení, aby semlela 133 hl obilí?

11. **Příklady o vodních nádržích.** Úlohy tyto vlastně patří do předchozí skupiny. Výkon přítokového nebo odtokového zařízení je množství kapaliny, která do nádrže za jednotku časovou přiteče nebo odteče. Nastává-li obojí současně, dostane množství přitékající kapaliny znaménko kladné, množství odtékající kapaliny znaménko záporné. V úlohách může se tudíž vyskytovati i výkon záporný.

25. Jednou pumpou naplní se nádržka za 2 hodiny, druhou za 3 hodiny. Za kterou dobu se naplní, pracují-li obě pumpy současně?

Neznámá: Pracovní doba = x hodin. Objem nádrže = V.

	Objem	Přítoková rychlost	Čas	Množství kapaliny
1. pumpa	V	$\frac{1}{2}V$	x	$\frac{1}{2}Vx$
2. pumpa	V	$\frac{1}{3}V$	x	$\frac{1}{3}Vx$

Rovnice: Prvé množství + druhé množství = objem nádrže

$$\tfrac{1}{2}Vx + \tfrac{1}{3}Vx = V.$$

Výsledek: Po vykrácení V ($V \neq 0$) vyjde $x = \frac{6}{5}$ hodiny = 1 hodina 12 minut.

26. Do nádrže objemu 795 litrů přitéká voda dvěma kohouty. Prvním přiteče za 5 minut 9 litrů, druhým za 2 minuty 7 litrů. Za jak dlouho se nádrž naplní, jsou-li oba kohouty otevřeny?

	Přítoková rychlost v litrech za minutu	Čas	Množství kapaliny
1. kohout	$\frac{9}{5}$	x	$\frac{9}{5}x$
2. kohout	$\frac{7}{2}$	x	$\frac{7}{2}x$

Rovnice: Prvé množství + druhé množství = 795

$$\tfrac{9}{5}x + \tfrac{7}{2}x = 795.$$

Řešení: x = 150 minut = 2 hodiny 30 minut.

27. Za stejných podmínek jako v předchozím příkladě se druhý kohout otevře o 53 minut později. Za jak dlouho se nádrž naplní?

Výtoková doba druhého kohoutu se změní na (x — 53) a rovnice zní

$$\tfrac{9}{5}x + \tfrac{7}{2}(x - 53) = 795.$$

Řešení: x = 185 minut = 3 hodiny 5 minut.

28. Nádrž naplní se rourou A za 15 minut. Rourou B může voda odtékati. Je-li nádrž plná a otevřeme-li současně oba otvory, vyprázdní se plná nádrž za 1 hodinu. Za kolik minut vyprázdnila by se plná nádrž otvorem B?

	Rychlost	Čas	Množství
Roura A	$\frac{1}{15}V$	60	$\frac{1}{15}V \cdot 60$
Roura B	$\frac{1}{x}V$	60	$\frac{1}{x}V \cdot 60$

Rovnice: Odtok — přítok = plná nádrž

$$\frac{V}{x} \cdot 60 - \tfrac{1}{15}V \cdot 60 = V.$$

Řešení: Po krácení V ($V \neq 0$) vyjde x = 12 minut.

Cvičení 25. Nádrž se naplní jedním přítokem za 12 minut, druhým za 24 minuty. Za jak dlouho se naplní, otevře-li se druhý přítok o 3 minuty později?

26. Rybník může býti naplněn dvěma stavidly. Prvním se naplní za 20 hodin, oběma dohromady za 12 hodin. Za kterou dobu se naplní druhým stavidlem?

27. Nádrž se naplní rourou A za 8 hodin, rourou B za 12 hodin. Je-li současně otevřen otvor C, jímž voda vytéká, naplní se nádrž za 24 hodin. Za jak dlouho by se plná nádrž vyprázdnila třetím otvorem?

12. Opakované děje.

V úlohách, v nichž se děj opakuje nebo v nichž následuje několik dějů po sobě, je potřebí rozvíjeti stav po každém ději. Někdy vycházejí výrazy delší, takže tabulka bývá rozsáhlejší, ale část výpočtu konáme přímo v tabulce, takže vlastní výpočet pak je velmi krátký.

29. Hoch měl jablka. Dvěma sestrám dohromady dal polovinu z nich a tři jablka, ze zbytku bratrovi rovněž polovinu a tři jablka. Kolik jablek měl, zbyla-li mu šestina původního počtu?

	Měl	Vydal	Zbylo mu
na počátku	x	0	x
sestrám	x	$\frac{1}{2}x + 3$	$\frac{2}{2}x - \frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{2}x - 3$
bratrovi	$\frac{1}{2}x - 3$	$\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} + 3 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$	$\frac{2}{4}x - \frac{6}{2} - \frac{1}{4}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{9}{2}$

Rovnice: Poslední zbytek $= \frac{1}{6}$ původního počtu

$$\tfrac{1}{4}x - \tfrac{9}{2} = \tfrac{1}{6}x.$$

Řešení: $x = 54$ jablek.

Zkouška a odpověď: Hoch měl na počátku 54 jablek. Každému ze svých tří sourozenců jich dal 15, zbylo mu jich 9 kusů.

Cvičení 28. Báje vypravuje, že Libuše dala třem uchazečům o trůn — aby se přesvědčila, který z nich je nejchytřejší — tuto úlohu: „Každému z vás uštědřím dárek z tohoto košíku se slívami, které jsem ve své zahradě natrhala. Jeden z vás obdrží polovinu všech sliv a jednu, druhý polovinu zbytku a dvě slívy, třetí polovinu ostatku a 3 slívy. Bude-li potom košík prázdný, kolik je tam sliv?“

29. Zmenšíme-li číslo o jeho třetinu a tři, zbytek opět o jeho třetinu a tři a nový zbytek opět o jeho třetinu a tři, dostaneme 7. Které je to číslo?

30. Nádoba obsahuje 12 litrů vody. V druhé nádobě je neznámé množství vody. Z prvé nádoby naliji polovinu vody do druhé, potom z druhé pětinu do první. Obě nádoby pak obsahují stejné množství vody. Kolik vody bylo původně v druhé nádobě?

31. Hráč vsadil své peníze do hry a vyhrál, takže se mu zdvojnásobily. Když zaplatil poplatek ze hry 20 haléřů a znovu vše vsadil do hry, peníze se mu opět zdvojnásobily. Po zaplacení 20 haléřů ze hry shledal, že má 5 Kčs. Kolik měl původně?

32. Týž příklad řešte za předpokladu, že se postup opakoval třikrát!

13. Rekreační matematika. Řešení různých úloh (křížovky, tajenky, rebusy, šachové úlohy atd.) považují mnozí lidé za příjemné vyplnění času. Řešení takových úloh bývá opravdu často značně napínavé. Mezi tato rekreační zaměstnání náleží i řešení početních příkladů. Mívají často tvar „početních hádanek“ a bývají velmi starého původu. Většina z nich vzniká obměnou příkladů ze starých čínských, indických nebo římských i jiných početnic. Úlohy jsou často upraveny tak, aby text řešícího mátl nebo ho sváděl k chybnému řešení. Jako závěr je zde uvedeno několik takových příkladů. Řešení jejich jsou uvedena v následujícím odstavci.

30. Kdosi řekl: „Mám tolik bratří co sester.“ Jeho sestra dodala: „Já mám třikrát tolik bratří co sester.“ Kolik bylo chlapců a kolik děvčat?

31. Zajíci a koroptve zastřelení na honě měli dohromady 192 nohy a 80 hlav. Kolik bylo zajíců a koroptví?*)

32. „Mám v pravé ruce třikrát tolik korun kolik v levé. Dám-li z pravé ruky do levé 5 korun, budu míti v levé dvakrát tolik, kolik v pravé.“ Kolik korun měl celkem?

33. Zajíce, který je o 90 skoků vzdálen, počne pronásledovati pes. V téže době, kdy zajíc učiní 5 skoků, učiní pes 4 skoky. Sedm skoků zaječích rovná se 5 skokům psím. Kolik skoků musí učiniti pes, aby zajíce dohonil?**)

---

*) Obměna příkladu ze staré čínské početnice z 2. tisíciletí př. Kristem.

**) Obměna příkladu ze sbírky Alcuinovy z doby Karla Velikého. Je-li tento příklad doplněn textem, který čtenáře zmate, jak je tomu na př. v knize Kučera: „Jarka a Věra“, zdá se mu jeho řešení skutečně obtížné.

34. Muži je 48 let. Jak stará je jeho manželka, je-li nyní muž dvakrát starší než byla manželka tehdy, když manžel byl tak stár, jako manželka nyní?

14. Řešení úloh z rekreační matematiky.

30. Bylo celkem x hochů.

	Bratrů	Sester
hoch měl	$x - 1$	$x - 1$
dívka měla	x	$x - 2$

Počet sester dívčiných = počet sester hochových — mluvící dívka.

Rovnice: Počet bratří dívčiných = 3 × počet sester dívčiných

$$x = 3(x - 2).$$

Řešení: $x = 3$. Byli 3 hoši a 2 dívky.

31. Počet zajíců = x, počet koroptví = $80 - x$.

Rovnice: $4x + 2(80 - x) = 192$ (počet všech noh = 192).

Řešení: Počet zajíců = 16, počet koroptví = 64.

32. V levé ruce měl x, v pravé ruce $3x$ Kčs.

Rovnice: $x + 5 = 2(3x - 5)$.

Výsledek: Měl v levé ruce 3 Kčs, v pravé 9 Kčs.

33. V příkladě se plete počet stop a délka stop. Protože nejsou udány rozměry, můžeme předpokládati třeba decimetry. Protože délka 7 skoků zaječích se rovná délce 5 skoků psích, má skok psa délku 7, skok zajíce délku 5 (pozor, nepřímá úměrnost, většímu počtu skoků odpovídá kratší délka). Náskok zajíce nutno přepočíst na jednotky délkové!

	Počet skoků	Délka skoků	Dráha	Náskok
pes	x	7	$7x$	0
zajíc............	$\frac{5}{4}x$	5	$5 \cdot \frac{5}{4}x$	$90 \cdot 5$

Rovnice: Dráha zajíce + náskok zajíce = dráha psa

$$5 \times \tfrac{5}{4}x + 90 \times 5 = 7x.$$

Řešení: Pes udělá $x = 600$ skoků, zajíc 750 skoků.

34.

Stáří →	Dnes	Tehdy
muže	48	x
ženy	x	$x - (48 - x)$

Bylo to před $(48 - x)$ roky. Ženě tehdy bylo $[x - (48 - x)]$ let.

Rovnice: 2 × tehdejší stáří ženy = dnešní stáří muže

$$2[x - (48 - x)] = 48.$$

Ženě je 36 let.

III. VÝSLEDNÉ ROVNICE A VÝSLEDKY CVIČENÍ.

1. $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 100$; $x = 48$. **2.** $\frac{1}{9}(x + 9) = 3 + \frac{2}{9}$; $x = 20$. **3.** $(3x - 7)\,5 = 175$; $x = 14$. **4.** $2x + \frac{1}{2}x = 3\,(x - 2)$; $x = 12$. **5.** $x + \frac{1}{5}\,x + \frac{1}{4}\,(x + \frac{1}{5}x) = 825$; $x = 550$. **6.** $x + 8 = \frac{5}{3}\,(x - 8)$; $x = 32$. **7.** $x - 12 = 2\,(48 - x - 12)$ nebo $2\,(x - 12) = 48 - x - 12$. Prvá rovnice má řešení $x = 28$; druhá $x = 20$. Řešením každé z těchto rovnic dostaneme věk jednoho z obou bratří. **8.** $50 + x = 28 + x + 24 + x$; $x = -2$. **9.** $3\,[10x + (8 - x)] - 16 = 10\,(8 - x) + x$. Číslo je 26. **10.** Prvé číslo: $10\,(9 - x) + x$; druhé číslo $10x + (9 - x)$. Číslo je 72. **11.** $80 + x = \frac{9}{2}\,(10x + 8)$; číslo je 1. **12.** $10x + 5\,(68 - x) = 540$; 40 desetikorun a 30 pětikorun. **13.** $130x + 144\,(16 - x) = 2178$ 9 m po 130 Kčs a 7 m po 144 Kčs. **14.** $10x + 20\,(120 - x) = 1500$; 90 deseti a 30 dvacetikorun. **15.** $12\,(3\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) = \frac{3}{4}x$; 68 km za hodinu. **16.** $x =$ doba; $80 \,.\, 100\,(x + 10) = 96 \,.\, 85x$; 40 800 m. **17.** $60x + 90x = 12\,000$; za 1 hod. 20 min. **18.** $2\,(x + 6) + 2x = 240$; 57 km a 63 km za hodinu. **19.** $3 \,.\, \frac{1}{10}x + 3 \,.\, \frac{1}{9}x + 11 = x$; 30 km. **20.** $x = \frac{1}{12}x + 15$; 0 hodina $16\frac{4}{11}$ min. **21.** $x = \frac{1}{12}x + 20$; 4 hod. $21\frac{9}{11}$ min. **22.** $x\,(\frac{1}{5}p + p/7\frac{1}{2}) = p$; za 3 dny. **23.** $(2 \,.\, \frac{1}{15}p + 4 \,.\, \frac{1}{20}p) \,.\, x = p$; za 3 dny. **24.** $\frac{3}{2}x + \frac{4}{3}x + \frac{8}{5}x = 133$; 30 hodin. **25.** $\frac{1}{12}Vx + \frac{1}{24}V\,(x - 3) = V$; za 9 minut. **26.** $12 \,.\, \frac{1}{20}V + 12 \,.\, V/x = V$; za 30 hodin. **27.** $24\,(\frac{1}{8}V + \frac{1}{12}V - V/x) = V$; za 6 hodin. **28.** Poslední zbytek: $\frac{1}{8}(x - 34) = 0$; 34. **29.** Poslední zbytek: $\frac{1}{27}(8x - 171) = 7$; 45. **30.** $6 + \frac{1}{5}(x + 6) = x + 6 - \frac{1}{5}(x + 6)$; 4 litry. **31.** $4x - 40 - 20 = 500$; 1 Kčs 40 h. **32.** $8x - 120 - 20 = 500$; 0,80 Kčs.

LITERATURA

1. Učebnice:

Bydžovský-Teplý-Vyčichlo: Aritmetika pro IV. třídu středních škol (JČMF).
Muk: Aritmetika pro nižší třídy středních škol. IV. díl (Prof. nakladatelství).
Říha: Aritmetika pro učitelské ústavy I (Unie).

2. Sbírky úloh:

Bydžovský-Teplý-Vyčichlo-Vojtěch: Sbírka úloh z matematiky (JČMF).
Šilháček: Středoškolská algebra v 1000 řešených příkladech. II. díl (Unie).
Staněk: Rovnice I (nákladem vlastním).
Ostrý: Aritmetika v úlohách (Unie).
Mašek: Matematika v úlohách (Barvič a Novotný, Brno).
Vlček: Sbírka příkladů z matematiky (Komenium).
Domin: Aritmetika v úlohách pro učitelské ústavy (J. Hampl a spol., K. Hora).

3. Rekreační matematika:

Čupr: Aritmetické hry a zábavy (JČMF).
Čupr: Geometrické hry a zábavy (JČMF).
Herzog: Početní a měřičské zábavy (A. Šašek, Velké Meziříčí).
Lešan: Početní a jiné hříčky a zábavy (J. Svátek).
Jetmar: Početní kratochvíle (Šolc, Karlín).
Dobrovolný: 200 duševních čtvrthodinek (Hokr).

OBSAH

Spisovatel	Dr Kliment Šoler
Název díla	Slovní rovnice o jedné neznámé
Vydala	Jednota československých matematiků a fysiků
roku	1949
edice	Brána k vědění, svazek 1
za redakce	V. Jozífka
Stran	32
Obrazců	2
Vytiskla	Knihtiskárna Prometheus v nár. správě, Praha VIII
Vydání	první
Náklad	5500 výtisků
Cena	Kčs 12,—