

Nomogramy s jednou průsvitkou

Václav A. Hruška (author): Nomogramy s jednou průsvitkou. (Czech). Praha: Jednota československých matematiků a fyziků, 1947.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402814>

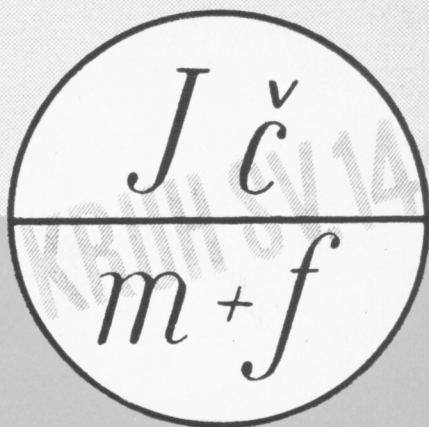
Terms of use:

© Jednota československých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>



Václav Hruška

NOMOGRAMY
s jednou průsvitkou

NOMOGRAMY S JEDNOU PRŮSVITKOU

NAPSAL

Prof. Dr. V. HRUŠKA



JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

PŘEDMLUVA

Látka zde otištěná jest částí několik let již připraveného rukopisu kapitoly o Nomogramech s průsvitkami z připravovaného 2. vydání učebnice LÁSKA-HRUŠKA, Počet grafický a graficko-mechanický.

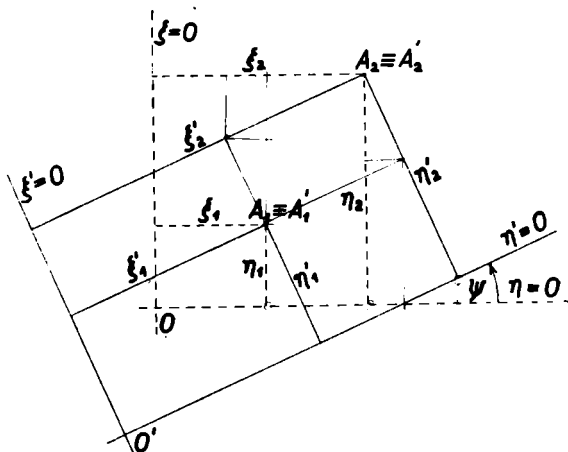
Za účelem odvolávání se na látku v této knížce probranou, což bude velmi časté, použil jsem u nás trochu neobvyklého číslování jednotlivých kapitol a článků. Kapitoly označuji celými čísly 1; 2; atd. polotučně vytištěnými a články v nich, rovněž polotučně, jako desetiny. Jednotlivé rovnice v každém článku čísluji pak jako setiny a píši je do závorek. Tak na př. čl. 3,2 značí druhý článek kapitoly třetí a šestý vzorec v tomto článku je označený (3,26) atd. Označení vzorců bude však již provedeno pouze obvyčejným tiskem, nikoliv polotučně, pro velmi časté jejich citování.

Obrázky v této knížce provedl z části p. Ing. L. TAUFER, z části pak p. V. JIRÁSEK, techn. úředník Českomoravských strojírén a. s. v Praze VIII. Oběma pánům vzdávám zde dík za jejich spolupráci. Rovněž děkuji Jednotě čs. matematiků a fysiků v Praze i její tiskárně „Prometheus“ za její vydání a vzorné vytištění.

V Praze, v lednu 1943.

V. H.

1.1. Nomogramy se stálým úhlem indexů¹⁾ užívají k zobrazení funkce geometrických útvarů ve dvou na sebe položených rovinách, jichž vzájemnou polohu můžeme měniti. Kótované útvary (jako stupnice obyčejné nebo binární) se však v nich nalézají pouze v jedné a téže rovině (spodní). Pokusme se zevšeobecniti tento druh nomogramů umístěním kótovaných útvarů v obou navzájem pohyblivých rovinách.



Obr. 1. Vztahy mezi pravoúhlými souřadnicemi bodů ve dvou rovinách na sebe položených.

Polohu bodů určujeme v pravoúhlých soustavách souřadnic (ξ, η) v rovině spodní a (ξ', η') v rovině horní. Je-li ψ úhel obou os $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ a padnou-li body $A'_1(\xi'_1, \eta'_1)$, $A'_2(\xi'_2, \eta'_2)$ horní roviny na body $A_1(\xi_1, \eta_1)$ resp. $A_2(\xi_2, \eta_2)$ v rovině dolní, platí mezi jejich souřadnicemi vztahy (obr. 1).

$$(1,11) \quad \begin{aligned} \xi_2 - \xi_1 &= (\xi'_2 - \xi'_1) \cos \psi - (\eta'_2 - \eta'_1) \sin \psi, \\ \eta_2 - \eta_1 &= (\xi'_2 - \xi'_1) \sin \psi + (\eta'_2 - \eta'_1) \cos \psi. \end{aligned}$$

Jsou to obyčejné rovnice transformační pro posunutí a otočení souřadnicové.

¹⁾ Dr. V. PLESKOT, Spojnicové nomogramy, str. 104 (sv. 12. sbírky „Cesta k vědě“, Praha 1941). Tamtéž viz terminologii, pokud ji nebudu v této knížce definovati.

1,2. V dolní rovině sestrojme binární stupnici²⁾ pro (z_1, z_2)

$$(1,21) \quad \xi_1 = f_{1,2}; \quad \eta_1 = g_{1,2}^3)$$

(obr. 2a), soustavu isoplét pro z_9

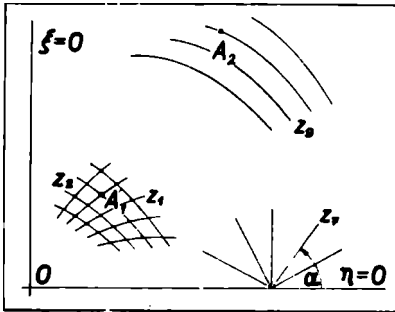
$$(1,22) \quad F(\xi_2, \eta_2; z_9) = 0$$

a svazek kótovaných paprsků, jichž úhel s osou $\eta = 0$ buď funkcí z_7

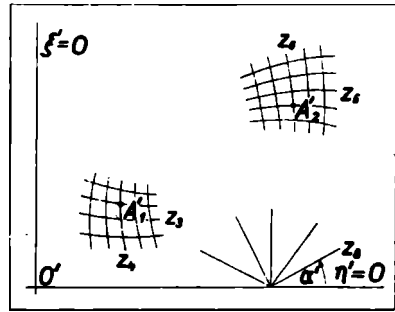
$$(1,23) \quad \alpha = f_7^4)$$

V horní rovině (obr. 2b) mějme dvě binární stupnice pro (z_3, z_4)

a (z_5, z_6)



Obr. 2a).



Obr. 2b).

Schema nomogramu o třech stupních volnosti; a) podklad, b) průsvitka.

$$(1,24) \quad \begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4} & \eta'_1 &= -g_{3,4} \\ \xi'_2 &= f_{5,6} & \eta'_2 &= g_{5,6} \end{aligned}$$

a svazek kótovaných paprsků, jichž úhel s osou $\eta' = 0$ buď funkcí z_8

$$(1,25) \quad \alpha' = -f_8^4)$$

²⁾ Viz PLESKOT, I. c. str. 74.

³⁾ Obvykle se neklade čárka mezi oba indexy, jichž se užívá v nomografii k označení funkcí dvou proměnných. My však budeme nyní užívatí funkcí i více než 9 proměnných, takže indexy budou také čísla dvoumístná. Musíme proto vkládati čárku mezi indexy, abychom rozlišili funkci $f_{1,2}$ dvou proměnných z_1, z_2 od funkce f_{12} jedné proměnné z_{12} .

⁴⁾ Vrchol tohoto svazku paprsků ovšem nemusí být na ose souřadnic jako v obr. 2. Umístili jsme jej tam pouze pro názornější vyznačení úhlů α resp. α' .

Položme horní rovinu bodem $A'_1(\xi'_1, \eta'_1)$, jehož kóty v binární stupnici jsou (z_3, z_4) , na bod $A_1(\xi_1, \eta_1)$ binární stupnice v dolní rovině, jehož kóty jsou (z_1, z_2) , a otočme horní rovinu kolem bodu $A_1 \equiv A'_1$ proti rovině dolní o úhel

$$(1,26) \quad \psi = \alpha - \alpha' = f_7 + f_8$$

tak, aby paprsky o kótách z_7 a z_8 byly rovnoběžné (obr. 2). Bod A_2 isopléty o kótě z_9 , na něž padne bod $A'_2(\xi'_2, \eta'_2)$ binární stupnice pro (z_5, z_6) , má podle (1,11) a (1,21) až (1,26) souřadnice

$$\begin{aligned} \xi_2 &= f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos(f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) \\ \eta_2 &= g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos(f_7 + f_8) \end{aligned}$$

kteří hová rovnici (1,22). Dosadíme-li je tam, dostaneme rovnici mezi devíti proměnnými z_1, z_2, \dots, z_9

$$(1,27) \quad F(M, N; z_9) = 0,$$

v níž M, N jsou funkce osmi proměnných tvaru

$$(1,28) \quad \begin{aligned} M &= f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos(f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) \\ N &= g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos(f_7 + f_8). \end{aligned}$$

Naopak, jsou-li dány hodnoty kterýchkoliv osmi proměnných z_i , dovoluje obr. 2 čísti hodnotu deváté, která splňuje rovnici (1,27). Jest to tedy nomogram rovnice (1,27).

1,3. Horní rovina nomogramů tohoto druhu musí býti z průhledné, transparentní látky, aby bylo možno čísti kóty útvarů v rovině spodní. Budeme ji stručně nazývatí průsvítkou (franc. transparent, něm. Schiebeblatt). Dolní rovině budeme říkati podklad (franc. fond, něm. Grundblatt) a nomogramům tohoto druhu nomogramy s průsvítkou. Za podklad doporučuje se voliti neprůhledný papír kreslicí, aby proti němu útvary na průsvítce dostatečně kontrastovaly.

Na věci by se zřejmě nic nezměnilo, kdybychom naopak umístili na podkladě veškeré útvary, které jsme označovali akcentem, a na průsvítce útvary bez akcentu. Toho skutečně často užíváme z praktických důvodů. Za průsvítku volíme zpravidla onu rovinu, v níž jsou útvary méně složité, čímž docílujeme její lepší průhlednosti.

Při sestrojování nomogramů s průsvitkou nějaké rovnice uvedeme ji vždy napřed na tvar (1,27) a (1,28), z něhož vypíšeme podle čl. 1,2 velmi snadno rovnice (1,21) až (1,25) kótovaných útvarů v tomto nomogramu. Obdobně jako u spojnicových nomogramů budeme proto nazývat (1,27) a (1,28) kanonickým tvarem zobrazované rovnice a (1,21) až (1,25) konstrukčními nebo zobrazovacími rovnicemi nomogramu.

1.4. Na každém nomogramu s průsvitkou jest uvést klíč, podle kterého se má čísti. Za účelem stručného vyjadřování si zavedeme označení geometrických útvarů podle tab. 1.

Tab. 1.

Útvar	Označení
Bod binární stupnice, která zobrazuje proměnné z_m a z_n	$P(z_m, z_n)$ nebo $P_{m, n}$
Bod křivé nebo přímé stupnice, která zobrazuje proměnnou z_n	$P(z_n)$ nebo P_n
Bod úběžný přímé isopléty o kótě z_n	$P_\infty(z_n)$
Jakýkoliv bod nekótovaný	P, O (počátek) atd.
• Úběžný bod přímky o rovnici $\eta = 0$	$U(\eta = 0)$
Isoplétu systému, který zobrazuje proměnnou z_n	$L(z_n)$ nebo L_n
Totéž, jsou-li isopléty přímky	$D(z_n)$ nebo D_n
Totéž, jsou-li přímé isopléty rovnoběžné	$A(z_n)$ nebo A_n
Tvoří-li isopléty systém kružnic, označíme kružnici o kótě z_n	$C(z_n)$ nebo C_n
Totéž, jsou-li kružnice soustředné	$I(z_n)$ nebo I'_n
Nekótovanou křivku (index)	I
Nekótovanou přímku (přímý index)	I_d
Nekótovanou kružnici	I_c

Body a křivky průsvitky budeme akcentem odlišovati od bodů podkladu.

Padne-li bod $P'_{5,6}$ průsvitky na isoplétu L_9 podkladu, označíme to symbolem

$$P'_{5,6} \mid\!-\!| L_9.$$

Padne-li bod $P'_{3,4}$ na bod $P_{1,2}$, označíme to symbolem

$$P'_{3,4} \mid\!-\!| P_{1,2},$$

neboť vlastně $P'_{3,4}$ padne současně na dvě isopléty $L(z_1)$ a $L(z_2)$ binární stupnice (z_1, z_2) . Podle toho klíč nomogramu v obr. 2 jest

$$P'_{3,4} \mid\!-\!| P_{1,2}, \quad P'_{\infty}(z_8) \mid\!-\!| D_7, \quad P'_{5,6} \mid\!-\!| L_9$$

a čteme jej takto: Bod $P'_{3,4}$ binární stupnice (z_3, z_4) na průsvitce položíme na bod $P_{1,2}$ binární stupnice (z_1, z_2) na podkladě a otočíme průsvitku kolem tohoto bodu $P'_{3,4} \equiv P_{1,2}$, až paprsek kótovaný na ní z_8 bude rovnoběžný s paprskem kótovaným z_7 na podkladě; bod $P'_{5,6}$ binární stupnice (z_5, z_6) na průsvitce padne pak na isoplétu o kótě z_9 na podkladu.

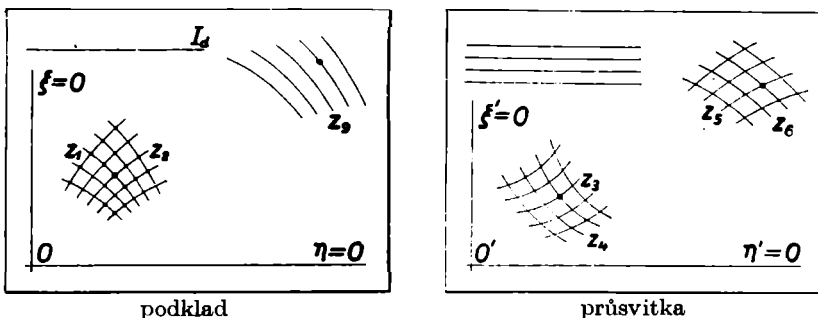
V nomogramu načrtnutém v obr. 2 mají obě roviny navzájem tři stupně volnosti pohybu: Posuny (translace) ve směru obou os a vzájemnou rotaci. Kdybychom oběma rovinám udělili navzájem menší počet stupňů volnosti pohybu, obdržíme řadu speciálnějších nomogramů, jimiž můžeme zobrazovati funkce o menším počtu argumentů.

1,5. Ponecháme-li oběma rovinám posuny směrem obou os, nikoliv však vzájemnou rotaci, bude v (1,11) $\psi = 0$. Místo (1,28) budou tedy M a N mít tvar

$$(1,51) \quad M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}; \quad N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6},$$

takže (1,27) bude rovnicí mezi pouze 7 proměnnými z_1, z_2, \dots, z_6 a z_9 . Tentýž výsledek bychom byli ostatně obdrželi, kdybychom byli v (1,28) položili $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Nomogram má tvar načrtnutý v obr. 3 a sestrojujeme jej podle rovnic (1,21), (1,22) a (1,24), které se nemění.

Vyloučení vzájemné rotace obou rovin docílíme jednoduše přímým indexem I_d na podkladě (na př. $I_d \parallel \eta = 0$ a soustavou rovnoběžek s I_d na průsvitce nebo obráceně. Jsou-li rovnoběžky dosti



Obr. 3. Schema nomogramu o dvou posuvech a bez rotace.

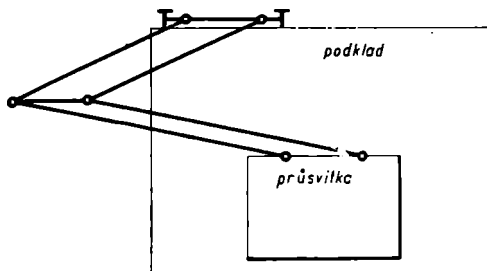
husté, lze tím docílití velmi přesného posunování průsvitky po podkladě bez vzájemného natáčení.

Klíč k užívání tohoto nomogramu

$$P'_{3,4} \parallel P_{1,2}; \quad U'(\eta' = 0) \parallel I_d, \quad P'_{5,6} \parallel L_9$$

čteme: Bod (z_3, z_4) ztotožníme se (z_1, z_2) , osy souřadnic v obou rovnicích zachováme rovnoběžné, načež kóta z_9 isopléty jdoucí bodem (z_5, z_6) hová rovnici (1,27), v níž M, N jsou hodnoty (1,51).

Mechanicky docílíme vedení průsvitky po podkladě bez rotace buď artikulovaným zařízením načrtnutým v obr. 4, které bývá sou-



Obr. 4. Jeden způsob mechanického vedení průsvitky po podkladě pro nomogramy o dvou posuvech a bez rotace.

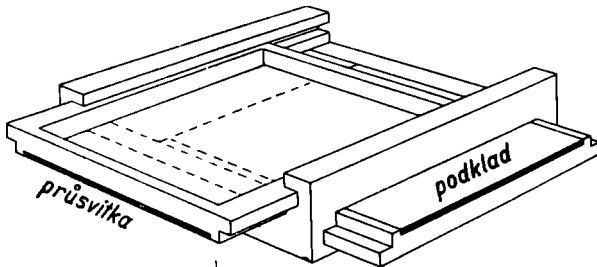
částí moderních kreslicích stolů (na př. značky Mikron), nebo užitím rámu s vedením pro posun podkladu směrem jedné osy souřadnic a průsvitky směrem druhé osy, kolmé na prvou (obr. 5).

Na příklad rovnici⁵⁾

$$(1,52) \quad t = -\frac{\rho}{\beta E} + \frac{a^2 \gamma^2 z^2}{24 \rho^2 \beta \cdot 10^6}$$

uvedeme na tvar (1,27), položíme-li

$$(1,53) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= f_{1,2} = -2\alpha(\log a - \log b_1) + \alpha \log \beta, \\ \eta_1 &= g_{1,2} = +\delta(\log \beta - \log c_1), \\ \xi'_2 &= f_{5,6} = -2\alpha(\log z - \log b_2) + 2\alpha \log \rho, \\ \eta'_2 &= g_{5,6} = -\delta(\log \rho - \log c_2), \\ -\xi'_1 &= f_{3,4} = -2\alpha(\log \gamma - \log b_3), \\ -\eta'_1 &= g_{3,4} = +\delta(\log E - \log c_3), \end{aligned}$$



Obr. 5. Jiný způsob mechanického vedení průsvivky po podkladě pro nomogramy o dvou posuvech a bez rotace.

kde \log značí logaritmy desítkové a α, δ, b_i a c_i , ($i = 1; 2; 3$) stálé, které zvolíme vhodně až později. Obdržíme pak

$$M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6} = -\alpha \log \left[\frac{a^2 \gamma^2 z^2}{\rho^2 \beta} \cdot \frac{1}{b_1^2 \cdot b_2^2 \cdot b_3^2} \right],$$

$$N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6} = -\delta \log \left[\frac{\rho}{\beta E} \cdot \frac{c_1 c_3}{c_2} \right].$$

⁵⁾ Dr. Ing. J. ŘEZNÍČEK-Ing. Š. MATĚNA: Universální diagramy pro výpočet vrchních vedení krátkých rozpětí, vzorec (5'). Elektrotechnický obzor XXII, a Dr. V. HRUŠKA-Dr. Ing. V. KELBICH: Universální nomogram pro mechanický výpočet venkovních elektrických vedení, tamtéž roč. XXV (1936).

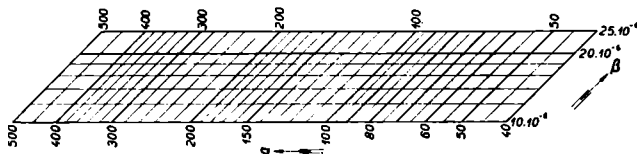
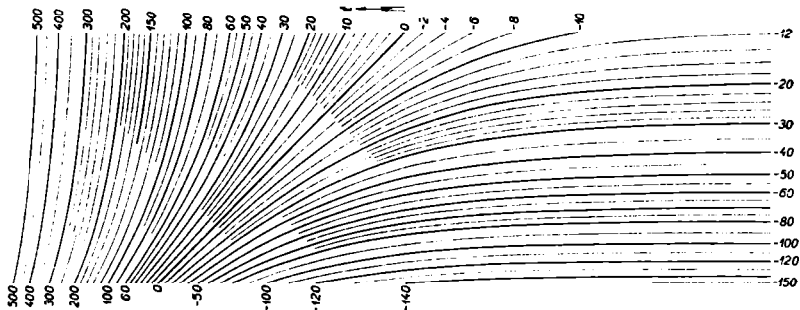
V rovnici (1,52) jsme užíli spec. váhy γ kg/dm³ vedení místo váhy ξ kg/m vodiče o průřezu 1 mm², jelikož ξ jsme užívali k označení souřadnice. Ostatně jest $\gamma = 1000 \xi$.

Rovnici (1,52) lze tedy psát ve tvaru (1,27)

$$t = -\frac{c_2}{c_1 c_3} 10^{-\eta_1 \delta} + \frac{b_1^2 b_2^2 b_3^2}{24 \cdot 10^6} \cdot 10^{-M: \delta},$$

pročež isopléty t mají rovnici podle (1,22)

$$10^{-\xi_1 \delta} \cdot \frac{b_1^2 b_2^2 b_3^2}{24 \cdot 10^6} - 10^{-\eta_1 \delta} \frac{c_2}{c_1 c_3} = t.$$



Obr. 6. Podklad nomogramu funkce $t = -\frac{p}{\beta E} + \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot z^2}{24 \cdot p^2 \cdot \beta \cdot 10^6}$

(asi v třetině velikosti uvedené v textu).

Průsvitku k tomuto podkladu viz v kapse na konci knihy.

Konstanty α , δ , b_i , c_i , ($i = 1; 2; 3$) volme tak, aby stupnice měly vhodný rozměr a vhodnou polohu, hlavně aby stupnice do sebe navzájem nezasahovaly. Při rozsazích $40 \leq a \leq 500$, $10 \leq \beta \cdot 10^6 \leq 25$, $1 \leq z \leq 5$, $3 \leq p \leq 30$, $2 \leq \gamma \leq 10$, $5000 \leq E \leq 25000$ volme tedy vhodně $\alpha = \delta = 9$ cm, $b_1^2 = 125 \cdot 10^6$, $b_2 = 0,24$, $b_3 = 2$, $c_1 = 10^{-4}$, $c_2 = 300$, $c_3 = 25000$ (obr. 6).

Isopléty a binární stupnice (a , β) pak jsou rovnoběžky

$$(a) \quad \eta_1 - \xi_1 = 18 (\log a - \log 500) \sqrt{5}$$

a isopléty β rovnoběžky s osou

$$(\beta) \quad \eta_1 = 9 (\log \beta - \log 10^{-4}).$$

V stupnici (z, p) obdržíme rovněž vesměs přímé isopléty

$$(z) \quad 2\eta'_2 + \xi'_2 = -18 (\log z - \log 72),$$

$$(p) \quad \eta'_2 = -9 (\log p - \log 300),$$

kdežto v stupnici (γ, E) isopléty jsou rovnoběžky s osami.

$$(\gamma, E) \quad \xi'_1 = 18 (\log \gamma - \log 2), \quad \eta'_1 = -9 (\log E - \log 25000).$$

Rovnice isoplét t nyní zní

$$(1,54) \quad 120 \cdot 10^{-\xi_2:9} - 120 \cdot 10^{-\eta_2:9} = t.$$

Isopléta $t = 0$ jest přímka

$$(1,55) \quad \eta_2 = \xi_2,$$

která jest také společnou asymptotou všech isoplét. Píšeme-li totiž (1,54) ve tvaru

$$\eta_2 = \xi_2 - 9 \log \left(-\frac{t}{120} \cdot 10^{\xi_2:9} + 1 \right),$$

vidíme, že při $\xi_2 \rightarrow -\infty$ blíží se tato křivka přímce (1,55). Píšeme-li rovnici (1,54) jednou ve tvaru

$$\eta_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} + 10^{-\xi_2:9} \right)$$

a po druhé ve tvaru

$$\xi_2 = -9 \log \left(\frac{t}{120} + 10^{-\eta_2:9} \right)$$

vidíme, že kromě toho isopléty $t < 0$ mají asymptotu

$$\eta_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} \right), \quad \xi_2 > 0$$

a isopléty $t > 0$ asymptotu

$$\xi_2 = -9 \log \left(\frac{t}{120} \right), \quad \eta_2 > 0.$$

Isopléty jsou v podstatě addiční a subtrakční křivky.⁶⁾ Při jejich sestrojování si všimněte, že vytínají na každé přímce $\xi_2 = \text{konst.}$ stupnici funkce o proměnné t

⁶⁾ LÁSKA-HRUŠKA: Počet grafický a grafickomechanický, Praha 1923, str. 50.

$$(1,56) \quad \eta_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} + 10^{-\xi_2:9} \right)$$

a na každé přímce $\eta_2 = \text{konst.}$ stupnici funkce rovněž proměnné t

$$(1,57) \quad \xi_2 = -9 \log \left(\frac{-t}{120} + 10^{-\eta_2:9} \right),$$

kteřé sestrojujeme buď přímo výpočtem jednotlivých jejích bodů, nebo pohodlněji podle Dodatku 6,5. Spojením stejně kótovaných bodů několika takových stupnic obdržíme isopléty (t). Blíže o sestrovování takových soustav isoplét jako (1,54) viz Dodatky čl. 6,6.

Upozorníme ještě na příkladě (1,52), jak si počínati při převádění nějaké rovnice na kanonický tvar (1,27). Z (1,52) jest zřejmé, že člen

$$\frac{a^2 \gamma^2 z^2}{p^2 \beta}$$

můžeme logaritmováním převést na tvar

$$M = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}$$

a že člen

$$\frac{p}{\beta E}$$

můžeme rovněž logaritmováním současně převést na tvar

$$N = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6}.$$

Skutečně logaritmováním obou a vhodným přeskupením sčítanců na pravé straně obdržíme na př.

$$\log \frac{a^2 \gamma^2 z^2}{p^2 \beta} = (2 \log a - \log \beta) + 2 (\log z - \log p) + 2 \log \gamma$$

$$\log \frac{p}{\beta E} = -\log \beta + \log p - \log E$$

a odtud vidíme, že položením

$$(1,58) \quad \begin{aligned} f_{1,2} &= 2 \log a - \log \beta, & g_{1,2} &= -\log \beta \\ f_{3,4} &= 2 (\log z - \log p), & g_{3,4} &= \log p, \\ f_{5,6} &= 2 \log \gamma, & g_{5,6} &= -\log E, \\ M &= f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6}, & N &= g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6} \end{aligned}$$

obdržíme již (1,52) ve tvaru (1,27)

$$(1,59) \quad t = -10^N + \frac{1}{24 \cdot 10^6} \cdot 10^M.$$

Jiné takové možné přeskupení by bylo na př.

$$\log \frac{a^2 \gamma^2 z^2}{p^2 \beta} = 2 (\log a - \log \tilde{p}) + (2 \log z - \log \beta) + 2 \log \gamma,$$

$$\log \frac{p}{\beta E} = \log p - \log \beta - \log E,$$

atd. Prvé přeskupení bylo při sestrojení nomogramu voleno proto, že při výpočtech elektrických venkovních vedení se mění pouze t , z , p , kdežto ostatní: a , β , γ , E jsou dané veličiny; zastavíme-li tedy jednou průsvitku pomocí těchto daných veličin, nepotřebujeme při změnách t , z , p již průsvitkou vůbec pohybovati, čemuž by tak nebylo při přeskupení druhém.

Volba (1,58) by ovšem mohla vésti, a zpravidla by i vedla, k stupnicím buď nevhodně velkým, nebo k stupnicím nečitelně malým. Rovněž by jedna stupnice mohla zasahovati do druhé a tím rušiti čitelnost obou. Odpomůžeme tomu tím, že místo funkcí (1,58) zavedeme za funkce $f_{i,k}$ a $g_{i,k}$ funkce trochu odlišné, které budou obsahovati vhodný počet konstant, jichž volbou budeme moci měniti velikost a polohu stupnic na nomogramu. Tak volíme-li místo funkcí (1,58) funkce (1,53), jichž jsme užili na počátku tohoto příkladu a které obsahovaly dosud neurčené stálé α , δ , b_i , c_i , můžeme volbou α a δ měniti velikost stupnic a volbou b_i a c_i jejich polohu vzhledem k soustavě souřadnic. Na úpravu rovnice (1,52) na tvar (1,27) má to pouze ten vliv, že nyní místo rovnice (1,59) obdržíme

$$t = \frac{c_2}{c_1 c_3} \cdot 10^{-N} \delta + \frac{b_1^2 b_2^2 b_3^2}{24 \cdot 10^6} \cdot 10^{-M} x$$

atd.

Jak vidno, zavádění takových vhodných konstant jako byly α , δ , b_i , c_i jest velmi důležité při skutečném sestrojování nomogramů. Jak najdeme vhodné hodnoty těchto konstant, bude podrobně ukázáno na příkladě propočteném v čl. 1,7 a 1,8.

Podobně jest možno zobraziti rovnice tvaru

$$f_{1,2} \cdot f_{3,4} \cdot f_{5,6} + g_{1,2} \cdot g_{3,4} \cdot g_{5,6} = f_7.$$

Soustava isoplét (z_7) se sestruje podle čl. 6,8.

1,6. Kdyby oběma rovinám zůstala vzájemná rotace a translace směrem jedné osy, na př. $\eta = 0$, budou míti opět dva stupně volnosti. Místo binárnými stupnicemi (z_1 , z_2) a (z_3 , z_4) určíme nyní vzájemnou polohu obou rovin posouváním obyčejné stupnice (z_3) na ose $\eta' = 0$ podél stupnice (z_1) na ose $\eta = 0$ (obr. 7). Klademe tedy místo (1,21)

$$(1,61) \quad \xi_1 = f_{1,2} \equiv f_1, \quad \eta_1 = g_{1,2} \equiv 0$$

a místo (1,24)

$$(1,62) \quad \begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4} - f_3, & \eta'_1 &= -g_{3,4} & 0 \\ \xi'_2 &= f_{5,6}, & \eta'_2 &= g_{5,6}. \end{aligned}$$

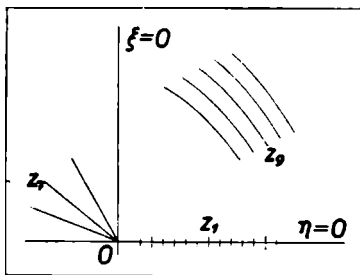
M, N v (1,27) budou tvaru

$$(1,63) \quad \begin{aligned} M &= f_1 + (f_3 + f_{5,6}) \cos(f_7 + f_8) - g_{5,6} \sin(f_7 + f_8), \\ N &= (f_3 + f_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) + g_{5,6} \cos(f_7 + f_8). \end{aligned}$$

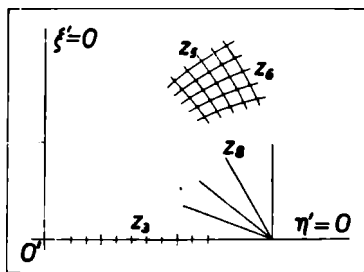
Rovnice (1,27) obsahuje opět 7 proměnných. Rovnice isoplét (1,22) zůstane nezměněna a vypíšeme ji přímo ze zobrazované rovnice (1,27).

Klíč ke čtení nomogramu je

$$P'_3 \equiv P_1; \quad P'_\infty(z_6) \equiv D_7; \quad P'_{5,6} \equiv L_9.$$



podklad



průsvitka

Obr. 7. Nomogram o jednom posuvu a rotaci.

1,7. Zůstane-li oběma rovinám pouze vzájemný posuv směrem osy $\eta = 0$, bez rotace, položíme v (1,63) opět prostě $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Nomogramem (obr. 8) zobrazují se rovnice (1,27) mezi pěti proměnnými, v nichž

$$(1,71) \quad M = f_1 + f_3 + f_{5,6}; \quad N = g_{5,6}.$$

Sestrojujeme jej podle rovnic (1,22), (1,61) a (1,62) a jeho klíč je

$$P'_3 \equiv P_1; \quad U'(\eta' = 0) \equiv I_d; \quad P'_{5,6} \equiv L_9.$$

Mechanicky zajistíme translaci směrem osy $\eta = 0$ drážkami na podkladě, do nichž zasuneme okraje průsvitky (obr. 8). Nomogram se stává počítacím pravítkem, jehož speciálním případem je pravítko logaritmické. (Viz Dodatky čl. 6,9.)

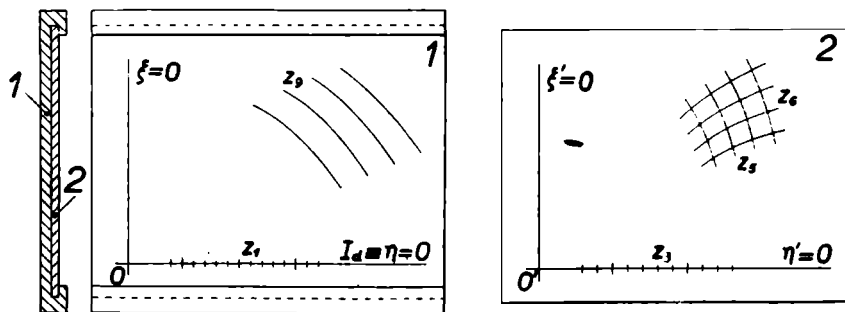
Na příklad rovnici

$$(1,72) \quad pv^n = p_0 v_0^n, \\ 0,6 \leq p, p_0 \leq 40; \quad 0,5 \leq v, v_0 \leq 20; \quad 1 \leq n \leq 1,4$$

uvedme na tvar

$$(1,73) \quad \alpha(a + \log p) - \alpha(b + \log p_0) + \alpha[n(c + \log v) - a + b] = \\ = \frac{\alpha}{\beta}(n - d) \cdot \beta(c + \log v_0) + \alpha d(c + \log v_0).$$

Sestrojíme-li na průsvitce stupnice



Obr. 8. Schema nomogramu o jednom posuvu upraveného ve tvar počítacího pravítka. Podklad 1 je opatřen žlábkem pro vedení průsvitky 2.

$$(p_0) \quad \xi'_1 = -f_3 = \alpha(b + \log p_0), \quad \eta'_1 = 0,$$

$$(n, v) \quad \xi'_2 = f_{5,6} = \alpha[n(c + \log v) - a + b], \quad \eta'_2 = g_{5,6} = \frac{\alpha}{\beta}(n - d)$$

a na podkladě stupnice

$$(p) \quad \xi_1 = f_1 = \alpha(a + \log p), \quad \eta_1 = 0$$

obdržíme podle (1,71)

$$(1,74) \quad M = \alpha(a + \log p) - \alpha(b + \log p_0) + \alpha[n(c + \log v) - a + b] \\ N = \frac{\alpha}{\beta}(n - d).$$

Rovnici (1,73) lze nyní psáti ve tvaru (1,27)

$$(1,75) \quad M = N \cdot \beta(c + \log v_0) + \alpha d(c + \log v_0).$$

Srovnáním s (1,22) plyne, že isopléty v_0 na podkladě mají rovnici

$$(v_0) \quad \xi_2 = (\beta\eta_2 + \alpha d) (c + \log v_0).$$

V binární stupnici (n, v) isopléty n jsou rovnoběžky s osou $\eta' = 0$.

Krajní z nich volme

$$n = 1; \quad \frac{\alpha}{\beta} (1 - d) = 2,4 \text{ cm},$$

$$n = 1,4; \quad \frac{\alpha}{\beta} (1,4 - d) = 8,4 \text{ cm}.$$

Odtud plyne

$$\alpha : \beta = 15 \text{ cm}; \quad d = 0,84.$$

Isopléty v_0 tvoří svazek paprsků o vrcholu $\xi_2 = 0$, $\eta_2 = -\frac{\alpha d}{\beta} = -12,6 \text{ cm}$ na ose $\xi = 0$. Disponujme c tak, aby krajní isopléty

$$v_0 = 0,5, \quad \xi_2 = \alpha \left(\frac{1}{15} \eta_2 + 0,84 \right) (c + \log 0,5)$$

$$v_0 = 20,0, \quad \xi_2 = \alpha \left(\frac{1}{15} \eta_2 + 0,84 \right) (c + \log 20)$$

byly souměrné k ose $\xi = 0$;

$$c + \log 0,5 = -(c + \log 20),$$

$$-c = \log \sqrt[3]{0,5 \cdot 20} \approx \log 3,1.$$

Tento svazek sestrojíme nejlépe z jeho průsečíků s přímkami

$$\eta_2 = 2,4 \text{ cm}; \quad \xi_2 = \alpha (\log v_p - \log 3,1),$$

$$\eta_2 = 8,4 \text{ cm}; \quad \xi_2 = 1,4 \alpha (\log v_0 - \log 3,1),$$

jelikož jeho vrchol $(0; -12,6)$ padne mimo nákresnu.

Modul α mají však také logaritmické stupnice pro p a p_0 na osách $\eta = 0$ a $\eta' = 0$. Aby měly přiměřené rozměry, volme $\alpha = 5 \text{ cm}$, takže i svazek isoplét v_0 bude mít vhodnou šířku. Obě stupnice (p) a (p_0) umístíme na osách $\eta_1 = 0$ resp. $\eta'_1 = 0$ opět přibližně souměrně k osám $\xi = 0$ a $\xi' = 0$, aby nomogram vypadl co nejkratší. Vyžaduje to volbu

$$-a = -b = \log \sqrt[3]{0,6 \cdot 40} \approx \log 5.$$

Celkem tedy máme sestrojiti: Na podkladě stupnici

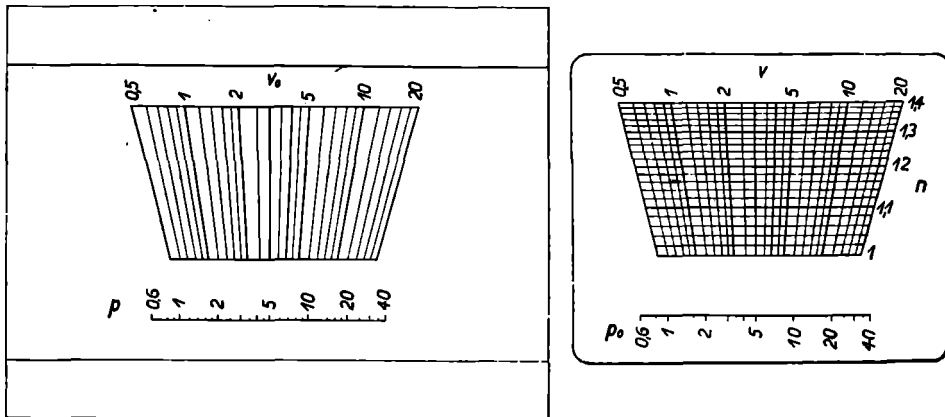
$$(p) \quad \xi_1 = 5 (\log p - \log 5); \quad \eta_1 = 0$$

a svazek isoplét

$$(v_0) \quad \xi_2 = \left(\frac{1}{3} \eta_2 + 4,2 \right) (\log v_0 - \log 3,1).$$

Na průsvitce pak stupnici

$$(p_0) \quad \xi'_1 = 5 (\log p_0 - \log 5); \quad \eta'_1 = 0$$



podklad

průsvitka

Obr. 9. Nomogram funkce $pv^n = p_0 v_0^n$ upravený jako počítací pravítko (asi v třetině velikosti uvedené v textu).

a binární stupnici

$$(n, v) \quad \xi'_2 = 5n(\log v - \log 3,1), \quad \eta'_2 = 15(n - 0,84),$$

v níž isopléty n jsou ekvidistantní rovnoběžky s $\eta' = 0$ a isopléty v tvoří svazek paprsků

$$\xi'_2 = \left(\frac{1}{3} \eta'_2 + 4,2 \right) (\log v - \log 3,1)$$

shodný se svazkem isoplét v_0 v rovině spodní. Nomogramu dáme vhodné tvar počítacího pravítka (obr. 9).

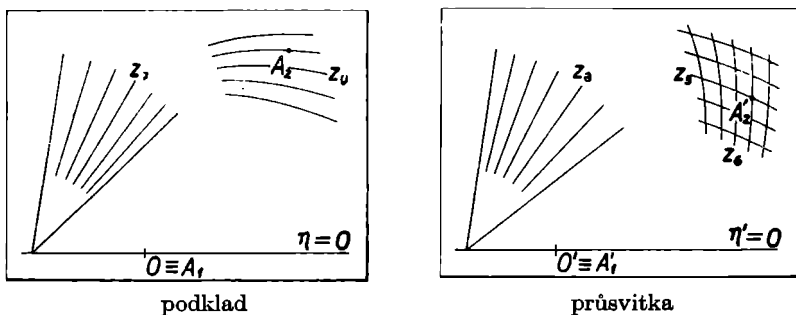
1,8. Může-li se průsvitka kolem počátku pouze otáčeti, náleží oběma rovinám (t. j. rovině podkladu a průsvitky) rovněž jediný

stupeň vzájemné volnosti. Nomogramy tohoto druhu nazýváme stručně rotačními; s oblibou jich užíváme pro snadnost mechanického vedení průsvitky po podkladě. Body $A_1 \equiv A'_1$ padnou do společného počátku, takže je

$$\begin{aligned}\xi_1 &= f_{1,2} \equiv 0; & \eta_1 &= g_{1,2} \equiv 0, \\ \xi'_1 &= -f_{3,4} \equiv 0; & \eta'_1 &= -g_{3,4} \equiv 0.\end{aligned}$$

Zbude tedy pouze

$$\begin{aligned}\xi'_2 &= f_{5,6}; & \eta'_2 &= g_{5,6}, \\ \alpha &= f_7, & \alpha' &= -f_8.\end{aligned}$$



Obr. 10. Schema nomogramu pouze s rotací průsvitky vzhledem k podkladu.

Výrazy M a N v (1,27) pak mají tvar

$$(1,81) \quad \begin{aligned}M &= f_{5,6} \cos (f_7 + f_8) - g_{5,6} \sin (f_7 + f_8), \\ N &= f_{5,6} \sin (f_7 + f_8) + g_{5,6} \cos (f_7 + f_8).\end{aligned}$$

Rovnice isoplét z_9 je opět (1,22).

Nomogramem se zobrazují rovnice mezi pěti proměnnými (obr. 10). Umístíme ještě vrcholy obou svazků přímých isoplét pro z_7 a z_8 v společném počátku $O \equiv O'$. Pak je můžeme nahradit dvěma stupnicemi pro z_7 a z_8 na kružnicích o stejném poloměru kolem počátku (obr. 11), v nichž jsme označili A_0 a A'_0 body, které při čtení nomogramu padnou na sebe. Klíč nomogramů jest tedy

$$[O' \equiv O, \quad P'_8 \equiv P_7, \quad P'_{5,6} \equiv L_9.]$$

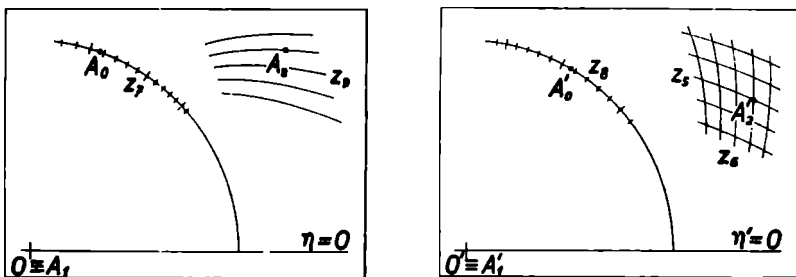
Místo úpravy rovnice na tvar (1,27); (1,81), která není právě jednoduchá, dáváme zpravidla přednost úpravě rovnice na tvar

(1,27); (1,71) a k sestrojení nomogramu užijeme pak prostě polárních souřadnic místo pravoúhlých.

$$\begin{aligned}
 A_0: & \bullet \varphi_0 = f_1; \varrho_0 = k = \text{konst.} \neq 0, \\
 (1,82) \ A'_0: & \varphi'_0 = -f_3; \varrho'_0 = k, \\
 A'_2: & \varphi'_2 = f_{5,6}; \varrho'_2 = g_{5,6}.
 \end{aligned}$$

Buď $A_2(\varphi_2, \varrho_2 = \varrho'_2)$ bod podkladu ležící pod bodem $A'_2(\varphi'_2, \varrho'_2)$ průsvitky, jestliže jsme průsvitku otočili kolem počátku $O \equiv O'$ tak, aby $A_0 \equiv A'_0$. Z rovnic

$$\sphericalangle A_2 O A_0 = \varphi_0 - \varphi_2 = \sphericalangle A'_2 O' A'_0 = \varphi'_0 - \varphi'_2; \quad \overline{O A_2} = \overline{O' A'_2},$$



podklad

průsvitka

Obr. 11. Variace nomogramu z obr. 10.

však plyne

$$(1,83) \quad \varphi_2 = \varphi_0 - \varphi'_0 + \varphi'_2 = f_1 + f_3 + f_{5,6} = M; \quad \varrho_2 = \varrho'_2 = g_{5,6} = N.$$

Rovnici isoplét pro z_9

$$(1,84) \quad F(\varphi_2, \varrho_2; z_9) = 0$$

vypíšeme tedy opět přímo z kanonického tvaru (1,27) zobrazované rovnice.

Tak v případě rovnice (1,72) uveďme ji opět na tvar (1,73) a podle (1,82) sestrojme stupnice

$$(p) \quad \varphi_0 = \alpha(a + \log p); \quad \varrho_0 = k = 10 \text{ cm},$$

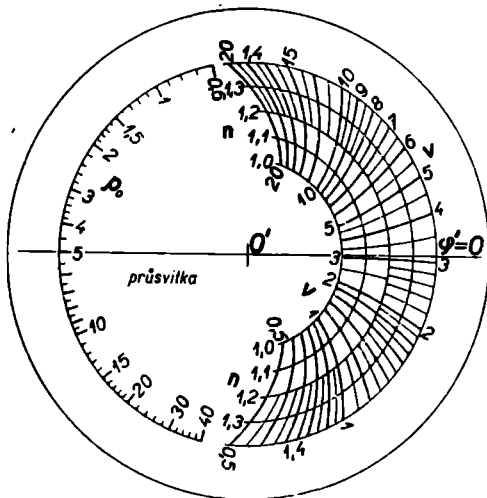
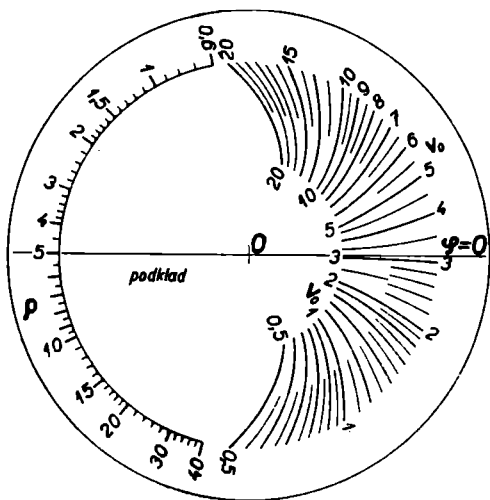
$$(p_0) \quad \varphi'_0 = \alpha(b + \log p_0); \quad \varrho'_0 = k = 10 \text{ cm},$$

$$(n, v): \quad \varphi'_2 = \alpha [n(\log v + c) - a + b]; \quad \varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta} (n - d).$$

Vzhledem k (1,83) mají M a N opět tvar (1,74) a rovnici (1,73) lze tedy uvést na tvar (1,75), z něhož plynou podle (1,84) rovnice isoplét

$$(v_0) \quad \varphi_2 = (\beta \varrho_2 + \alpha d) (c + \log v_0).$$

Isopléty n (obr. 12) jsou soustředné ekvidistantní kružnice kolem počátku O' , isopléty v jsou závitnice



Obr. 12. Nomogram funkce $pv^n = p_0 v_0^n$ ve tvaru rotačního počítačového pravitka (asi v $\frac{1}{4}$ velikosti uvedené v textu).

$$(v) \quad \varphi'_2 = (\beta \varrho'_2 + \alpha d) (c + \log v) + \alpha(b - a),$$

shodné se soustavou isoplét v_0 . Velikost binární stupnice (n, v) volme

$$n = 1,0;$$

$$\varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta} (1 - d) = 5 \text{ cm},$$

$$n = 1,4;$$

$$\varrho'_2 = \frac{\alpha}{\beta} (1,4 - d) = 10 \text{ cm},$$

odkud plyne

$$\alpha : \beta = 12,5 \text{ cm}; \quad d = 0,6.$$

Přímou isoplétu $v = 10^{-c}$ položíme do polární osy $\varphi' = 0$, takže $a = b$. Volme c tak, aby krajní isopléty

$$v = 20;$$

$$\varphi'_2 = (\beta \varrho'_2 + 0,6\alpha) (c + \log 20)$$

$$v = 0,5;$$

$$\varphi'_2 = (\beta \varrho'_2 + 0,6\alpha) (c + \log 0,5)$$

byly přibližně souměrně položené k přímé isoplétě $v = 10^{-c}$ na ose $\varphi' = 0$, takže

$$-c = \log \sqrt{0,5 \cdot 20} \approx \log 3,1.$$

Volme dále $a = b$ tak, aby každá ze stupnic (p_0) a (p) byla přibližně souměrně položená vzhledem k paprsku $\varphi' = \pi$ resp. $\varphi = \pi$

$$\alpha(\log 40 + b + \log 0,6 + b) = 2\pi$$

$$-b = \log \sqrt{0,6 \cdot 40} - \frac{\pi}{\alpha} \approx \log 5 - \frac{\pi}{\alpha}.$$

α volme tak, aby stupnice (p_0) nezasahovala do stupnice (n, v)

$$\alpha(\log 40 - \log 0,6) + 1,4\alpha(\log 20 - \log 0,5) \leq 2\pi, \\ \alpha \leq 1,54.$$

Volme tedy $\alpha = 1,5$. Odtud plyne $\beta = 0,12$, takže také úhel ω tečen krajních isoplét v s průvodičem

$$\cotg \omega = \frac{1}{\varrho'_2} \cdot \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\beta(\log 20 - \log 3,1)} \geq 1,04$$

nepřestoupí 44° . Isopléty v a n se pak neprotínají pod úhlem ostřejším než 46° .

Stupnice (p) se nalézá na kružnici o poloměru $k = 10$ cm. Rektifikujeme-li ji na tečnu kružnice, obdržíme na ní logaritmickou stupnici o mod. $k\alpha = 15$ cm, se stejnou kótou v dotyčném bodě, jakou má tento bod v (p). Provedeme-li tuto rektifikaci známým způsobem přibližně⁷⁾ promítnutím z bodu $\varphi = 0$, $\varrho = 2k = 20$ cm na tečnu v bodě $p = 5$, který jsme zvolili na $\varphi = \pi$, obrácením této konstrukce můžeme naopak přibližně sestrojiti vhodně dlouhý úsek stupnice (p) jako průmět takové logaritmické stupnice. Další úseky stupnice (p) přibližně sestrojujeme stejným způsobem promítáním téže logaritmické stupnice na některé jiné tečny kružnice, jejíž dotykový bod vhodně zvolíme v prvním, již sestrojném úseku stupnice (p) atd.

K přesnému sestrojení stupnice (p) bylo by však výhodné použití polárního koordinátografu, jakého používají zeměměřičtí inženýři k vynášení svých měření (na př. tachymetrických) na papír.

Stupnice (p_0) jest shodná s (p) a sestrojuje se právě tak. Rovněž isopléty (v) vytínají na kružnicích (n) takové stupnice. Sestrojíme-li tyto stupnice na jednotlivých isoplétách (n), spojením stejně kóto-

⁷⁾ V. HRUŠKA: Konstrukce omezenými prostředky a geometrické aproximace, str. 50 (sv. 7. sbírky Cesta k vědění, Praha 1940).

vaných bodů těchto stupnic dostaneme isopléty (v). Isopléty (v_0) sestrojujeme právě tak jako isopléty (v), s nimiž jsou shodné.

1,9. Kdyby obě roviny neměly vzájemně žádný stupeň volnosti, bylo by trvale v (1,81)

$$\psi = \alpha - \alpha' = f_7 + f_8 \equiv 0$$

a v (1,21)

$$M = f_{5,6}, \quad N \equiv g_{5,6}.$$

Nomogram by se stal obyčejným průsečkovým nomogramem rovnice

$$F(f_{5,6}, g_{5,6}; z_0) = 0,$$

která by byla rovnicí mezi 3 proměnnými z_5 , z_6 a z_0 .

2. KOMBINOVANÉ NOMOGRAMY S PRŮSVITKOU

2,1. Pro praktické používání jsou nejméně vhodné nomogramy s průsvitkou o jednom nebo dvou posuvech a rotaci (čl. 1,2, obr. 2 a čl. 1,6, obr. 7). Důvodem je, že velmi nesnadno docílíme, aby paprsek o kótě z_7 byl rovnoběžný s paprskem o kótě z_8 , jsou-li oba svazky od sebe příliš vzdálené. Tuto nesnáz často odstraníme níže uvedeným způsobem, který živě upomíná na kombinování obyčejných nomogramů průsečíkových nebo spojnicových [str. 87 PLESKOTA cit. v pozn. ¹) v čl. 1,1]. Odtud také jejich název.

2,2. Zobrazovaná rovnice

$$(2,21) \quad \Phi(z_1, \dots, z_6) = 0$$

nechť plyne eliminací pomocného parametru x z rovnic

$$(2,22) \quad F_1(x + f_{1,2}, g_{1,2}; z_3) = 0,$$

$$(2,23) \quad F_2(x + f_{4,5}, g_{4,5}; z_6) = 0.$$

Říkejme tomu stručně, že jsme rovnici (2,21) rozštěpili (franc. dissociation) v rovnice (2,22) a (2,23) zavedením pomocného parametru x . Zobraze obě rovnice (2,22) i (2,23) nomogramy o jednom posuvu bez rotace, které mají společný podklad i společnou průsvitku, použijte k tomu v každé z těchto rovin jedné a téže soustavy souřadnic (ξ, η) resp. (ξ', η') .

Podle čl. 1,6 a 1,7 jest tedy na nich nakresliti níže uvedené stupnice a soustavy isoplét:

$$(2,24) \quad \begin{array}{ll} (x) & \xi_1 = x, \quad \eta_1 = 0 \\ (O') & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0 \\ (z_1, z_2) & \xi'_2 = f_{1,2}, \quad \eta'_2 = g_{1,2} \end{array}$$

a voliti $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$. Jest tudíž u rovnice (2,22)

$$M = x + f_{1,2}, \quad N = g_{1,2},$$

pročež rovnice isoplét (z_3) zní

$$(z_3) \quad F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) = 0.$$

Podobně pro rovnici (2,23) obdržíme

$$\begin{aligned}
 (x) \quad & \xi_1 = x, \quad \eta_1 = 0 \\
 (2,25) \quad (O') \quad & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0 \\
 (z_4, z_5) \quad & \xi'_2 = f_{4,5}, \quad \eta'_2 = g_{4,5} \\
 & M = x + f_{4,5}, \quad N = g_{4,5}, \\
 (z_6) \quad & F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) = 0.
 \end{aligned}$$

Z těchto rovnic vidíme, že stupnice, které máme v těchto nomogramech sestrojiti na ose $\eta = 0$, jsou v obou nomogramech totožné a redukují se na jednu a tutéž stupnici (x). Rovněž obě stupnice, které máme v těchto nomogramech sestrojiti na ose $\eta' = 0$, redukují se na týž bod, totiž na počátek O' . Jelikož však nepotřebujeme znáti hodnotu pomocného parametru x , nemusíme pro něj vůbec sestrojovati pomocnou stupnici (x), a jelikož ke čtení nomogramu nepotřebujeme znáti ani počátek O' , můžeme jej spolu s O a s osami souřadnicovými $\xi = 0$ a $\xi' = 0$ prostě vymazati po sestrojení kombinovaného nomogramu. Osy $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ ovšem vymazati nesmíme, jelikož jich použijeme jako přímých indexů I_d a I'_d k vedení průsvítky po podkladě (obr. 13). Nedoporučuje se vymazávati je ani v případě, zajistíme-li toto vedení žlábků na okraji podkladu, uděláme-li tedy z nomogramu zase počítací pravítko, jako jsme to učinili již v čl. 1,7 (obr. 8). „Vyběhání“ těchto žlábků by totiž mělo nepříznivý vliv na přesnost kombinovaného nomogramu, což právě zmíněnými indexy dobře kontrolujeme.

Pokud jde o stupnice (z_1, z_2) a (z_4, z_5), mohou, a zpravidla budou navzájem různé.⁸⁾ Podobně soustavy isoplét (z_3) a (z_6)

⁸⁾ Pouze ve speciálních případech by se mohlo státi, že by stupnice (z_1, z_2) byla totožná se stupnicí (z_4, z_5), na př. kdyby bylo

$$\begin{aligned}
 f_{1,2} &= z_1 + z_2, & g_{1,2} &= z_1 - z_2, \\
 f_{4,5} &= z_4 + z_5, & g_{4,5} &= z_4 - z_5.
 \end{aligned}$$

Na čtení kombinovaného nomogramu to ovšem nemá vlivu. Jednou čteme v této společné stupnici hodnoty z_1, z_2 isoplétou soustavy (z_3) a po druhé hodnoty z_4, z_5 isoplétou soustavy (z_6). Upozornuji na tuto okolnost, která se ostatně někdy vyskytuje i u nomogramů spojnicových (viz na př. cit. V. PLESKOT, str. 120, příklad za cvičení: $ax + by = 1$; $cx + dy = 1$), aby jí začátečník nebyl desorientován.

Kdyby nám však tato okolnost vadila, mohli bychom použitím vhodných konstant podobně jako v čl. 1,5 a 1,7 docíliti i v tomto případě, aby stupnice

budou zpravidla navzájem různé, ačkoliv i ty se mohou ve speciálních případech redukovat na jednu a tutéž soustavu, opět bez jakékoliv změny v užívání kombinovaného nomogramu.

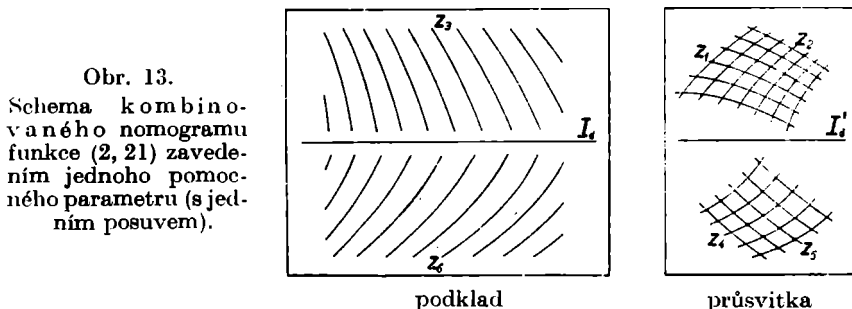
Nomogram je načrtnut v obr. 13 a má klíč

$$O' \xi' \equiv O \xi \text{ [nebo } U(I'_d) \equiv I_d], \quad P'_{1,2} \equiv L_3, \quad P'_{4,5} \equiv L_6.$$

Na příklad, mějme opět zobraziti funkci (1,52)

$$(2,26) \quad t = -\frac{p}{\beta E} + \frac{a^2 z^2 \gamma^2}{24 \cdot 10^6 \cdot p^2 \cdot \beta}$$

nomogramem o jednom posuvu. Jelikož v ní máme více proměnných, než tyto nomogramy jsou schopny zobraziti, snižme jejich počet zavedením nových proměnných⁹⁾



(z_1, z_2) byla sice shodná s (z_1, z_2) , nikoliv však s ní totožná. Stačilo by k tomu místo výše uvedené volby zavést v 2,24

$$\xi'_2 = \bar{f}_{1,2} = f_{1,2} + a, \quad \eta'_2 = \bar{g}_{1,2} = g_{1,2} + b,$$

v nichž stálé a, b by nebyly současně rovny nule. Pak by bylo

$$M = x + \bar{f}_{1,2} = x + f_{1,2} + a, \quad N = x + \bar{g}_{1,2} = x + g_{1,2} + b,$$

a kanonický tvar rovnice (2,22) by zněl

$$F_1(M - a, N - b; z_3) = 0,$$

což by mělo pouze ten vliv, že rovnice isoplét (z_3) by nyní zněla

$$F_1(\xi_2 - a, \eta_2 - b; z_3) = 0$$

místo

$$F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) = 0 \quad \text{atd.}$$

⁹⁾ Modul pružnosti E , specifická váha γ a koeficient tepelné roztažnosti β vystupují v rovnici (2,26) pouze ve spojeních βE a $\gamma^2 : \beta$. Proto nově zavedené veličiny A a B závisí výhradně na zvoleném materiálu jako je tomu s β, E a γ a plně charakterisují jeho vlastnosti, pokud jich potřebujeme při řešení našeho problému [viz konec pozn. ⁸⁾ na str. 11].

$$A = \beta E, \quad B = \gamma^2 : \beta,$$

$$0,08 \leq A \leq 0,3, \quad 0,3 \cdot 10^6 \leq B \leq 5 \cdot 10^6;$$

dále zavedme do ní vhodné konstanty $\alpha > 0$, ε , b_1 , b_2 , b_3 a užitím pomocného parametru x rozštěpme ji ve dvě rovnice

$$(2,27) \quad x - x \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}} + x \log b_1 - x \log \left[tb_2^{\varepsilon-1} \left(\frac{p}{b_2 A} \right)^{\varepsilon-1} + \right. \\ \left. + b_2^\varepsilon \left(\frac{p}{b_2 A} \right)^\varepsilon \right] = 0,$$

$$(2,28) \quad x - x \log b_3 B z^2 + \alpha \log b_3 - 2x \log \frac{a}{10^3 \sqrt[24]{24}} = 0,$$

z nichž (2,26) vychází zřejmě naopak eliminací x .

Obě rovnice (2,27) a (2,28) jsou na prvý pohled tvaru (2,22) a (2,23), klademe-li v nich

$$f_{1,2} = -x \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}}, \quad g_{1,2} = \delta \log \frac{p}{b_2 A}$$

$$F_1(\xi_2, \eta_2; t) =$$

$$(2,29) \quad = \xi_2 + x \log b_1 - x \log [tb_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{n_s(\varepsilon-1);d} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{n_s \varepsilon; d}]$$

$$f_{4,5} = -x \log b_3 B z^2,$$

$$F_2(\xi_2, \eta_2; a) = \xi_2 + \alpha \log b_3 - 2x \log \frac{a}{10^3 \sqrt[24]{24}}.$$

Číslo δ jest další konstanta, kterou spolu s ostatními později vhodně zvolíme.

Dokonce při této volbě $f_{1,2}$, $g_{1,2}$ a $f_{4,5}$ v (2,28) chybí $g_{4,5}$ a můžeme proto tuto funkci také libovolně zvoliti. Volme ji

$$g_{4,5} = \sigma \log b_4 B' z$$

tak, aby užíjeme-li rovnic (2,25), isopléty v binární stupnici

$$(B, z) \quad \sigma r \xi'_2 + \alpha \eta'_2 = \alpha \sigma (1 - 2r) \log z + \alpha \sigma \log (b_4 : b_3^r)$$

$$\sigma \xi'_2 + 2x \eta'_2 = \alpha \sigma (2r - 1) \log B + \alpha \sigma \log (b_4^2 : b_3)$$

byly přímky. Také v binární stupnici

$$(A, p) \quad \delta \xi'_2 - \alpha(\varepsilon - 1) \eta'_2 = -2x\delta (\log p - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-1} : b_1})$$

$$\delta \xi'_2 - \alpha(\varepsilon - 3) \eta'_2 = -2x\delta (\log A - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-3} : b_1})$$

isopléty jsou přímky.

Isopléty (a) jsou kolmice k ose $\eta_2 = 0$

$$(a) \quad \xi_2 = 2x \cdot (\log a - \log \sqrt[24]{24 \cdot 10^3 \cdot \sqrt[3]{b_3}}),$$

kdežto isopléty

$$(t) \quad \xi_2 + \alpha \log b_1 = x \log [t \cdot b_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{7\alpha(\varepsilon-1):\delta} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{7\varepsilon:\delta}]$$

jsou křivky typu (6,68) o společné asymptotě

$$T \equiv \xi_2 - \frac{\alpha\varepsilon}{\delta} \eta_2 + \alpha \log b_1 \cdot b_2^{-\varepsilon} = 0, \quad \eta_2 > 0,$$

která jest také isoplétou $t = 0$. Kromě toho isopléty $t > 0$ mají asymptotu

$$T_1 \equiv \xi_2 - \frac{\alpha(\varepsilon-1)}{\delta} \eta_2 - x (\log t - \log b_1 b_2^{1-\varepsilon}) = 0, \quad \eta_2 < 0$$

a isopléty $t < 0$ mají asymptotu

$$T_2 \equiv \eta_2 - \delta [\log (-t) - \log b_2] = 0, \quad \xi_2 < 0.$$

Sestrojovaly by se podle čl. 6,6.

Při rozsahu $40 \leq a \leq 500$ volme $x = 10$ cm tak, aby isopléty $a = 490$ a $a = 500$ byly od sebe asi 0,2 cm vzdálené. Volme $\varepsilon = 1$, takže isopléty (p) budou kolmé k ose $\eta' = 0$ a vzdálenost isoplét $p = 65$ a $p = 70$ bude asi 0,32 cm. Konečně volme $\delta = 12$ cm, aby isopléty (A) o směrnici $-0,6$ nesvíraly příliš ostrý úhel s isoplétami (p). Směrnice isopléty $t = 0$ bude 1,2 a směrnice druhých asymptot isoplét $t > 0$ bude ∞ , kdežto směrnice druhých asymptot isoplét $t < 0$ bude 0. Volme $b_1 = 1:9$, $b_2 = 8$ tak, aby nejnižší bod ($p = 3$; $A = 0,3$) stupnice (A, p) měl souřadnice (0; 1,16 cm). Volme dále $\sigma = 12$ cm, $r = -0,5$, $b_3 = 3,81 \cdot 10^{-6}$ a $b_4 = 90$ tak, aby isopléty stupnice (B, z) měly směrnice $-0,6$ a $+0,6$, aby její nejvyšší bod měl souřadnici $\eta'_2 \approx -1$ cm a aby střed této stupnice ležel právě pod středem stupnice (A, p). Soustava isoplét (t) se volbou $\varepsilon = 1$ zjednoduší a sestrojuje se zase tak jako v čl. 1,5. Podle tohoto návodu sestrojte tento nomogram za cvičení!

2,3. Podobně, vznikne-li rovnice

$$(2,31) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_6) = 0$$

eliminací x z rovnic

$$(2,32) \quad F_1(f_{1,2} \cos x - g_{1,2} \sin x, f_{1,2} \sin x + g_{1,2} \cos x; z_3) = 0,$$

$$(2,33) \quad F_2(f_{4,5} \cos x - g_{4,5} \sin x, f_{4,5} \sin x + g_{4,5} \cos x; z_6) = 0,$$

zobrazme obě funkce podle čl. 1,8 dvěma rotačními nomogramy o téže průsvitce i témž podkladě. Klademe-li $f_7 = x$, $f_8 = 0$, svazek kótovaných paprsků pro z_8 se redukuje na přímý index $I'_d \equiv \equiv \eta' = 0$. Oba nomogramy sestrojíme pak podle rovnic:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0, & \eta_1 &= 0, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ x &= x, & \alpha' &= 0, \\ F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0, & \eta_1 &= 0, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{4,5}, & \eta'_2 &= g_{4,5}, \\ x &= x, & \alpha' &= 0, \\ F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) &= 0. \end{aligned}$$

Tvar nomogramu je načrtnut v obr. 14 a jeho klíč je

$$O' \dashv \dashv O, \quad P'_{1,2} \dashv \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv \dashv L_6.$$

Jelikož nepotřebujeme znáti pomocný parametr x , nekreslíme zase pro něj stupnici, ani index I'_d (v obr. 14 obé je proto tečkované).

Pohodlněji však upravujeme funkci (2,31) na tvar dvou rovnic

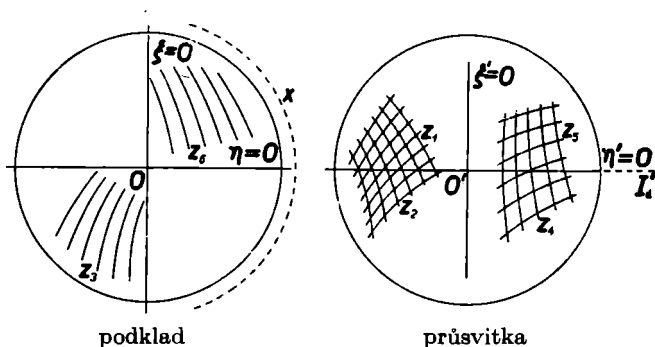
$$(2,34) \quad F_1(x + f_{1,2}, g_{1,2}; z_3) = 0, \quad F_2(x + f_{4,5}, g_{4,5}; z_6) = 0,$$

kteří opět zobrazíme podle vzorců (1,82) až (1,84) v polárních souřadnicích dvěma rotačními nomogramy o společném podkladu i průsvitce

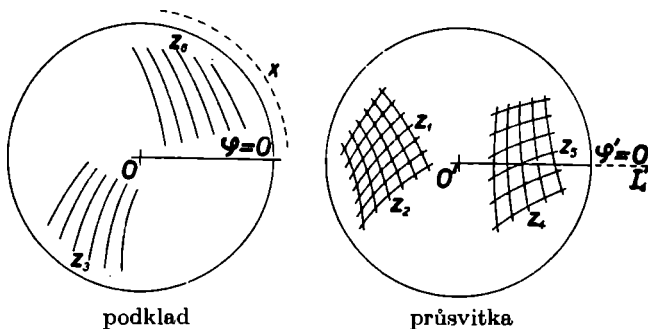
$$(2,35) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= x, & \varrho_1 &= k = \text{konst.} \neq 0, \\ \varphi'_1 &= 0, & \varrho'_1 &= k, \\ \varphi'_2 &= f_{1,2}, & \varrho'_2 &= g_{1,2}, \\ F_1(\varphi_2, \varrho_2; z_3) &= 0, \end{aligned}$$

$$(2,36) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= x, & \varrho_1 &= k = \text{konst.} \neq 0, \\ \varphi'_1 &= 0, & \varrho'_1 &= k, \\ \varphi'_2 &= f_{4,5}, & \varrho'_2 &= g_{1,5}, \end{aligned}$$

$$F_2(\varphi_2, \varrho_2; z_6) = 0.$$



Obr. 14. Schema pro sestavení kombinovaného nomogramu v pravouhlých souřadnicích zavedením jednoho pomocného parametru x s rotací průsvitky a bez posuvu.



Obr. 15. Schema pro sestavení kombinovaného nomogramu v polárních souřadnicích zavedením jednoho pomocného parametru x s rotací průsvitky bez posuvu.

Nomogram je znázorněn v obr. 15. Tečkovanou stupnicí pro x a index $I'_d \equiv \varphi' = 0$ opět nekreslíme. Klíč ke čtení nomogramu je jako dříve v obr. 14.

$$O' \text{ --- } O, \quad P'_{1,2} \text{ --- } L_3, \quad P'_{4,5} \text{ --- } L_6.$$

Na příklad funkci (2,26)

$$t = -\frac{p}{A} + \frac{a^2 z^2 B}{p^2 \cdot 24 \cdot 10^6}, \quad A = \beta E, \quad B = \gamma^2 : \beta,$$

zase převedeme nejprve na tvar rovnic (2,34) stejným způsobem jako jsme ji v čl. 2,2 upravili na rovnice (2,27) a (2,28). Klademe-li pak podle (2,35) a (2,36) opět

$$\varphi'_2 = f_{1,2} = -\alpha \cdot \log b_1 \frac{A^{\varepsilon-1}}{p^{\varepsilon-3}}, \quad \varrho'_2 = g_{1,2} = \delta \cdot \log \frac{p}{b_2 A},$$

$$\varphi'_2 = f_{4,5} = -\alpha \cdot \log b_3 B z^2, \quad \varrho'_2 = g_{4,5} = \sigma \cdot \log b_4 B^r z,$$

isopléty binární stupnice (p, A) jsou nyní Archimedovy závitnice

$$(p, A) \quad \delta \varphi'_2 - \alpha(\varepsilon - 1) \varrho'_2 = -2\alpha\delta(\log p - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-1} : b_1})$$

$$\delta \varphi'_2 - \alpha(\varepsilon - 3) \varrho'_2 = -2\alpha\delta(\log A - \log \sqrt{b_2^{\varepsilon-3} : b_1})$$

stejně jako isopléty

$$(z, B) \quad \sigma r \varphi'_2 + \alpha \varrho'_2 = \alpha \sigma (1 - 2r) \cdot \log z + \alpha \sigma \cdot \log b_4 : b_3^r,$$

$$\sigma \varphi'_2 + 2\alpha \varrho'_2 = \alpha \sigma (2r - 1) \cdot \log B + \alpha \sigma \cdot \log b_4^2 : b_3$$

binární stupnice (z, B) . Isopléty (a) jsou paprsky počátkem

$$(a) \quad \varphi_2 = 2\alpha \cdot (\log a - \log \sqrt{24 \cdot 10^3} \sqrt{b_3})$$

a isopléty

$$(t) \quad \varphi_2 = \alpha \cdot \log \frac{1}{b_1} (t \cdot b_2^{\varepsilon-1} \cdot 10^{2\alpha(\varepsilon-1):\delta} + b_2^\varepsilon \cdot 10^{e:\delta})$$

blíží se asymptoticky Archimedově závitnici

$$\varphi_2 - \frac{\alpha\varepsilon}{\delta} \varrho_2 + \alpha \log b_1 b_2^{-\varepsilon} = 0, \quad \lim \varrho_2 = +\infty,$$

která je také isoplétou $t = 0$. Isopléty $t > 0$ blíží se kromě toho Archimedově závitnici

$$\varphi_2 - \frac{\alpha(\varepsilon - 1)}{\delta} \varrho_2 - \alpha \log \frac{b_2^{\varepsilon-1}}{b_1} t = 0, \quad \lim \varrho_2 = -\infty.$$

a isopléty $t < 0$ kružnici

$$\varrho_2 = \delta \log \frac{-t}{b_2}, \quad \lim \varphi_2 = -\infty.$$

Derivováním rovnic isoplét (z) a (B) plyne, že jejich úhly s průvodičem jsou resp.

$$\cotg \omega_1 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = -\frac{\sigma r}{\alpha \varrho'_2}, \quad \cotg \omega_2 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = -\frac{\sigma}{2\alpha \varrho'_2}.$$

Volme je stejné opačných znamení v každém průsečíku některé isopléty (z) s isoplétami (B). To nám poskytne $r = -0,5$.

Ve stupnici (z, B) volme průvodič bodu ($z = 5, B = 3 \cdot 10^5$) nejvzdálenějšího od počátku asi 17,5 cm a asi 7 cm průvodič bodu ($z = 1, B = 5 \cdot 10^6$) počátku nejbližšího. Z toho plyne $\sigma = 8,66$ cm, $b_4 = 14300$.

Volme dále $|\cotg \omega_1| \leq 0,625$ ($|\omega_1| \geq 58^\circ$) v bodě nejvzdálenějším, z čehož plyne

$$\frac{\sigma}{\alpha} \leq 21,875, \quad \text{t. j.} \quad \alpha = \frac{8,66}{21,875} \approx 0,4.$$

Šířka stupnice (z, B) tedy pak bude

$$z = 5; \quad B = 5 \cdot 10^6, \quad \varphi'_2 = -\alpha \log b_3 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 25$$

$$z = 1; \quad B = 0,3 \cdot 10^6, \quad \varphi'_2 = -\alpha \log b_3 \cdot 0,3 \cdot 10^6$$

$$\bar{\varphi}'_2 - \varphi'_2 = \alpha \log \frac{125}{0,3} = 2,620 \alpha = 1,048,$$

t. j. asi 60° . Úhel ω_2 v bodě počátku nejbližším pak bude

$$\cotg \omega_2 = \frac{8,66}{0,8 \cdot 7} \approx 1,54; \quad \omega_2 \approx 33^\circ.$$

Isopléty (z, B) se tedy protínají pod úhlem 66° až 116° a isopléty (a) je pak protínají pod úhlem polovičním. Šířka svazku isoplét (a) obnáší

$$\bar{\varphi}_2 - \varphi_2 = 0,8 \log \frac{500}{40} = 0,878,$$

t. j. asi 50° .

Podobně δ volme tak, aby počátku nejbližší bod ($p = 3; A = 0,3$) stupnice (p, A) měl průvodič $\varrho'_2 \approx 7$ cm a aby nejvzdálenější její bod ($p = 70; A = 0,08$) měl průvodič $\varrho'_2 \approx 17,5$ cm. Z toho plyne $\delta \approx 5,4$ cm a $b_2 \approx 0,5$. Úhly isoplét (p) a (A) s průvodičem jsou

$$(p) \quad \cotg \omega_1 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{\delta}{\alpha(\varepsilon - 1)} = \frac{13,5}{\varrho'_2(\varepsilon - 1)}$$

$$(A) \quad \cotg \omega_2 = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{d\varrho'_2}{d\varphi'_2} = \frac{1}{\varrho'_2} \frac{\delta}{\alpha(\varepsilon - 3)} = \frac{13,5}{\varrho'_2(\varepsilon - 3)}$$

Kdybychom volili opět $\varepsilon = 1$, bude $\omega_1 = 0$, t. j. isopléty (p) budou průvodiče

$$\varphi'_2 = -0,8 \log p/\sqrt{b_1},$$

z nichž krajní $p = 3$ a $p = 70$ tvoří zase vhodný úhel asi 60° . Isopléty (A) tvoří s průvodiči také vhodné úhly:

$$\text{v } \varrho'_2 = 17,5 \text{ cm je } \cotg \omega_2 \approx -0,38; \quad |\omega_2| \approx 70^\circ,$$

$$\text{v } \varrho'_2 = 7 \text{ cm je } \cotg \omega_2 \approx -0,95; \quad |\omega_2| \approx 48^\circ.$$

Isopléty $t > 0$ budou pak míti za druhé asymptoty průvodič

$$\varphi_2 = \alpha \log \frac{t}{b_1}, \quad \lim \varrho_2 = -\infty.$$

Volme nyní ještě b_1 a b_3 tak, aby stupnice (p, A) a (z, B), které jsou obě na průsvitce, nezasahovaly do sebe navzájem, nejlépe tak, aby na př. (z, B) byla přibližně souměrně sdružená k průvodiči $\varphi'_2 = 0$, z čehož plyne $b_3 = 1,633 \cdot 10^{-7}$ a aby (p, A) byla přibližně souměrně sdružená k $\varphi'_2 = \pi$, z čehož plyne $b_1 = 6,73 \cdot 10^{-11}$.

Soustava isoplét (t) na podkladě a vytíná opět na každé kružnici $\varrho_2 = \text{konst.}$ stupnici funkce tvaru

$$\varphi_2 = \alpha \log (Rt + S), \quad (R, S \text{ stálé})$$

a, vzhledem k volbě $\varepsilon = 1$, vytíná i na každém průvodiči podobnou stupnici, které opět sestrojujeme podle čl. 1,5, resp. podle Dodatku čl. 6,6. Isopléty (A), (z), (B), které jsou Archimedovy závitnice, sestrojujeme podle čl. 1,8. Sestrojení nomogramu je zřejmě mnohem obtížnější než nomogramu téže funkce v čl. 2,2, jelikož místo přímých isoplét máme nyní Archimedovy závitnice. Přesvědčte se o tom za cvičení sestrojením tohoto nomogramu podle výše uvedeného návodu.

2,4. Nomogramem o dvou posuvech lze zobraziti rovnice

$$(2,41) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_n) = 0,$$

které vzniknou eliminací parametrů x, y z rovnic

$$(2,42) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2}, y + g_{1,2}; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5}, y + g_{4,5}; z_6) &= 0, \\ F_3(x + f_{7,8}, y + g_{7,8}; z_9) &= 0. \end{aligned}$$

Zobrazme všechny tři rovnice nomogramy o společném podkladě i průsvitce (obr. 16) podle rovnic

$$(2,43) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0. \end{aligned}$$

$$(2,44) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{4,5}, & \eta'_2 &= g_{4,5}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_2(\xi_2, \eta_2; z_6) &= 0. \end{aligned}$$

$$(2,45) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{7,8}, & \eta'_2 &= g_{7,8}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= 0, \\ F_3(\xi_2, \eta_2; z_9) &= 0. \end{aligned}$$

Binární stupnici (x, y) pro pomocné parametry opět nekreslíme.

Neužíváme-li nějakého mechanického zařízení k vyloučení rotace průsvitky proti podkladu (čl. 1,5), nakreslíme na průsvitce přímý index $I'_d \parallel \eta' = 0$ a na podkladě dosti hustou osnovu rovnoběžek I_d s $\eta = 0$. Snadno pak docílíme, aby I'_d byl stále rovnoběžný s $\eta = 0$.

Klíč k užívání nomogramu je

$$U(I'_d) \perp\!\!\!\perp I_d, \quad P'_{1,2} \perp\!\!\!\perp L_3, \quad P'_{4,5} \perp\!\!\!\perp L_6, \quad P'_{7,8} \perp\!\!\!\perp L_9.$$

Na příklad, měli bychom tímto způsobem zobraziti funkci

$$(2,46) \quad f_{7,8} = f_{1,2} + f_{4,5}.$$

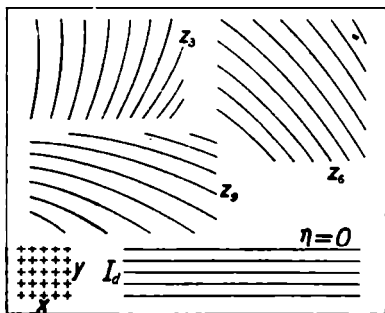
Rozložme ji takto v rovnice (2,42)

$$(2,47) \quad \begin{aligned} F_1 &\equiv x + 2f_{1,2} + y\sqrt{3} = 0, \\ F_2 &\equiv x + 2f_{4,5} - y\sqrt{3} = 0, \\ F_3 &\equiv x + f_{7,8} = 0, \end{aligned}$$

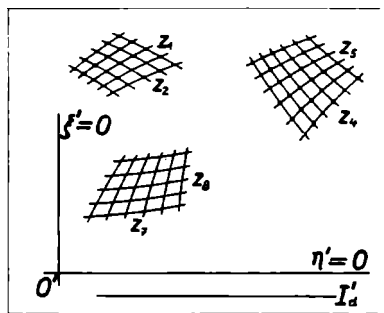
z nichž eliminací x, y vychází skutečně (2,46).

Píšeme-li rovnici

$$F_3 \equiv x + f_{7,8} + 0 \cdot g_{7,8} = 0,$$



podklad



průsvitka

Obr. 16. Schema kombinovaného nomogramu bez rotace, zavedením dvou pomocných parametrů x, y , které značí posuvy.

můžeme $g_{7,8}$ zcela libovolně zvoliti a klásti tedy podle (2,45)

$$(z_7, z_8) \quad \xi'_2 = f_{7,8}, \quad \eta'_2 = g_{7,8},$$

načež soustava isoplét (z_9) se redukuje na přímý index

$$(I_d^{7,8}) \quad \xi_2 = 0.$$

Abychom rovnici $F_1 = 0$ psali ve tvaru (2,42), zavedme do ní rovněž libovolnou funkci $g_{1,2}$

$$F_1 \equiv x + 2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3} + \sqrt{3} (y + g_{1,2}) = 0$$

a označme $2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3} = \bar{f}_{1,2}$, takže F_1 má pak skutečně tvar (2,42)

$$F_1 \equiv x + \bar{f}_{1,2} + \sqrt{3} (y + g_{1,2}) = 0.$$

Její zobrazení podle (2,43) tedy zprostředkují rovnice

$$(z_1, z_2) \quad \xi'_2 = \bar{f}_{1,2} = 2f_{1,2} - g_{1,2} \sqrt{3}, \quad \eta'_2 = g_{1,2},$$

$$(I_d^{1,2}) \quad F_1 \equiv \xi_2 + \sqrt{3}\eta_2 = 0.$$

A podobně to provedme s rovnicí $F_2 = 0$ zavedením do ní libovolné funkce $g_{4,5}$

$$F_2 \equiv x + 2f_{4,5} + g_{4,5} \sqrt{3} - \sqrt{3}(y + g_{4,5}) = 0,$$

načež její zobrazení zprostředkují rovnice

$$(z_4, z_5) \quad \xi'_2 = 2f_{4,5} + g_{4,5} \sqrt{3}, \quad \eta'_2 = g_{4,5},$$

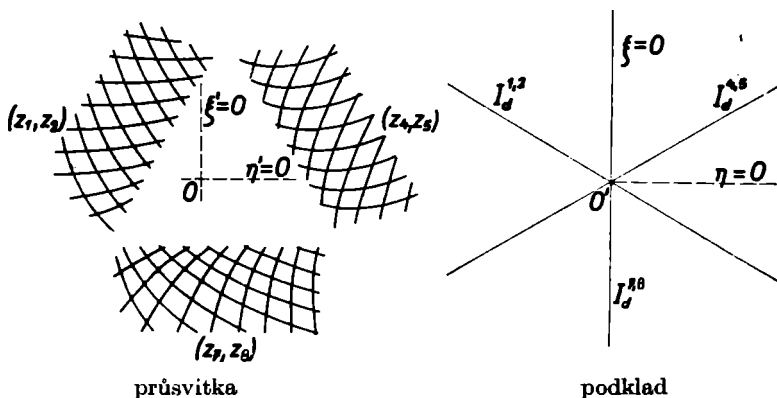
$$(I_d^{4,5}) \quad F_2 \equiv \xi_2 - \sqrt{3}\eta_2 = 0.$$

Obdrželi jsme takto celkem tři binární stupnice (z_1, z_2) , (z_4, z_5) a (z_7, z_6) na průsvitce a tři přímé indexy $I_d^{1,2}$, $I_d^{4,5}$ a $I_d^{7,8}$ na podkladě, které svírají navzájem úhly 60° a procházejí počátkem. Nomogram (obr. 17) je přímé zobecnění hexagonálních nomogramů¹⁰⁾, zaměníme-li podklad a průsvitku. Skutečně, redukují-li se funkce

$$f_{1,2} \equiv f_1; \quad f_{4,5} \equiv f_4; \quad f_{7,8} \equiv f_7 \quad \cdot$$

a volíme-li za libovolné funkce

$$g_{1,2} \equiv \frac{\sqrt{3}}{2} f_1 + a; \quad g_{4,5} \equiv -\frac{\sqrt{3}}{2} f_4 + a; \quad g_{7,8} \equiv 0; \quad a \text{ stálá,}$$



Obr. 17. Schema zobecněného hexagonálního nomogramu (kombinovaný nomogram s průsvitkou o dvou posuvech).

¹⁰⁾ V pozn. ⁶⁾ na str. 13. cit. LÁSKA-HRUŠKA str. 73.

obdržíme stupnici (z_7) na ose $\eta' = 0$, stupnici

$$(z_1) \quad \xi'_2 = \frac{1}{2}f_1 - a\sqrt{3}; \quad \eta'_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}f_1 + a$$

na přímce

$$\eta'_2 = \xi'_2 \sqrt{3} + 4a,$$

jejíž rovnice plyne eliminací f_1 z obou rovnic (z_1) a stupnici

$$(z_4) \quad \xi'_2 = \frac{1}{2}f_4 + a\sqrt{3}, \quad \eta'_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f_4 + a$$

na přímce

$$\eta'_2 = -\xi'_2 \sqrt{3} + 4a,$$

jejíž rovnice plyne eliminací f_4 z obou rovnic (z_4). Přímky, na nichž leží stupnice (z_1), (z_4) a (z_7) tvoří tedy rovnostranný trojúhelník o výšce $4a$. Nomogram zobrazuje rovnici

$$(2,48) \quad f_7 = f_1 + f_4,$$

na níž se redukuje (2,46).

2.5. Kdyby v rovnicích (2,42) bylo $f_{7,8} \equiv g_{7,8} \equiv 0$ a kdyby F_3 neobsahovala z_9 , rovnice (2,42) by měly tvar

$$(2,51) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2}, y + g_{1,2}; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5}, y + g_{4,5}; z_6) &= 0, \end{aligned}$$

$$(2,52) \quad F_3(x, y) = 0.$$

Eliminací parametrů x, y obdrželi bychom z nich rovnici mezi 6 proměnnými

$$(2,53) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_6) = 0.$$

Podle (2,45) binární stupnice (z_7, z_8) redukovala by se na počátek O' (obr. 18). Systém isoplét $L(z_9)$ pak by se redukoval na index I_0 o rovnici

$$F_3(\xi_2, \eta_2) = 0,$$

plynoucí přímo z (2,52). Při užívání nomogramu jest vésti průsvitku počátkem O' po indexu I_0 tak, aby obě osy $\eta = 0$ a $\eta' = 0$ zůstaly navzájem rovnoběžné. Pro vedení průsvitky nakreslíme na podklad dosti hustou osnovu rovnoběžek I_d a na průsvitku s nimi rovnoběžný index I'_d , pokud k tomu neužijeme opět některého mechanického

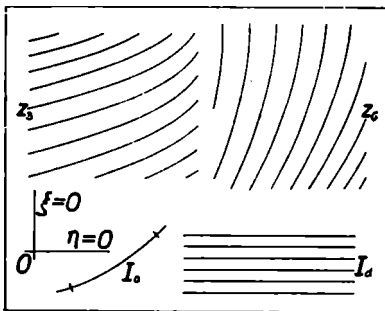
způsobu (čl. 1,5). Počátek O' ovšem teď nesmíme vymazati po sestrojení nomogramu jako v čl. 2,2, neboť ho potřebujeme k čtení nomogramu! Klíč nomogramu tedy je:

$$O' \dashv I_0, \quad U'(I'_d) \dashv I_d, \quad P'_{1,2} \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv L_6.$$

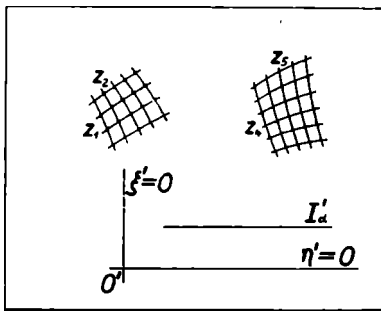
Nomogram funkce v čl. 2,2 (obr. 13) jest speciálním případem nomogramu funkce (2,53), redukuje-li se totiž $F_3(x, y) \equiv y$.

2,6. Nomogramem s průsvitkou o dvou posuvech a rotaci zobrazujeme rovnice mezi dvanácti argumenty

$$(2,61) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_{12}) = 0,$$



podklad



průsvitka

Obr. 18. Schema nejobecnějšího kombinovaného nomogramu o jednom stupni volnosti.

které plynou eliminací tří parametrů x , y a u z rovnic

$$(2,62) \quad \begin{aligned} & F_1(x + f_{1,2} \cdot \cos u - g_{1,2} \cdot \sin u, \\ & y + f_{1,2} \cdot \sin u + g_{1,2} \cdot \cos u; z_3) = 0, \\ & F_2(x + f_{4,5} \cdot \cos u - g_{4,5} \cdot \sin u, \\ & y + f_{4,5} \cdot \sin u + g_{4,5} \cdot \cos u; z_6) = 0, \\ & F_3(x + f_{7,8} \cdot \cos u - g_{7,8} \cdot \sin u, \\ & y + f_{7,8} \cdot \sin u + g_{7,8} \cdot \cos u; z_9) = 0, \\ & F_4(x + f_{10,11} \cdot \cos u - g_{10,11} \cdot \sin u, \\ & y + f_{10,11} \cdot \sin u + g_{10,11} \cdot \cos u; z_{12}) = 0. \end{aligned}$$

Všechny čtyři rovnice zobrazme opět podle čl. 1,2 nomogramy se společným podkladem i průsvitkou. Příkladem pro prvou rovnici (2,62) uijeme stupnic, svazků a soustav isoplét

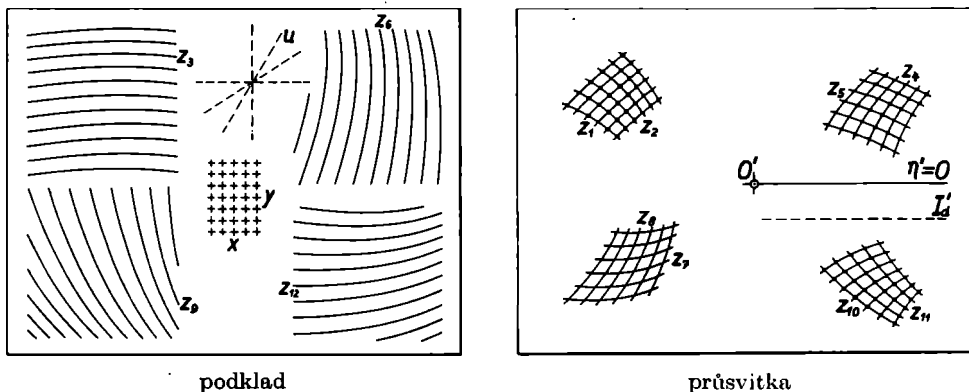
$$(2,63) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{1,2}, & \eta'_2 &= g_{1,2}, \\ \alpha &= u, & \alpha' &= 0, \\ F_1(\xi_2, \eta_2; z_3) &= 0 \end{aligned}$$

atd. rovnice ostatní. Obdržíme nomogram načrtnutý v obr. 19 s klíčem

$$P'_{1,2} \text{---} L_3, \quad P'_{4,5} \text{---} L_6, \quad P'_{7,8} \text{---} L_9, \quad P'_{10,11} \text{---} L_{12},$$

který čteme: Umístíme bod průsvitky (z_1, z_2) na isoplétu z_3 podkladu, bod (z_4, z_5) průsvitky na isoplétu z_6 podkladu a (z_7, z_8) průsvitky na isoplétu z_9 podkladu. Isopléta z_{12} podkladu, jejíž kóta hoví rovnici (2,61), prochází bodem (z_{10}, z_{11}) průsvitky. Pomocnou binární stupnicí (x, y) , svazek isoplét (u) , počátek O' , osu $\eta' = 0$ ani index I'_d opět nekreslíme.

2,7. Z předešlého případu přijdeme k nomogramu s jedním posuvem a s rotací, položíme-li $f_{10,11} \equiv g_{10,11} \equiv 0$ a nezávisí-li F_4 na z_{12} . Zobrazená rovnice obsahuje devět argumentů

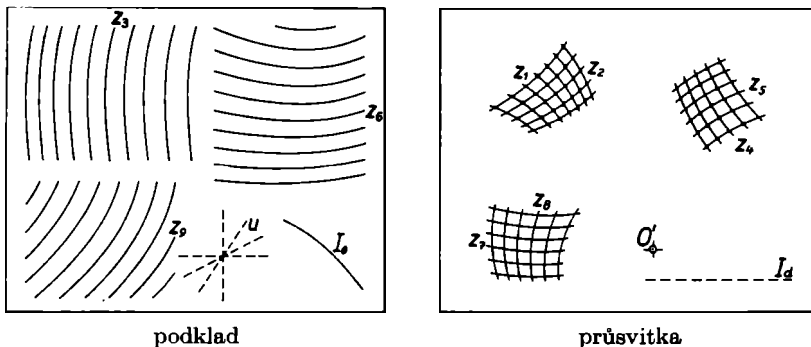


Obr. 19. Schema kombinovaného nomogramu rovnice s dvanácti proměnnými, zavedením tří pomocných parametrů: x, y , které značí posuvy a u , které značí rotaci. Jest to nejobecnější nomogram s jednou průsvitkou a má všechny 3 stupně volnosti.

$$(2,71) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_9) = 0$$

a dostaneme ji eliminací x, y, u z rovnic

$$(2,72) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{1,2} \cdot \cos u - g_{1,2} \cdot \sin u, \\ y + f_{1,2} \cdot \sin u + g_{1,2} \cdot \cos u; z_3) &= 0, \\ F_2(x + f_{4,5} \cdot \cos u - g_{4,5} \cdot \sin u, \\ y + f_{4,5} \cdot \sin u + g_{4,5} \cdot \cos u; z_6) &= 0, \\ F_3(x + f_{7,8} \cdot \cos u - g_{7,8} \cdot \sin u, \\ y + f_{7,8} \cdot \sin u + g_{7,8} \cdot \cos u; z_9) &= 0, \\ F_4(x, y) &= 0. \end{aligned}$$

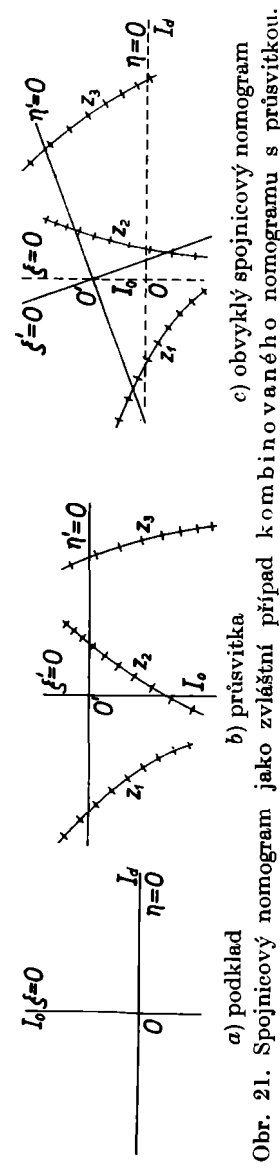


Obr. 20. Schema kombinovaného nomogramu s jedním posuvem a rotací.

Rovnice $F_i = 0$, ($i = 1, 2, 3$) zobrazíme opět podle rovnic (2,63) nomogramy o společném podkladě i průsvitce. Zobrazíme-li podle těchto rovnic také $F_4(x, y) = 0$

$$(2,73) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= x, & \eta_1 &= y, \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{7,8} = 0, & \eta'_2 &= g_{7,8} = 0, \\ x &= u, & \alpha' &= 0, \\ F_4(\xi_2, \eta_2) &= 0, \end{aligned}$$

seznáme podle (1,11), že $\xi_1 \equiv \xi_2$, $\eta_1 \equiv \eta_2$. Pomocná stupnice (x, y) i soustava isoplét $L(z_{12})$ redukuje se na křivku v posledním řádku (2,73). Vytáhneme ji jako nekóvaný index I_0 , po němž posunujeme počátek $O'(\xi' = 0, \eta' = 0)$ průsvitky. Nomogram je načrtnut v obr. 20 a má klíč:



Obr. 21. Spojnicový nomogram jako zvláštní případ kombinovaného nomogramu s průsvitkou.
 a) podklad
 b) průsvitka
 c) obvyklý spojnícový nomogram

$$O' \dashv I_0, \quad P'_{1,2} \dashv L_3, \quad P'_{4,5} \dashv L_6, \\ P'_{7,8} \dashv L_9.$$

Pomocné isopléty u a I'_d není zapotřebí kreslit.¹¹⁾

Jako příklad ukažme, že nejen nomogramy průsečíkové (čl. 1,9) nýbrž i spojnícové jsou speciálním případem nomogramů s průsvitkou. V kanonickém tvaru rovnic schopných zobrazení spojnícovým nomogramem¹²⁾

$$(2,74) \quad \begin{vmatrix} f_1 & g_1 & h_1 \\ f_2 & g_2 & h_2 \\ f_3 & g_3 & h_3 \end{vmatrix} = 0$$

předpokládejme $h_1 h_2 h_3 \neq 0$. Rovnice (2,74) vychází eliminací parametrů u a y z tří rovnic

$$(2,75) \quad F_i \equiv \alpha \frac{f_i}{h_i} \cos u + \beta \frac{g_i}{h_i} \sin u + y = 0, \quad i = 1; 2; 3,$$

v nichž $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ značí libovolně stálé. Připojíme-li k nim

$$(2,76) \quad F_4 \equiv x = 0$$

a položíme-li

$$f_{-2+3i, -1+3i} \equiv \alpha \frac{f_i}{h_i}, \quad g_{-2+3i, -1+3i} \equiv \beta \frac{g_i}{h_i}, \\ i = 1; 2; 3,$$

převeďeme problém na rovnice tvaru (2,72).

Podle (2,63) soustavy isoplét $(z_3), (z_6), (z_9)$ redukují se na tutéž přímku

¹¹⁾ V obr. 20 má na průsvitce býti I'_d místo I_d .
¹²⁾ Viz v čl. 1,1 v pozn. 1) cit. PLESKOTA str. 12.

$$I_d \equiv \eta_2 = 0$$

na podkladě (obr. 21) a binární stupnice na průsvitce redukují se na obyčejné křivé stupnice

$$\xi'_2 = \alpha \frac{f_1}{h_1}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_1}{h_1},$$

resp.

$$\xi'_2 = \alpha \frac{f_2}{h_2}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_2}{h_2},$$

a

$$(2,77) \quad \xi'_2 = \alpha \frac{f_3}{h_3}, \quad \eta'_2 = \beta \frac{g_3}{h_3},$$

což jsou skutečně rovnice křivých stupnic spojnicového nomogramu rovnice (2,74). Podle (2,73) a (2,76) index I_0 redukuje se na osu

$$I_0 \equiv \xi_2 = 0,$$

po níž se posouvá počátek O' průsvitky. Klíč

$$O' \dashv I_0, \quad P'_1 \dashv I_d, \quad P'_2 \dashv I_d, \quad P'_3 \dashv I_d.$$

Položíme-li průsvitku na podklad, obdržíme skutečně spojnicový nomogram v obr. 21c).

3. POKRAČOVÁNÍ O KOMBINOVANÝCH NOMOGRAMECH S PRŮSVITKOU

3.1. Za účelem zobrazení kombinovaným nomogramem s průsvitkou rozštěpili jsme v kapitole 2 zobrazovanou rovnici $\Phi = 0$ zavedením vhodných parametrů vždy v několik rovnic, z nichž v žádných dvou nebyla táž proměnná z_i . Tyto rovnice byly spojeny pouze nově zavedenými parametry, jichž eliminací jsme z nich právě obdrželi rovnici zobrazovanou $\Phi = 0$. Viz na př. rovnice (2,22), (2,23), (2,42) atd.

Pokusme se nyní o zobrazování funkcí nomogramy s průsvitkou takovým rozštěpením dané rovnice, aby po rozštěpení v různých rovnicích se nalézaly kromě týchž parametrů i tytéž proměnné z_i .

3.2. Uvažujme nejprve o rovnicích

$$(3,21) \quad \begin{aligned} F_1 [f(v, z_1) + f_{2,3}, g(v, z_1) + g_{2,3}; z_4] &= 0, \\ F_2 [f(v, z_1) + f_{5,6}, g(v, z_1) + g_{5,6}; z_7] &= 0, \end{aligned}$$

z nichž eliminací parametru v vzniká rovnice

$$(3,22) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_7) = 0;$$

$f(v, z_1)$ a $g(v, z_1)$ jsou v nich vhodné funkce.

Zobrazme obě rovnice 3,21 nomogramy o dvou posuvech bez rotace a to opět na společném podkladě i průsvitce, používše k tomu zase téže soustavy souřadnicové v každé z těchto rovin. Zobrazovací rovnice tedy budou podle čl. 1,2 resp. čl. 1,5

$$(3,23) \quad \begin{array}{ll} (v, z_1) & \xi_1 = f(v, z_1), \quad \eta_1 = g(v, z_1), \\ (O') & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0, \\ (z_2, z_3) & \xi'_2 = f_{2,3}, \quad \eta'_2 = g_{2,3}, \\ (z_4) & F_1(\xi_2, \eta_2; z_4) = 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (v, z_1) & \xi_1 = f(v, z_1), \quad \eta_1 = g(v, z_1), \\ (O') & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0, \\ (z_5, z_6) & \xi'_2 = f_{5,6}, \quad \eta'_2 = g_{5,6}, \\ (z_7) & F_2(\xi_2, \eta_2; z_7) = 0. \end{array}$$

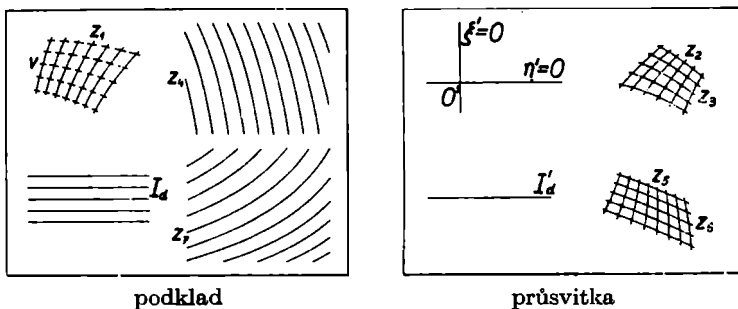
Nomogram je znázorněn schematicky v obr. 22 a má klíč

$$U(I'_d) \text{---} I_d, \quad O' \text{---} L_1, \quad P'_{2,3} \text{---} L_4, \quad P'_{5,6} \text{---} L_7.$$

Isopléty pro pomocný parametr v není opět zapotřebí vůbec kreslit.

Tento nomogram je možno zřejmě považovati též za speciální případ nomogramu načrtnutého v obr. 16 čl. 2,4, redukuje-li se totiž v něm stupnice (z_1, z_2) na bod O' a přečísľujeme-li pak v něm vhodné ostatní argumenty. K těmž výsledku přijdeme ostatně, zavedeme-li hned v (3,21) nové parametry

$$(3,24) \quad x = f(v, z_1), \quad y = g(v, z_1).$$



Obr. 22. Schema kombinovaného nomogramu se společným argumentem (z_1).

Obdržíme rovnice

$$\begin{aligned} F_1(x + f_{2,3}, y + g_{2,3}; z_4) &= 0, \\ F_2(x + f_{5,6}, y + g_{5,6}; z_7) &= 0 \end{aligned}$$

a eliminací v z (3,24) rovnici

$$F_3(x, y; z_1) = 0,$$

které ukazují, že skutečně se jedná o speciální případ nomogramu v čl. 2,4, který můžeme tedy sestrojovati i na základě tohoto článku.

Na příklad rovnici

$$(3,25) \quad \Delta = \tilde{U}_m \frac{(h^2 + D^2) : D}{h : D + p : 100} \cdot \frac{p : 100 + \operatorname{tg} \omega_{13}}{\operatorname{tg} \omega}$$

¹³⁾ Je-li cíl, dělo a pozorovatelna přibližně v téže svislé rovině, je-li h převýšení a D topografická vzdálenost pozorovatelny od cíle, v jehož okolí terén

logaritmujeme a zavedením parametru v rozštěpme ji na dvě rovnice tvaru (3,21)

$$(3,26) \quad v + \log \frac{h^2 + D^2}{D} - \log \left(\frac{p}{100} + \frac{h}{D} \right) = 0$$

$$(3,27) \quad v + (\log \operatorname{tg} \omega - \log \bar{U}_m) - \log \left(\frac{p}{100} + \operatorname{tg} \omega \right) + \log \Delta = 0,$$

které vedou na dva nomogramy o dvou posuvech bez rotace se společnou binární stupnicí (v, p).

Podle čl. 1,5 položíme v (3,26)

$$\xi_1 = 0 \equiv f_{1,2}; \quad \xi'_1 = -\alpha v = -f_{3,4}; \quad \xi'_2 = \alpha \log \frac{h^2 + D^2}{aD} \equiv f_{5,6}$$

$$\eta_1 = 0 \equiv g_{1,2}; \quad \eta'_1 = -\beta \left(\frac{p}{100} + b \right) \equiv -g_{3,4};$$

$$\eta'_2 = \beta \left(\frac{h}{D} - c \right) \equiv g_{5,6},$$

takže je

$$M \equiv \alpha v + \alpha \log \frac{h^2 + D^2}{aD}, \quad N \equiv \beta \left(\frac{p}{100} + \frac{h}{D} + b - c \right).$$

Rovnici (3,26) lze tedy psát ve tvaru

$$\frac{M}{\alpha} - \log [N + \beta(c - b)] + \log \beta a = 0,$$

v němž schází z_p . Soustava těchto isoplét se tudíž redukuje na křivý index na podkladě

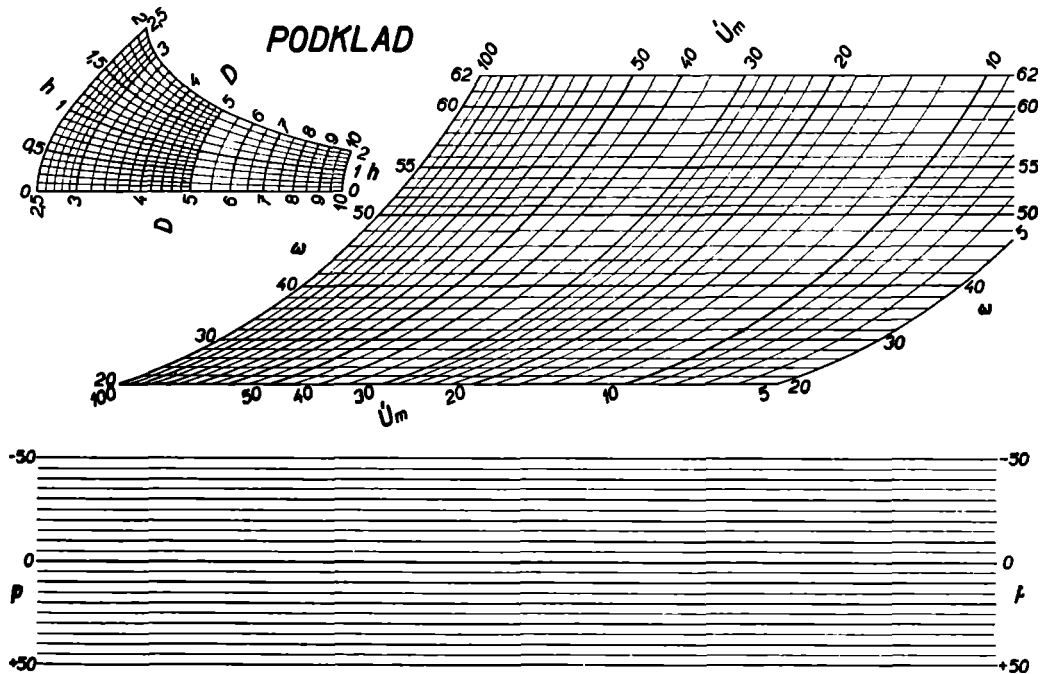
$$(3,28) \quad I_{h,D} \equiv \eta_2 = a\beta \cdot 10^{\xi_1/\alpha} + \beta(b - c).$$

V rovnici (3,27) položíme

$$\xi_1 = 0 \equiv f_{1,2}; \quad \xi'_1 = -\alpha v \equiv -f_{3,4}; \quad \xi'_2 = \alpha \log \frac{\operatorname{tg} \omega}{e \cdot \bar{U}_m} \equiv f_{5,6}$$

$$\eta_1 = 0 \equiv g_{1,2}; \quad \eta'_1 = -\beta \left(\frac{p}{100} + b \right) \equiv -g_{3,4}; \quad \eta'_2 = \beta (\operatorname{tg} \omega - d) \equiv g_{5,6},$$

má svah $p\%$ ($p > 0$ svah přivrácený a $p < 0$ odvrácený) a je-li \bar{U}_m úchylka dopadu střely od cíle měřená z pozorovateln v dílech při pokusném výstřelu, bude Δ oprava dostřelu nutná k zasažení cíle, je-li ω úhel doletu dráhy pokusného výstřelu. (Viz Dr. V. PLESKOT Nomogram k odečítání topografické dálkové úchylky, Vojensko-technické zprávy, roč. XIII. (1936) str. 191.)



Obr. 23, Průsvitku k němu viz v kapse na konci knihy.

takže je

$$M \equiv \alpha v + \alpha(\log \operatorname{tg} \omega - \log \bar{U}_m) - \alpha \log e,$$

$$N \equiv \beta \left(\frac{p}{100} + \operatorname{tg} \omega + b - d \right).$$

Rovnici (3,27) lze tedy psát ve tvaru

$$\frac{M}{\alpha} - \log [N + \beta(d - b)] + \log (e\beta\Delta) = 0,$$

který vede na soustavu isoplét na podkladě

$$(3,29) \quad \eta_2 = e\beta\Delta \cdot 10^{\xi_2: \alpha} + \beta(b - d)$$

pro $z_9 \equiv \Delta$. Tento kombinovaný nomogram byl sestrojen v obr. 23 s moduly $\alpha = 20$ cm, $\beta = 8$ cm a byly v něm zvoleny konstanty $a = 2,5$ km, $b = -0,2$, $c = -2,0$, $d = -0,7$ a $e = 0,0025$.

Jelikož hledané kóty isoplét Δ na podkladě by byly hůře čitelné, kdyby průsvítka nebyla dokonale průhledná, zaměňme průsvítku s podkladem. Její rovnoběžný posuv proti podkladu zaručíme indexem $I'_p \equiv \eta' = 0$. Speciálně v tomto případě nemusíme počátek O' zvlášť vyznačovat na tomto indexu, jelikož isopléty (p) jsou též rovnoběžky s I'_d a také s $\eta = 0$. Obdržíme tedy klíč

$$U(I'_p) \dashv\dashv L(p), \quad I'_{h,D} \dashv\dashv P(h, D), \quad L'(\Delta) \dashv\dashv P(\omega, \bar{U}_m).$$

3.3. Má-li průsvítka proti podkladu posuv a rotaci, mohou nastat dva případy rozštěpení funkce podle toho, značí-li nově zavedený parametr rotaci nebo posuv (čl. 3,4).

Předpokládejme nejprve rozštěpení rovnice

$$(3,31) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_7) = 0$$

ve dvě rovnice

$$(3,32) \quad \begin{aligned} F_1 (f_1 + f_{2,3} \cdot \cos u - g_{2,3} \cdot \sin u, \\ g_1 + f_{2,3} \cdot \sin u + g_{2,3} \cdot \cos u; z_4) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 (f_1 + f_{5,6} \cdot \cos u - g_{5,6} \cdot \sin u, \\ g_1 + f_{5,6} \cdot \sin u + g_{5,6} \cdot \cos u; z_7) = 0, \end{aligned}$$

z nichž (3,31) vychází eliminací nově zavedeného parametru u , který značí rotaci.

Zavedeme-li však další nové parametry

$$(3,33) \quad x = f_1, \quad y = g_1,$$

obdržíme z (3,32)

$$(3,34) \quad \begin{aligned} F_1(x + f_{2,3} \cos u - g_{2,3} \sin u, \\ y + f_{2,3} \sin u + g_{2,3} \cos u; z_4) = 0, \end{aligned}$$

$$F_2(x + f_{5,6} \cos u - g_{5,6} \sin u, \\ y + f_{5,6} \sin u + g_{5,6} \cos u; z_7) = 0$$

a eliminací z_1 z (3,33)

$$(3,35) \quad F_4(x, y) = 0.$$

Označíme-li ještě

$$(3,36) \quad F_3(x, y; z_1) \equiv x - f_1 = 0,$$

převodli jsme úlohu na speciální případ rovnic (2,72), v němž $f_{7,8} \equiv g_{7,8} \equiv 0$, tudíž také binární stupnice (z_7, z_8) se redukuje na počátek O' , a v němž ostatním proměnným z_i vhodně změňíme indexy.

Počátek O' máme umístiti jednak na indexu I_0 , jeho rovnice

$$(3,37) \quad F_4(\xi_1, \eta_1) = 0$$

plyne z (3,35), jednak na isoplétě o kótě z_1 soustavy

$$(3,38) \quad F_3(\xi_1, \eta_1; z_1) \equiv \xi_1 - f_1 = 0,$$

jejíž rovnice plyne z (3,36). Soustava isoplét (3,38) však protíná index (3,37) v křivé stupnici z_1 o rovnici

$$(3,39) \quad \xi_1 = f_1, \quad \eta_1 = g_1,$$

neboť (3,35) vzniklo eliminací z_1 z (3,33). Počátek O' jest tedy vlastně umístiti do bodu o kótě z_1 křivé stupnice (3,39), bod (z_2, z_3) na isoplétu z_4 , načež bod (z_5, z_6) leží na isoplétě z_7 .

K témuž výsledku přijdeme ostatně i zobrazením rovnic (3,32) přímo podle čl. 1,2. Tak pro prvou z nich obdržíme

$$\begin{array}{lll} (z_1) & \xi_1 = f_1, & \eta_1 = g_1, \\ (O') & \xi'_1 = 0, & \eta'_1 = 0, \\ (z_2, z_3) & \xi'_2 = f_{2,3}, & \eta'_2 = g_{2,3}, \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (u) & \quad \alpha = u \\
 (I'_d) & \quad \alpha' = 0, \\
 (z_4) & \quad F_1(\xi_2, \eta_2, z_4) = 0
 \end{aligned}$$

a podobně pro druhou atd.

Nomogram, který je načrtnut v obr. 24, má tedy klíč

$$O' \mid \mid P_1, \quad P'_{2,3} \mid \mid L_4, \quad P'_{5,6} \mid \mid L_7.$$

Swazek paprsků kótovaných u a index I'_d opět nekreslíme, počátek O' však ano.

3,4. Značí-li parametr v posuv, předpokládejme rozštěpení

$$(3,41) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_7) = 0$$

v rovnice

$$\begin{aligned}
 (3,42) \quad & F_1[f(v) + f_{2,3} \cos h_1 - g_{2,3} \sin h_1, \\
 & g(v) + f_{2,3} \sin h_1 + g_{2,3} \cos h_1; z_4] = 0, \\
 & F_2[f(v) + f_{5,6} \cos h_1 - g_{5,6} \sin h_1, \\
 & g(v) + f_{5,6} \sin h_1 + g_{5,6} \cos h_1; z_7] = 0.
 \end{aligned}$$

Zobrazme tyto rovnice nomogramy o témž podkladu i průsvitce podle čl. 2,2.

$$\begin{aligned}
 (3,43) \quad & \xi_1 = f(v), \quad \eta_1 = g(v) \\
 & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0, \\
 & \xi'_2 = f_{2,3}, \quad \eta'_2 = g_{2,3}, \\
 & \alpha = 0, \quad \alpha' = -h_1, \\
 & F_1(\xi_2, \eta_2; z_4) = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3,44) \quad & \xi_1 = f(v), \quad \eta_1 = g(v), \\
 & \xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0, \\
 & \xi'_2 = f_{5,6}, \quad \eta'_2 = g_{5,6}, \\
 & \alpha = 0, \quad \alpha' = -h_1, \\
 & F_2(\xi_2, \eta_2; z_7) = 0.
 \end{aligned}$$

Počátek O' na průsvitce pohybuje se po křivé stupnici

$$(v) \quad \xi = f(v) \text{ a } \eta = g(v).$$

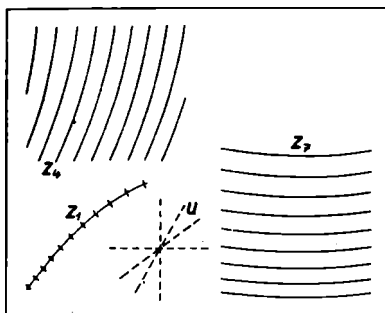
Rovnici její nositelky

$$(3,45) \quad F_3(\xi, \eta) = 0$$

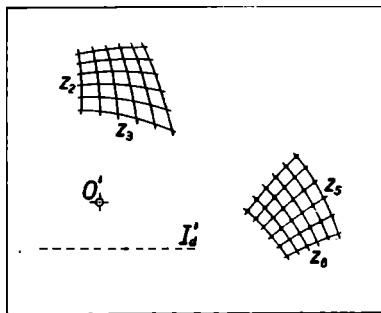
obdržíme odtud eliminaci v , samotnou stupnici však jako pomocnou kreslit nemusíme. Nositelku stupnice označíme jako index I_0 .

Proměnná z_1 je zobrazena svazkem kótovaných paprsků

$$\alpha' = -h_1$$



podklad

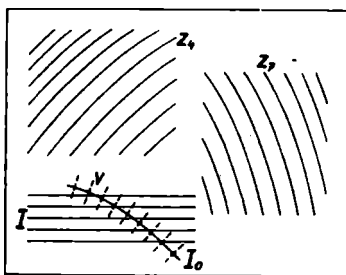


průsvitka

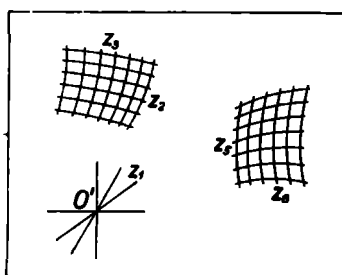
Obr. 24. Schema kombinovaného nomogramu s rotací a jedním posuvem, značí-li pomocný parametr u rotaci.

na průsvitce. Směr $\alpha = 0$ na podkladě realizujeme řadou indexů I rovnoběžných s $\eta = 0$. Padne-li bod (z_2, z_3) průsvitky na isoplétu $(3,43)$, padne bod průsvitky (z_5, z_6) na isoplétu $(3,44)$, jejíž kóta hová $(3,41)$. Nomogram je načrtnut v obr. 25 a má klíč

$$O' \mid I_0, \quad D'_1 \mid U(I), \quad P'_{2,3} \mid L_4, \quad P'_{5,6} \mid L_7.$$



podklad



průsvitka

Obr. 25. Schema kombinovaného nomogramu s rotací a jedním posuvem, značí-li pomocný parametr v posuv.

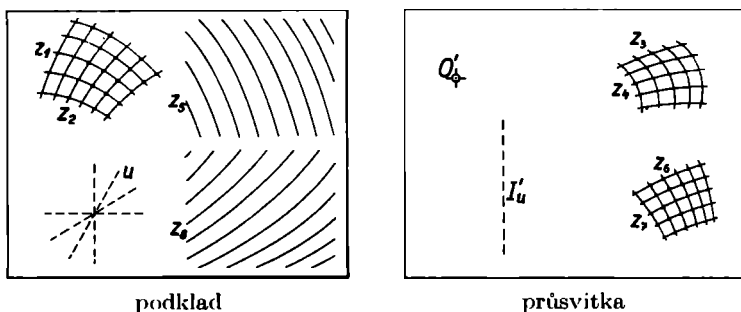
Vidíme, že jsme také mohli rovnici (3,41) rozštěpiti zavedením dvou závislých parametrů x, y

$$F_1(x + f_{2,3} \cos h_1 - g_{2,3} \sin h_1, \\ y + f_{2,3} \sin h_1 + g_{2,3} \cos h_1; z_4) = 0,$$

$$F_2(x + f_{5,6} \cos h_1 - g_{5,6} \sin h_1, \\ y + f_{5,6} \sin h_1 + g_{5,6} \cos h_1; z_7) = 0,$$

$$F_3(x, y) = 0,$$

značí-li F_3 právě funkci (3,45), a tyto rovnice zobraziti podle čl. 1.2.



Obr. 26. Schéma kombinovaného nomogramu o třech stupních volnosti (u značí rotaci).

3.5. Pro nomogramy o třech stupních volnosti jsou možná rozštěpení buď zavedením jednoho parametru ve dvě rovnice, které kromě toho mají společné dvě proměnné z_1, z_2 (čl. 3,6—7) nebo zavedením dvou parametrů ve tři rovnice, které obsahují jednu společnou proměnnou z_1 (čl. 3,8—9).

V prvním případě jest rozeznávat, značí-li zavedený parametr posuv (čl. 3,7) nebo rotaci (čl. 3,6). Obě možnosti jsou zcela obdobné případům v čl. 3,3 a v čl. 3,4 až na to, že značí-li nově zavedený parametr rotaci, stupnice z_1 podkladu v obr. 24 je nahrazena binární stupnicí (z_1, z_2) v obr. 26, a že značí-li zavedený parametr posuv, index I_0 v obr. 25 je nahrazen soustavou isoplét kótovaných podle z_1 (obr. 27).

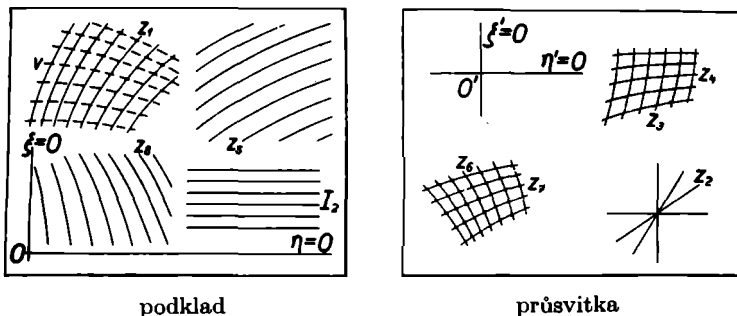
V druhém případě jsou opět dvě možnosti podle toho, značí-li oba zavedené parametry posuvy (čl. 3,8), nebo značí-li jeden z nich rotaci (čl. 3,9).

3,6. Značí-li nový společný parametr u rotaci, jeho eliminací z rovnic

$$(3,61) \quad \begin{aligned} F_1(f_{1,2} + f_{3,4} \cos u - g_{3,4} \sin u, \\ g_{1,2} + f_{3,4} \sin u + g_{3,4} \cos u; z_5) = 0, \\ F_2(f_{1,2} + f_{6,7} \cos u - g_{6,7} \sin u, \\ g_{1,2} + f_{6,7} \sin u + g_{6,7} \cos u; z_8) = 0 \end{aligned}$$

necht obdržíme

$$(3,62) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_3) = 0.$$



Obr. 27. Schema kombinovaného nomogramu o třech stupních volnosti (v značí posuv).

Nomogram je načrtnut v obr. 26 a má klíč

$$O' \perp\!\!\!\perp P_{1,2}, \quad P'_{3,4} \perp\!\!\!\perp L_5, \quad P'_{6,7} \perp\!\!\!\perp L_8.$$

Čárkovane vytažené prvky v obrázku opět nekreslíme.

3,7. Značí-li společný parametr v posuv, rozštěpení jest

$$(3,71) \quad \begin{aligned} F_1[f(z_1, v) + f_{3,4} \cos h_2 - g_{3,4} \sin h_2, \\ g(z_1, v) + f_{3,4} \sin h_2 + g_{3,4} \cos h_2; z_5] = 0, \\ F_2[f(z_1, v) + f_{6,7} \cos h_2 - g_{6,7} \sin h_2, \\ g(z_1, v) + f_{6,7} \sin h_2 + g_{6,7} \cos h_2; z_8] = 0 \\ h_2 = h(z_2) \end{aligned}$$

a eliminací v obdržíme opět rovnici mezi 8 proměnnými

$$(3,72) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_3) = 0.$$

Jako v čl. 3,4 rovnice kótovaných elementů jsou:

$$(3,73) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= f(z_1, v), & \eta_1 &= g(z_1, v), \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{3,4}, & \eta'_2 &= g_{3,4}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= -h_2, \end{aligned}$$

$$(3,74) \quad F_1(\xi_2, \eta_2; z_5) = 0,$$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= f(z_1, v), & \eta_1 &= g(z_1, v), \\ \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\ \xi'_2 &= f_{5,6}, & \eta'_2 &= g_{5,6}, \\ \alpha &= 0, & \alpha' &= -h_2, \end{aligned}$$

$$(3,75) \quad F_2(\xi_2, \eta_2; z_8) = 0.$$

Eliminací v z rovnic (3,73) obdržíme soustavu isoplét

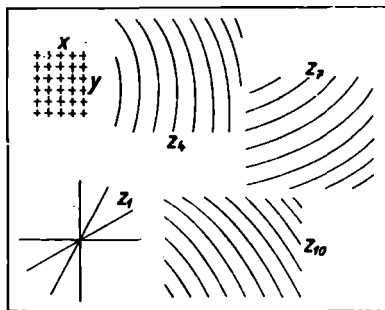
$$F_3(\xi_1, \eta_1; z_1) = 0,$$

na které má padnout počátek $O'(\xi' = 0, \eta' = 0)$. Nomogram je zobrazen v obr. 27 a má klíč

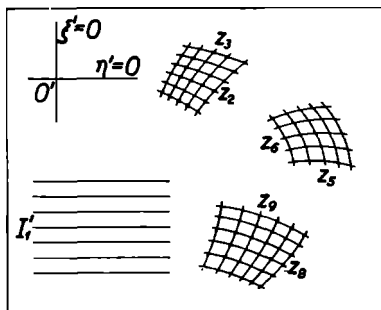
$$O' \text{ --- } L_1, \quad P'_{3,4} \text{ --- } L_5, \quad P'_{6,7} \text{ --- } L_8, \quad P_\infty(z_2) \text{ --- } L_2.$$

Čárkované v něm označené pomocné prvky opět nevytahujeme.

3,8. Zavedením dvou parametrů x, y , které značí posuvy, rozštěpme rovnici



podklad



průsvitka

Obr. 28. Schema kombinovaného nomogramu o třech stupních volnosti. (Rozštěpení zavedením dvou parametrů x, y , které značí posuvy).

$$(3,81) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_{10}) = 0$$

ve tři rovnice

$$(3,82) \quad \begin{aligned} &F_1(x + f_{2,3} \cos h_1 - g_{2,3} \sin h_1, \\ &y + f_{2,3} \sin h_1 + g_{2,3} \cos h_1; z_4) = 0, \end{aligned}$$

$$(3,83) \quad \begin{aligned} &F_2(x + f_{5,6} \cos h_1 - g_{5,6} \sin h_1, \\ &y + f_{5,6} \sin h_1 + g_{5,6} \cos h_1; z_7) = 0, \end{aligned}$$

$$(3,84) \quad \begin{aligned} &F_3(x + f_{8,9} \cos h_1 - g_{8,9} \sin h_1, \\ &y + f_{8,9} \sin h_1 + g_{8,9} \cos h_1; z_{10}) = 0, \end{aligned}$$

$$h_1 = h(z_1).$$

Rovnice kótovaných prvků v (3,82) jsou

(x, y)	$\xi_1 = x, \quad \eta_1 = y,$
(O')	$\xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0,$
(z_2, z_3)	$\xi'_2 = f_{2,3}, \quad \eta'_2 = g_{2,3},$
(z_1)	$\alpha = h_1,$
(I'_1)	$\alpha' = 0,$
(z_4)	$F_1(\xi_2, \eta_2; z_4) = 0$

a podobně pro rovnice (3,83) a (3,84). Nomogram je načrtnut v obr. 28 a má klíč

$$P'_{2,3} \perp\!\!\!\perp L_4, \quad P'_{5,6} \perp\!\!\!\perp L_7, \quad P'_{8,9} \perp\!\!\!\perp L_{10}, \quad P_\infty(z_1) \perp\!\!\!\perp I'_1.$$

Čárkování v něm zakreslené pomocné prvky zase nevytahujeme.

3,9. Značí-li jeden ze zavedených parametrů rotaci, rozštěpení rovnice (3,81) má tvar

$$(3,91) \quad \begin{aligned} &F_1[f(u, z_1) + f_{2,3} \cos v - g_{2,3} \sin v, \\ &g(u, z_1) + f_{2,3} \sin v + g_{2,3} \cos v; z_4] = 0, \end{aligned}$$

$$(3,92) \quad \begin{aligned} &F_2[f(u, z_1) + f_{5,6} \cos v - g_{5,6} \sin v, \\ &g(u, z_1) + f_{5,6} \sin v + g_{5,6} \cos v; z_7] = 0, \end{aligned}$$

$$(3,93) \quad \begin{aligned} &F_3[f(u, z_1) + f_{8,9} \cos v - g_{8,9} \sin v, \\ &g(u, z_1) + f_{8,9} \sin v + g_{8,9} \cos v; z_{10}] = 0. \end{aligned}$$

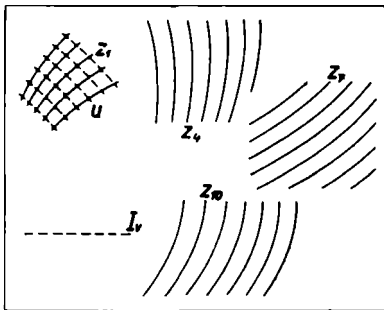
Konstruktivní rovnice pro (3,91) jsou

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= f(u, z_1), & \eta_1 &= g(u, z_1), \\
 \xi'_1 &= 0, & \eta'_1 &= 0, \\
 \xi'_2 &= f_{2,3}, & \eta'_2 &= g_{2,3}, \\
 \alpha &= 0, & \alpha' &= -v, \\
 F_1(\xi_2, \eta_2; z_4) &= 0
 \end{aligned}$$

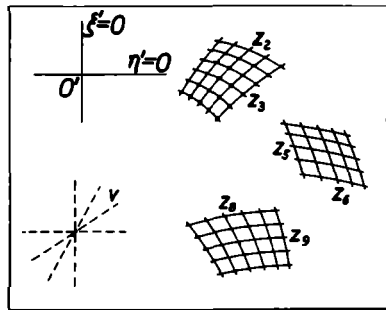
a obdobně pro (3,92) a (3,93). Nomogram má tvar načrtnutý v obr. 29 a klíč

$$O' \dashv L_1, \quad P'_{2,3} \dashv L_4, \quad P'_{5,6} \dashv L_7, \quad P'_{8,9} \dashv L_{10}.$$

Čárkované prvky zase nekreslíme.



podklad



průsvitka

Obr. 29. Schema kombinovaného nomogramu o třech stupních volnosti. (Rozštěpení zavedením dvou parametrů u, v , z nichž u značí posuv, v rotaci).

4. ZOBRAZENÍ SOUSTAV ROVNIC JEDNÍM NOMOGRAMEM

4.1. Nomogramy s průsvitkou lze také zobraziti četné soustavy rovnic tak, že jedním nomogramem ihned rozřešíme celou soustavu.

Předpokládejme na př. dvě rovnice mezi deseti proměnnými

$$(4,11) \quad F_1(M, N; z_9, z_{10}) = 0, \quad F_2(M, N; z_9, z_{10}) = 0,$$

v nichž M, N jsou funkce tvaru (1,28).

$$(4,12) \quad \begin{aligned} M &= f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos(f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin(f_7 + f_8), \\ N &= g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin(f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos(f_7 + f_8). \end{aligned}$$

Podle čl. 1,2 sestrojme na průsvitce dvě binární stupnice

$$\begin{aligned} (z_3, z_4) & \quad \xi'_1 = -f_{3,4}; \quad \eta'_1 = -g_{3,4}, \\ (z_5, z_6) & \quad \xi'_2 = f_{5,6}; \quad \eta'_2 = g_{5,6} \end{aligned}$$

a svazek kótovaných paprsků

$$(z_8) \quad x' = -f_8.$$

Na podkladu sestrojme binární stupnici

$$(z_1, z_2) \quad \xi_1 = f_{1,2}; \quad \eta_1 = g_{1,2},$$

a svazek kótovaných paprsků

$$(z_7) \quad \alpha = f_7.$$

Souřadnice bodu $A(\xi_2, \eta_2)$ na podkladě bude tedy splňovati dvě rovnice obsahující parametry z_9 a z_{10}

$$(4,13) \quad F_1(\xi_2, \eta_2; z_9, z_{10}) = 0; \quad F_2(\xi_2, \eta_2; z_9, z_{10}) = 0.$$

Tyto rovnice však značí binární stupnici (z_9, z_{10}) , jejíž isopléty $z_9 = \text{konst.}$ obdržíme vyloučením z_{10} z obou rovnic (4,13), kdežto vyloučením z_9 obdržíme rovnici soustavy isoplét $z_{10} = \text{konst.}$ Nomogram soustavy rovnic (4,11) je načrtnut v obr. 30 a má klíč:

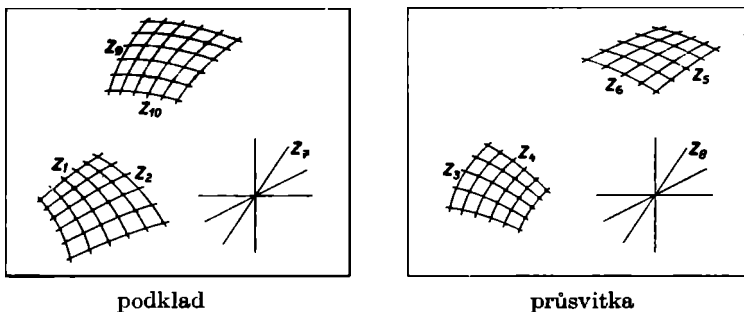
$$P'_{3,4} \mid = \mid P_{1,2}, \quad P'_{\infty}(z_8) \mid = \mid D_7, \quad P'_{5,6} \mid = \mid P_{9,10}.$$

Kdežto v dosavadních nomogramech jsme měli na podkladě vždy veškeré soustavy isoplét, které netvořily součást binárních stupnic,

můžeme nyní na základě současného zobrazení rovnic (4,11) uvažovati i o takovém rozštěpení, které nám dovolí umístiti v nomogramech některé z těchto soustav isoplét na průsvitce. Upozorníme nejprve, že vypočteme-li M, N z (4,11) a dosadíme-li je do (4,12), můžeme obě rovnice (4,11) psáti též ve tvaru

$$(4,14) \quad \begin{aligned} f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) &= f_{9,10}, \\ g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) &= g_{9,10}, \end{aligned}$$

kde na levých stranách jsou funkce M a N [vzorec (4,12)]. Rovnice (4,13) binární stupnice (z_9, z_{10}) však plynuly z (4,11) prostým nahra-



Obr. 30. Schema nomogramu pro řešení soustavy rovnic (4,11).

zením ξ_2, η_2 za M a N . Učiníme-li totéž v (4,14), které jsou ekvivalentní s (4,11), obdržíme z nich také rovnice této binární stupnice, a sice zřejmě ve tvaru

$$\xi_2 = f_{9,10}, \quad \eta_2 = g_{9,10}.$$

Po této poznámce předpokládejme tedy na příklad, že rovnici

$$(4,15) \quad \Phi(z_1, z_2, \dots, z_{12}) = 0,$$

můžeme rozštěpiti zavedením pěti parametrů x, y, u, t, w v šest rovnic

$$(4,16) \quad \left\{ \begin{aligned} &F_1(x + f_{1,2} \cos u - g_{1,2} \sin u, \\ &y + f_{1,2} \sin u + g_{1,2} \cos u; z_3) = 0, \\ &F_2(x + f_{4,5} \cos u - g_{4,5} \sin u, \\ &y + f_{4,5} \sin u + g_{4,5} \cos u; z_8) = 0. \end{aligned} \right.$$

$$(4,17) \left\{ \begin{array}{l} x + f^{(1)}(t, z_7) \cos u - g^{(1)}(t, z_7) \sin u = f_{8,9}^{(14)}, \\ y + f^{(1)}(t, z_7) \sin u + g^{(1)}(t, z_7) \cos u = g_{8,9}. \end{array} \right.$$

$$(4,18) \left\{ \begin{array}{l} x + f^{(2)}(w, z_{10}) \cos u - g^{(2)}(w, z_{10}) \sin u = f_{11,12}, \\ y + f^{(2)}(w, z_{10}) \sin u + g^{(2)}(w, z_{10}) \cos u = g_{11,12}. \end{array} \right.$$

Na totéž podkladě i na téže průsvitce a v každé z těchto rovin v jedné a téže soustavě souřadnicové zobrazíme opět páry rovnic (4,17) a (4,18) způsobem uvedeným na počátku tohoto článku a rovnice (4,16) zobrazíme podle čl. 2,6. Tak na př. rovnice (4,17) se zobrazí těmito útvary: Na podkladě bude pomocná stupnice

$$(x, y) \quad \xi_1 = x, \quad \eta_1 = y,$$

dále stupnice o rovnicích

$$(z_8, z_9) \quad \xi_2 = f_{8,9}, \quad \eta_2 = g_{8,9}$$

a svazek

$$\alpha = u.$$

Na průsvitce budou stupnice

$$(O')$$

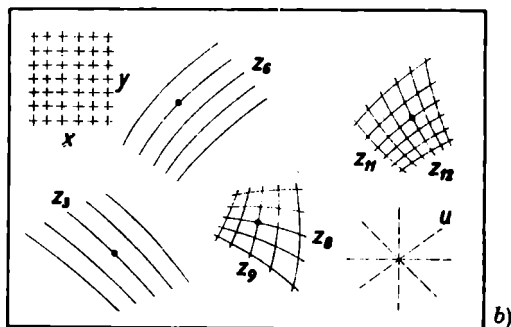
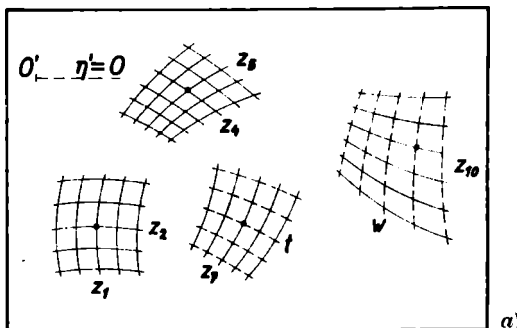
$$\xi'_1 = 0, \quad \eta'_1 = 0,$$

$$(t, z_7)$$

$$\xi'_2 = f^{(1)}(t, z_7), \quad \eta'_2 = g^{(1)}(t, z_7)$$

a svazek

$$\alpha' = 0, \quad \text{atd.}$$



Obr. 31. Nomogram se soustavami isoplét také na průsvitce; a) průsvitka, b) podklad.

¹⁴⁾ Index nahoře v závorce u těchto funkcí neznačí snad derivaci, nýbrž slouží pouze k rozlišení od sebe různých funkcí označených toutéž malou písmenou f nebo g . Dole umístěných indexů k tomu nemůžeme použít, jelikož na př. f_1 nám již značí funkci argumentu z , atd. U funkcí označovaných velkými písmeny F atd. nevádí rozlišování jich dolními indexy, jelikož u těchto jsme vždy vypisovali jejich argumenty in extenso. Viz na př. (4,11).

Dostaneme nomogram rovnice (4,15) načrtnutý v obr. 31 o klíči

$$P'_{1,2} \dashv\vdash L_3, \quad P'_{4,5} \dashv\vdash L_6, \quad L'_7 \dashv\vdash P_{8,9}, \quad L'_{10} \dashv\vdash P_{11,12},$$

který ze čtyř soustav isoplét (z_3) , (z_6) , (z_7) a (z_{10}) má prvé dvě na podkladě a druhé dvě na průsvitce.

Jelikož nomogram se nezmění, zaměníme-li podklad s průsvitkou, musí býti možno z každého páru rovnic (4,17) a (4,18) odvoditi rovnice tvaru (4,16) a naopak. Skutečně, z rovnic (4,17) plyne

$$(4,19) \quad \begin{aligned} & -x \cos u - y \sin u + f_{8,9} \cos u + g_{8,9} \sin u = f^{(1)}(t, z_7), \\ & +x \sin u - y \cos u - f_{8,9} \sin u + g_{8,9} \cos u = g^{(1)}(t, z_7). \end{aligned}$$

Zavedeme-li sem nové parametry

$$x' = -x \cos u - y \sin u, \quad y' = x \sin u - y \cos u, \quad u' = -u$$

a vyloučíme-li t z obou rovnic (4,19), obdržíme rovnici tvaru (4,16)

$$F(x' + f_{8,9} \cos u' - g_{8,9} \sin u', \quad y' + f_{8,9} \sin u' + g_{8,9} \cos u'; \quad z_7) = 0.$$

Naopak, zavedením parametru t'

$$x + f_{1,2} \cos u - g_{1,2} \sin u = t'$$

obdržíme z rovnice $F_1 = 0$ ještě druhou rovnici

$$y + f_{1,2} \sin u + g_{1,2} \cos u = f(t', z_3).$$

Zavedením výše užitých parametrů x' , y' , u' místo x , y , u do těchto dvou rovnic, obdržíme z $F_1 = 0$ konečně pár rovnic tvaru (4,17)

$$\begin{aligned} x' + t' \cos u' - f(t', z_3) \sin u' &= f_{1,2}, \\ y' + t' \sin u' + f(t', z_3) \cos u' &= g_{1,2}. \end{aligned}$$

A podobně tomu bude s rovnicí $F_2 = 0$ a s párem rovnic (4,18).

4.2. Jiný, často se vyskytující případ několika rovnic jest tento:

$$(4,21) \quad F_1(M_1, N_1; z_9) = 0, \quad F_2(M_2, N_2; z_{12}) = 0, \dots,$$

v nichž

$$(4,22) \quad \begin{cases} M_1 = f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \cos (f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{5,6}) \sin (f_7 + f_8), \\ N_1 = g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{5,6}) \sin (f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{5,6}) \cos (f_7 + f_8), \end{cases}$$

$$(4,23) \quad \begin{cases} M_2 = f_{1,2} + (f_{3,4} + f_{10,11}) \cos (f_7 + f_8) - (g_{3,4} + g_{10,11}) \sin (f_7 + f_8), \\ N_2 = g_{1,2} + (f_{3,4} + f_{10,11}) \sin (f_7 + f_8) + (g_{3,4} + g_{10,11}) \cos (f_7 + f_8), \end{cases} \text{atd.}$$

Nomogramy všech rovnic (4,21) mají společné binární stupnice

$$\begin{aligned} (z_1, z_2) & \quad \xi_1 = f_{1,2}, & \eta_1 = g_{1,2}, \\ (z_3, z_4) & \quad \xi'_1 = -f_{3,4}, & \eta'_1 = -g_{3,4} \end{aligned}$$

a společné svazky kótovaných paprsků

$$\alpha = f_7, \quad \alpha' = -f_8.$$

Hodnota z_9 , hvíčí první rovnici, čte se v soustavě isoplét

$$(z_9) \quad F_1(\xi_2, \eta_2; z_9) = 0$$

bodem binární stupnice

$$(z_5, z_6) \quad \xi'_2 = f_{5,6}, \quad \eta'_2 = g_{5,6},$$

kdežto z_{12} čte se v soustavě isoplét

$$(z_{12}) \quad F_2(\xi_2, \eta_2; z_{12}) = 0$$

bodem

$$(z_{10}, z_{11}) \quad \xi'_2 = f_{10,11}, \quad \eta'_2 = g_{10,11} \text{ atd.}$$

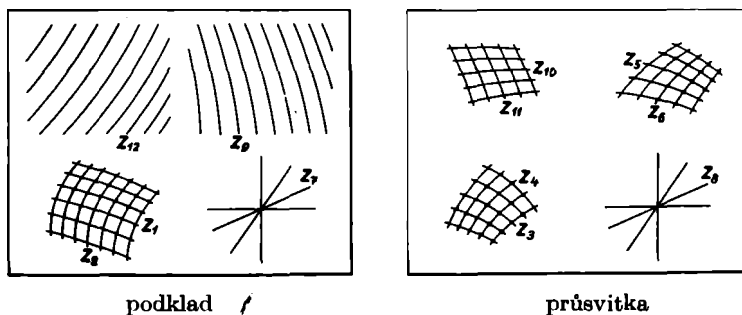
Nomogram má tedy klíč

$$P'_{3,4} \dashv\dashv P_{12}, \quad P'_{\infty}(z_3) \dashv\dashv D_7, \quad \begin{cases} P'_{5,6} \dashv\dashv L_9 \\ P'_{10,11} \dashv\dashv L_{12} \end{cases} \text{ atd.}$$

a je znázorněn v obr. 32.

Jako příklad sestrojme nomogram pro kladné kořeny (záporné kořeny nemá) rovnice kubické

$$(4,24) \quad az^3 - bz^2 + cz - d = 0,$$



Obr. 32. Schema nomogramu pro řešení soustavy rovnic (4,21).

v níž a, b, c, d značí kladná čísla. Dělením celé rovnice z a užitím parametru x rozložíme ji ve dvě rovnice

$$(4,25) \quad az^2 + c = x,$$

$$(4,26) \quad bz + \frac{d}{z} = x,$$

v nichž je $x > 0$ následkem předpokladu $a > 0, c > 0$.

Položíme-li v (4,25)

$$M_1 = \alpha(2 \log z - \log x + \log a), \quad N_1 = \beta(-\log x + \log c),$$

uvedeme ji na kanonický tvar

$$10^{M_1:\alpha} + 10^{N_1:\beta} = 1.$$

Na podkladě isopléty (z_0) se tedy redukuje na index

$$(I_{a,c}) \quad 10^{\xi_1:\alpha} + 10^{\eta_1:\beta} = 1.$$

a stupnice (z_1, z_2) na počátek

$$(O) \quad \xi_1 = f_{1,2} \equiv 0, \quad \eta_1 = g_{1,2} \equiv 0.$$

Na průsvitce dostaneme binární stupnici

$$(z, x) \quad \begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4} = -\alpha(2 \log z - \log x), \\ \eta'_1 &= -g_{3,4} = \beta \log x, \end{aligned}$$

kteřou sdružíme s počátkem O a binární stupnici

$$(a, c) \quad \xi'_2 = f_{5,6} = \alpha \log a, \quad \eta'_2 = g_{5,6} = \beta \log c,$$

kteřou sdružíme s indexem $I_{a,c}$. Konečně zvolíme v (4,22) $f_7 \equiv f_8 \equiv 0$, t. j. průsvitka bude mít dva posuvy vzhledem k podkladu, nikoliv však rotaci.

Abychom v nomogramu rovnice (4,26) obdrželi stejnou stupnici (z, x) jako v nomogramu rovnice (4,25), položíme

$$\begin{aligned} M_2 &= \alpha(2 \log z - \log x) + \lambda \log b + \mu \log d + A = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{10,11}, \\ N_2 &= -\beta \log x + \varrho \log b + \sigma \log d + B = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{10,11}, \end{aligned}$$

v nichž $\lambda, \mu, \varrho, \sigma, A, B$ jsou vhodné stálé. Jest pak

$$\begin{aligned} \log z - \log x + \log b &= \gamma(M_2 - A) + \delta(N_2 - B), \\ -\log z - \log x + \log d &= \varepsilon(M_2 - A) + \vartheta(N_2 - B), \end{aligned}$$

volíme-li stálé $\gamma, \delta, \varepsilon, \vartheta$ tak, aby

$$2\alpha\gamma = 1, \quad \alpha\gamma + \beta\delta = 1, \quad \text{t. j. } \gamma = \frac{1}{2\alpha}, \quad \delta = \frac{1}{2\beta}$$

$$2\alpha\varepsilon = -1, \quad \alpha\varepsilon + \beta\vartheta = 1, \quad \text{t. j. } \varepsilon = -\frac{1}{2\alpha}, \quad \vartheta = \frac{3}{2\beta}$$

a stálé $\lambda, \mu, \varrho, \sigma$ tak, aby

$$\gamma\lambda + \delta\varrho = \frac{\lambda}{2\alpha} + \frac{\varrho}{2\beta} = 1,$$

$$\varepsilon\lambda + \vartheta\varrho = -\frac{\lambda}{2\alpha} + \frac{3\varrho}{2\beta} = 0,$$

$$\gamma\mu + \delta\sigma = \frac{\mu}{2\alpha} + \frac{\sigma}{2\beta} = 0,$$

$$\varepsilon\mu + \vartheta\sigma = -\frac{\mu}{2\alpha} + \frac{3\sigma}{2\beta} = 1,$$

$$\text{t. j. } \lambda = \frac{3}{2}\alpha, \quad \varrho = \frac{1}{2}\beta$$

$$\text{t. j. } \mu = -\frac{1}{2}\alpha, \quad \sigma = \frac{1}{2}\beta.$$

Tím jsme převedli rovnici (4,26) na kanonický tvar

$$10^{(M_2-A):2\alpha + (N_2-B):2\beta} + 10^{-(M_2-A):2\alpha + 3(N_2-B):2\beta} = 1.$$

Její nomogram má tedy na podkladě index

$$(I_{b,d}) \quad 10^{(\xi_2-A):2\alpha + (\eta_2-B):2\beta} + 10^{-(\xi_2-A):2\alpha + 3(\eta_2-B):2\beta} = 1$$

a počátek

$$(O) \quad \xi_1 = f_{1,2} \equiv 0, \quad \eta_1 = g_{1,2} \equiv 0,$$

shodný s počátkem na podkladě rovnice (4,25). Na průsvitce obdržíme zase binární stupnici

$$(z, x) \quad \begin{aligned} \xi'_1 &= -f_{3,4} = -\alpha(2 \log z - \log x), \\ \eta'_1 &= -g_{3,4} = \beta \log x \end{aligned}$$

stejnou jako v nomogramu prvním a binární stupnici

$$(b, d) \quad \begin{aligned} \xi'_2 &= f_{10,11} = \frac{3\alpha}{2} \log b - \frac{\alpha}{2} \log d + A, \\ \eta'_2 &= g_{10,11} = \frac{\beta}{2} \log b + \frac{\beta}{2} \log d + B, \end{aligned}$$

kterou sdružujeme s indexem $I_{b,d}$.

Isopléty binární stupnice (b, d) jsou rovnoběžky

$$(b) \quad \frac{\eta'_2 - B}{\beta} + \frac{\xi'_2 - A}{\alpha} = 2 \log b$$

$$(d) \quad 3 \frac{\eta'_2 - B}{\beta} - \frac{\xi'_2 - A}{\alpha} = 2 \log d.$$

Isopléty (z) binární stupnice (z, x) jsou rovněž rovnoběžky

$$(z) \quad \frac{\eta'_1 - \xi'_1}{\beta} = 2 \log z.$$

Pomocné isopléty (x) v ní patrně nemusíme kreslit.

Index $I_{a,c}$ jest v podstatě subtrakční křivkou¹⁵⁾

$$\eta_2 = \beta \log (1 - 10^{\xi_2/\alpha}),$$

kteřá probíhá zcela v 3. kvadrantu a má za asymptoty záporné osy

$$\xi_2 = 0, \eta_2 < 0; \quad \eta_2 = 0, \xi_2 < 0.$$

Index $I_{b,d}$ jest stejnou křivkou kreslenou v klinogónální soustavě souřadnicové

$$\bar{\xi}_2 = \frac{\xi_2 - A}{2\alpha} + \frac{\eta_2 - B}{2\beta}, \quad \bar{\eta}_2 = -\frac{\xi_2 - A}{2\alpha} + 3 \frac{\eta_2 - B}{2\beta},$$

kteřá má počátek v $\xi_2 = A, \eta_2 = B$ a jejíž osy mají v původní soustavě (ξ, η) rovnice

$$\bar{\xi}_2 = 0 \text{ má rovnici } \eta_2 - B = -\frac{\beta}{\alpha} (\xi_2 - A),$$

$$\bar{\eta}_2 = 0 \text{ má rovnici } \eta_2 - B = \frac{1}{3} \frac{\beta}{\alpha} (\xi_2 - A).$$

Kladné směry a jednotky délek na nových osách určují body:

$$1. \quad \bar{\xi}_2 = 0, \bar{\eta}_2 = 1, \text{ pro který } \xi_2 - A = -\frac{\alpha}{2}, \eta_2 - B = \frac{\beta}{2},$$

$$2. \quad \bar{\xi}_2 = 1, \bar{\eta}_2 = 0, \text{ pro který } \xi_2 - A = \frac{3\alpha}{2}, \eta_2 - B = \frac{\beta}{2}.$$

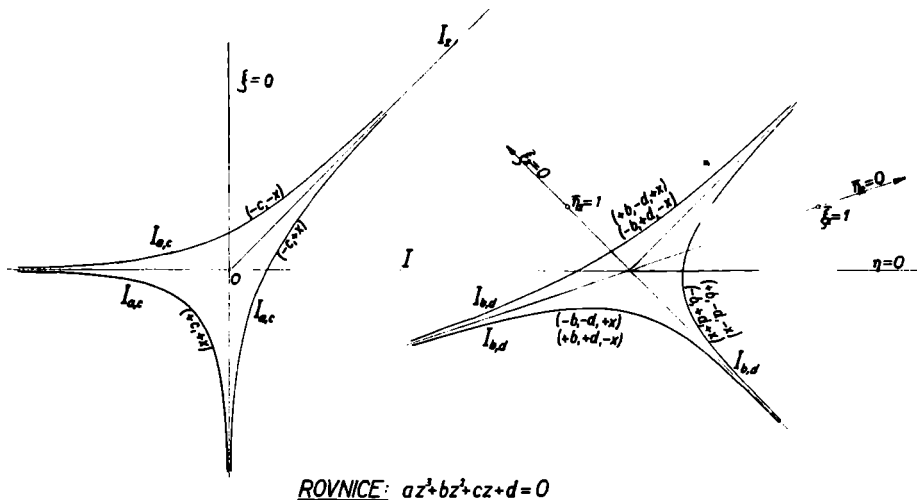
V nomogramu funkce (4,24) volili jsme $\alpha = \beta = 5 \text{ cm}, A = 16 \text{ cm}, B = 0$ (obr. 33). Rovnoběžné posouvání průsvitky zajistíme indexem

¹⁵⁾ Viz pozn. ⁸⁾ v čl. 1,5.

I_z na podkladu, vedeným rovnoběžně s isoplétami (z). Klíč nomogramu pak zní

$$P'_{a,c} \mid - I_{a,c}, \quad P'_{b,d} \mid - I_{b,d}, \quad P'_\infty(z) \mid - I_z, \quad O \mid - D_z.$$

Svazek rovnoběžných isoplét (z) můžeme prostě nahraditi též stupnicí, nejlépe přímou a k nim kolmou, jak jsme to učinili v obr. 33, vedeme-li index I_z počátkem O , neboť rovnoběžné posunování prů-



KLÍČ: $P'_{a,c} \mid - I_{a,c}; P'_{b,d} \mid - I_{b,d}; E(c) \mid - I; P'_z \mid - I_z.$

PODKLAD

Obr. 33 (asi v $\frac{1}{2}$ velikosti uvedené v textu). Průsvitku viz v kapse na konci knihy.

svitky můžeme též zajistiti indexem $I \equiv \eta = 0$ a isoplétami (c). Klíč se tím změní pouze nepodstatně způsobem uvedeným v obrázku.

Máme-li sestrojiti nomogram pro řešení kubické rovnice o koeficientech kladných nebo záporných, vyznačme explicitně jejich znaménka

$$(4,27) \quad az^3 \mp bz^2 \pm cz \mp d = 0$$

a předpokládejme opět a, b, c, d kladná. Jelikož rovnice s koeficienty vesměs kladnými nemá kladného kořene, můžeme vynechati kombi-

naci znamení $++$. Vyznačíme-li, že také pomocná proměnná x může být kladná nebo záporná, rozdělíme rovnici (4,27) na

$$(4,28) \quad az^2 \pm c = \pm x,$$

$$(4,29) \quad \pm bz \pm \frac{d}{z} = \pm x.$$

Vidíme, že můžeme užití těchto stupnic na průsvitce jako dříve, že však na podkladě musíme nakreslit jiné indexy a sice

$$(I_{a,c}) \quad 10^{\xi_1 : \alpha} \pm 10^{\eta_1 : \beta} = \pm 1,$$

$$(I_{b,d}) \quad \pm 10^{(\xi_2 - A) : 2\alpha + (\eta_2 - B) : 2\beta} \pm 10^{-(\xi_2 - A) : 2\alpha + 3(\eta_2 - B) : 2\beta} = \pm 1,$$

kde znaménka souhlasí se znaménky v (4,28) resp. (4,29). U každého z těchto dalších indexů musíme vyznačit znaménka koeficientů v (4,27) a znaménko x v (4,28) a (4,29). Výhodou nomogramu je stálá relativní přesnost následkem užití logaritmických stupnic a značný rozsah koeficientů.

Na příklad řešme naším nomogramem rovnici

$$\varphi(z) \equiv 10z^3 + 17z^2 - 69z - 90 = 0,$$

která má jediný kladný kořen¹⁶). V nomogramu jej najdeme $z_1 = 2,5$ použitím indexů

$$I_{a,c}(-c, -x), \quad I_{b,d}(+b, -d, -x).$$

I nomogramem se ostatně můžeme přesvědčit, že ony indexy není možno vésti současně body

$$(a = 10; c = 69), \quad (b = 17; d = 90)$$

ještě jiným způsobem a že to není možno provést ani s indexy

$$I_{a,c}(-c, +x), \quad I_{b,d}(+b, -d, +x).$$

Proto kořen $z_1 = 2,5$ jest jediným kořenem kladným.

Záporné kořeny rovnice $\varphi(z) = 0$ jsou kladnými kořeny rovnice

$$-\varphi(-z) = 10z^3 - 17z^2 - 69z + 90 = 0.$$

¹⁶⁾ Podle pravidla Descartesova. Viz na př. LÁSKA-HRUŠKA: *Theorie a praxe numerického počítání*, Praha 1934, str. 241.

Najdeme dva $z_2 = 1,2$ a $z_3 = 3$, prvý indexy

$$I_{a,c}(-c, -x) \text{ a } I_{b,d}(-b, +d, -x)$$

a druhý bychom našli indexy

$$I_{a,c}(-c, +x) \text{ a } I_{b,d}(-b, +d, +x),$$

kdybychom je dostatečně prodloužili.

Všimněte si, že isopléty (x) jsou totožné s isoplétami (c) a že tedy v těchto posledních můžeme počátkem O čísti i pomocnou hodnotu x . Provedte to za cvičení pro jednotlivé kořeny a srovnajte tato x_i s hodnotami $x_1 = -6,5$; $x_2 = -54,6$; $x_3 = +21$ resp. získanými výpočtem z (4,28)

$$\pm x_i = az_i^2 \pm b = 10z_i^2 - 69, \quad i = 1; 2; 3.$$

5. PŘÍKLADY ZA CVIČENÍ

Sestrojte nomogramy s průsvitkou níže uvedených vzorců. Pro vhodné umístění stupnic zaveďte napřed do těchto vzorců vhodné zvolené stálé. Nezapomeňte na klíče!!

1. Pro sférickou vzdálenost σ dvou míst o zeměpisných šířkách φ_1 a φ_2 a rozdílu λ zeměpisných délek platí

$$\cos \sigma = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \lambda.$$

Podle čl. 1,7 nebo v polárních souřadnicích podle čl. 1,8:

a) Volte

$$f_1 \equiv \cos \sigma; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2;$$

$$g_{5,6} \equiv \cos \varphi_1 \cos \varphi_2; \quad \lambda \equiv z_0.$$

b) Nebo uveďte vzorec na tvar

$$10 \log \cos \lambda + \log (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2) + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 = \cos \sigma$$

a volte:

$$f_1 \equiv \log \cos \lambda; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv \log (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2); \quad g_{5,6} = \Phi (\sin \varphi_1 \sin \varphi_2);$$

$$\sigma \equiv z_0.$$

Funkci Φ můžete zvoliti libovolně (na př. rovněž $\Phi = \log$). Snažte se, je-li to možno, zvoliti ji tak, aby bylo lze isopléty (φ_1) a (φ_2) snadno nakresliti (aby to byly na př. přímky). Tento nomogram měl by však nevýhodu, že by nebylo možno ho použiti pro $\lambda = 90^\circ$, ani pro $\varphi_1 = 90^\circ$, nebo $\varphi_2 = 90^\circ$.

Stejným způsobem se zobrazí rovnice pro výšku h nad obzorem hvězdy o deklinaci δ a hodinovém úhlu τ v zeměpisné šířce φ

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau.$$

2. MISSES-HUBER-HENCKEHOVA podmínka bezpečné pevnosti zní

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 - v_1 v_2 - v_1 v_3 - v_2 v_3.$$

Upravte ji na tvar

$$v^2 = (v_1 - \frac{1}{2}v_2 - \frac{1}{2}v_3)^2 + \frac{3}{4}(v_2 - v_3)^2$$

a volte podle 1,7

$$f_1 \equiv v_1; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv -\frac{1}{2}(v_2 + v_3); \quad g_{5,6} \equiv \frac{1}{2}(v_2 - v_3) \sqrt{3};$$

$$v \equiv z_0;$$

načež

$$v^2 = M^2 + N^2.17)$$

Průsvitka má 1 posuv proti podkladu. Isopléty (v) jsou soustředné kružnice.

¹⁷⁾ Nomogram viz V. PLESKOT: Technický obzor, 1936, str. 284.

3. Kosinová věta rovinné trigonometrie je:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Konstrukci nomogramu provedete podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích).

a) Volte

$$f_1 \equiv c^2; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -(a^2 + b^2);$$

$$g_{5,6} \equiv ab; \quad \gamma \equiv z_9.$$

b) Nebo pište

$$c^2 = 10^{2 \log(a+b)} - 10^{\log ab + 2 \log 2 \cos \frac{1}{2} \gamma}$$

a volte

$$f_1 \equiv 2 \log (2 \cos \frac{1}{2} \gamma); \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv \log ab; \quad g_{5,6} \equiv \log (a + b);$$

$$c \equiv z_9.$$

c) Také můžete kosinovou větu psáti:

$$2 \log c - 2 \log (a + b) = \log \left[1 - \frac{4ab}{(a + b)^2} \cos^2 \frac{1}{2} \gamma \right],$$

$$f_1 \equiv 2 \log c; \quad f_3 \equiv 0;$$

$$f_{5,6} \equiv -2 \log (a + b); \quad g_{5,6} \equiv \Phi \left(\frac{ab}{(a + b)^2} \right);$$

$$z_9 \equiv \gamma.$$

Funkci Φ můžete libovolně zvoliti. Snažte se zvoliti ji tak, aby isopléty (a) a (b) se daly snadno nakresliti.

d) Konečně můžete kosinové větě dáti tvar:

$$2 \log c - \log (a^2 + b^2) = \log \left(1 - \frac{2ab}{a^2 + b^2} \cos \gamma \right)$$

a voliti

$$f_1 \equiv 2 \log c; \quad f_3 \equiv 0; \quad f_{5,6} \equiv -\log (a^2 + b^2);$$

$$g_{5,6} = \Phi \left(\frac{ab}{a^2 + b^2} \right); \quad z_9 \equiv \gamma.$$

4.

$$P = 2(ab + ac + bc)$$

jest povrch kvádrů o hranách a , b , c .

a) Pište tento vzorec ve tvaru

$$\frac{1}{2}P - a(b + c) - bc = 0$$

a volte podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 = \frac{1}{2}P; \quad f_3 = 0; \quad f_{5,6} = -bc;$$

$$g_{5,6} = b + c; \quad z_7 = a,$$

načez

$$M = \frac{1}{2}P - bc; \quad N = b + c, \quad M = aN.$$

Isopléty (a) jsou vesměs přímky, rovněž isopléty binární stupnice (b, c) a průsvítka má jeden posuv proti podkladu.

b) Nebo jej pište ve tvaru

$$\frac{1}{2}P = 10^{\log a + \log(b+c)} + 10^{\log bc}$$

a volte opět podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 = \log a; \quad f_3 = 0; \quad f_{5,6} = \log(b+c);$$

$$g_{5,6} = \log bc; \quad P = z_7.$$

Průsvítka má opět jeden posuv proti podkladu.¹⁸⁾

c) Nebo jej upravte na tvar

$$P = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2).$$

Volte podle čl. 1,5

$$f_{1,2} = a^2; \quad f_{3,4} = b^2; \quad f_{5,6} = c^2;$$

$$g_{1,2} = a, \quad g_{3,4} = b; \quad g_{5,6} = c; \quad z_7 = P.$$

Průsvítka má 2 posuvy proti podkladu, za to v nomogramu nejsou žádné binární stupnice.

d) Konečně jej můžete upravit na tvar

$$\frac{1}{2}P = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \cdot 10^{\log a + \log b + \log c}$$

a voliti opět podle čl. 1,5:

$$f_{1,2} = \frac{1}{a}; \quad f_{3,4} = \frac{1}{b}; \quad f_{5,6} = \frac{1}{c};$$

$$g_{1,2} = \log a; \quad g_{3,4} = \log b; \quad g_{5,6} = \log c;$$

$$z_7 = P.$$

Isopléty (P) jsou transcendentní křivky a průsvítka má proti podkladu 2 posuvy. Nomogram opět neobsahuje binárních stupnic.

5.
$$P = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz.$$

Volte

$$f_{1,2} = x^3; \quad f_{3,4} = y^3; \quad f_{5,6} = z^3;$$

¹⁸⁾ Tento nomogram uveřejnil LUCKEY: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, sv. 5., str. 262. V podstatě stejné funkce užil STAHL: Maschinenbau, 1923, seš. 5., str. 115 k vyšetření výrobní ceny poštovních schránek při proměnlivých cenách materiálu, mezd, atd.

$$g_{1,2} \equiv \log x; \quad g_{3,4} \equiv \log y; \quad g_{5,6} \equiv \log z;$$

$$z_7 \equiv P,$$

$$M = x^3 + y^3 + z^3; \quad N = \log xyz.$$

Podle čl. 1,5.

6. Specifická hmota σ vzduchu při teplotě t (stupňů) a tlaku b (milimetrů Hg) je

$$\sigma = \frac{12\,932 \cdot 10^{-7}}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{760};$$

korekce k na vážení ve vzduchoprázdnu je pak

$$(V + k) 12\,932 \cdot 10^{-7} \cdot b = k \cdot s \cdot (1 + 0,00367 t) \cdot 760,$$

kde Vg je váha tělesa o spec. hmotě s ve vzduchu. Logaritmujte a volte podle čl. 1,7 (event. podle čl. 1,8 v polárních souřadnicích)

$$f_1 \equiv \log \frac{b}{760}; \quad f_3 \equiv -\log (1 + 0,00367 t);$$

$$f_{5,6} \equiv \log \frac{V + k}{k} \cdot 12\,932 \cdot 10^{-7}; \quad z_9 \equiv s.$$

V rovnici schází $N \equiv g_{5,6}$, isopléty (s) jsou kolmice na $\eta = 0$. $g_{5,6}$ můžete voliti libovolně tak, aby se isopléty V a k snadno nakreslily a aby nomogram byl při tom dobře čitelný. Zkuste různé volby pro $g_{5,6}$. Zkuste i jiná přeskupení, na př. aby bylo $z_9 \equiv b$ nebo $z_9 \equiv t$.

$$7. \quad L_2 = \frac{l^2(s_1 - s_2)}{2(h_1 + 2\sqrt{h_1 h_2} + h_2)} \quad .^{19)}$$

Logaritmujte a rozštěpte zavedením parametru x

$$\log L_2 - \log (s_1 - s_2) = x = 2 \log l - 2 \log (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \sqrt{2}.$$

a) Podle čl. 2,2 položte v první rovnici

$$f_{1,2} \equiv \log (s_1 - s_2); \quad L_2 \equiv z_3.$$

Jelikož v rovnici schází $g_{1,2}$, budou isopléty (L_2) kolmicemi k $\eta = 0$. Volte $g_{1,2}$ tak, aby isopléty binární stupnice (s_1, s_2) se snadno kreslily a byly dobře čitelné. — V druhé rovnici kladte obdobně

$$f_{1,2} \equiv 2 \log (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \sqrt{2}, \quad l \equiv z_3.$$

V rovnici schází opět $g_{1,2}$ a můžete je zase vhodně zvoliti. Isopléty (l) jsou také kolmicemi k $\eta = 0$.

b) Na základě stejného rozštěpení zobrazte rovnici podle čl. 2,8 rotačním nomogramem v polárních souřadnicích.

¹⁹⁾ Viz Technický Obzor, roč. 50 (1942), str. 257.

8. Dvoužilný kabel délky l km o poloměru obalu R cm, vzdálenosti středů obou žil d cm a poloměru žil ϱ cm má kapacitu (mikrofarad)

$$C = \frac{l\varepsilon}{36 \lg \frac{d(4R^2 - d^2)}{\varrho(4R^2 + d^2)}}$$

je-li ε dielektrická konstanta izolace²⁰⁾ a značí-li \lg přirozený logaritmus.

Zavěďte přímo měřené $2R = D$ a normalisovaný obsah průřezu drátu s mm² místo $\varrho = \sqrt{s : 100\pi}$. Vzorec upravte zavedením parametrů x , y a násobením modulem logaritmu dekadických $M = 0,434 \dots$ na 3 rovnice s dekadickými logaritmy

$$-18 \log (s : 100\pi) + 36 \log d \frac{D^2 - d^2}{D^2 + d^2} = x,$$

$$\log l + \log \varepsilon - \log C = y,$$

$$x = M \cdot 10^y.$$

Zobrazte podle čl. 2,5. V první rovnici položte

$$f_{1,2} = 36 \log d \frac{D^2 - d^2}{D^2 + d^2}; \quad z_3 = s.$$

Jelikož v ní schází $y + g_{1,2}$, isopléty (s) jsou přímky $\perp \eta = 0$. Můžete $g_{1,2}$ zvoliti libovolně tak, aby isopléty (D) a (d) se snadno kreslily a aby nomogram byl dobře čitelný.

V druhé rovnici volte na př.

$$g_{4,5} = -\log l - \log \varepsilon; \quad z_6 = C.$$

Schází v ní $x + f_{4,5}$, isopléty (C) jsou proto přímky $\perp k \xi = 0$. Volte $f_{4,5}$ tak, aby isopléty (l), (ε) byly též přímky. Index I_0 , po němž se posunuje počátek O' průsvitky, jest exponenciální křivka.

9. Pokuste se o sestrojení nomogramu rovnice čtvrtého stupně

$$az^4 + bz^2 + cz + d = 0$$

podobným způsobem jako v čl. 4,2.

²⁰⁾ A. ŠUBRT: Teorie slaboproudých vedení, Technické příručky ministerstva pošt a telegrafů č. 2, Praha 1929, str. 31.

6. D O D A T K Y

Viděli jsme, že sestrojování stupnic a soustav isoplét jest základem při sestrojování nomogramů. Dodatkem k tomu, co jest o tom v cit. PLESKOTOVI str. 30 až 41 uveďme zde několik dalších užitečných konstrukcí.

6.1. Stupnice funkce

$$(6,11) \quad y = \sqrt{x}$$

můžeme také sestrojiti bez výpočtu souřadnic jejich bodů. Je-li modul stupnice β ($\beta = 5$ cm v obr. 34), najdeme výpočtem souřadnici bodu A stupnice o takové kótě x_0 (v obraze $x_0 = 9$), aby výpočet byl co nejjednodušší. Sestrojíme polokružnici procházející počátkem O , jejíž střed leží na přímce nesoucí stupnici. Její poloměr δ volme tak veliký, aby zvolený bod A padl ještě dovnitř této kružnice. Na polokružnici vyhledejme bod B tak, aby $\overline{OA} = \overline{OB}$. Na přímce OB sestrojme měřítko, jehož kóta 0 budiž v O a kóta x_0 (v obrázku 9) v B . Body tohoto měřítka vedme kolmice k stupnici až protnou kružnici. Přeneseme-li vzdálenosti těchto bodů od O do stupnice, obdržíme stupnici funkce (6,11). V obr. 34 naznačeno čárkovaně sestrojení bodu o kótě $x = 5$ (bod E , $\overline{OE} = \overline{OD}$).

Důkaz: Je-li α mod. měřítko na OB , z $\overline{OA} = \beta\sqrt{x_0} = \overline{OB} = \alpha x_0$, plyne

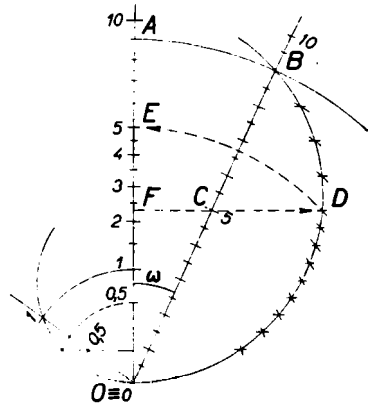
$$\beta = \alpha\sqrt{x_0}.$$

Úhel ω měřítka a stupnice jest

$$\cos \omega = \frac{\overline{OB}}{2\delta} = \frac{\alpha x_0}{2\delta}.$$

Je-li tedy C bod o kótě x na měřítku, F pata kolmice z něj spuštěné na stupnici a D průsečík této kolmice s kružnicí, jest $\overline{OC} = \alpha x$ a

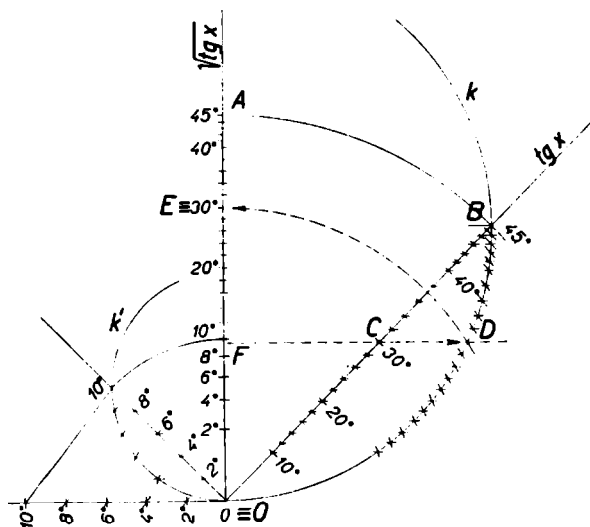
$$\overline{OF} = \alpha x \cos \omega = \frac{\alpha^2 x_0}{2\delta} x = \frac{\beta^2}{2\delta} x. \text{ Proto je } \overline{OE} = \overline{OD} = \sqrt{2\delta \cdot \overline{OF}} = \beta\sqrt{x}. \text{ Bod } E \text{ má ve stupnici kótu } x.$$



Obr. 34. Sestrojování stupnice funkce \sqrt{x} o mod. 5 cm (asi v $\frac{1}{10}$ velikosti).

Body stupnice o kótách menších než 1 sestrojovali bychom přesněji polokružnicí o vhodném menším poloměru, vycházející z bodu o kótě $x_0 = 1$. V obrázku naznačeno sestrojení bodu o kótě $x = 0,5$.

Kdybychom na OB v obr. 34 vynesli místo měřítka stupnici funkce $f(x)$ tak, aby v ní bod o kótě x_0 padl do bodu B , obdrželi bychom naši konstrukci na OA stupnici funkce $\sqrt{f(x)}$, která má zase modul β a bod o kótě x_0 v A .



Obr. 35. Sestrojení stupnice funkce $\sqrt{\text{tg } x}$ o mod. 10 cm (asi v $\frac{1}{2}$ velikosti).

Důkaz (obr. 35): Jelikož $\beta\sqrt{f(x_0)} = \overline{OA} = \overline{OB} = \alpha f(x_0)$, $\beta = \alpha\sqrt{f(x_0)}$, $\cos \omega = \overline{OB} : (2\delta) = \frac{1}{2}\alpha f(x_0) : \delta$. Je-li tedy x kótou bodu C v stupnici funkce $f(x)$, $\overline{OC} = \alpha f(x)$ a $\overline{OF} = \alpha f(x) \cos \omega = \frac{1}{2}\beta^2 f(x) : \delta$. Proto je $\overline{OE} = \overline{OD} = \sqrt{2\delta \cdot \overline{OF}} = \beta\sqrt{f(x)}$, t. j. bod E má kótu x v stupnici funkce $\sqrt{f(x)}$ sestrogené s mod. β .

Na příklad, v obr. 35 byla takto sestrojena stupnice funkce

$$y = \sqrt{\text{tg } x}, \quad 0 \leq x \leq 45^\circ$$

o mod. $\beta = 10$ cm. Nejprve jsme vynesli $\overline{OA} = \beta\sqrt{\text{tg } 45^\circ} = \beta$, pak

přenesli $\overline{OB} = \overline{OA} = \beta$ na kružnici k o vhodně zvoleném průměru $2\delta > \beta$ a na OB sestrojili stupnici funkce $\operatorname{tg} x$ vynesáním hodnot $\operatorname{tg} x$ vzatých z tabulek při mod β . Další konstrukce je zřejmá.

Cvičení: Sestrojte stupnice:

10. Funkce $1 : (1 + \sqrt{x})$ jako projektivní se stupnicí funkce \sqrt{x} (viz v čl. 1,1 pozn. 1) cit. PLESKOT str. 37).

11. Funkcí $\sqrt{\log x}$ a $1 : \sqrt{\log x}$.

12. Funkce $\sqrt{\sec x}$.

6.2. Soustavu isoplét

$$(6,21) \quad (a_0 z^2 + a_1 z + a_2) \xi + (b_0 z^2 + b_1 z + b_2) \eta + (c_0 z^2 + c_1 z + c_2) = 0,$$

$$(6,22) \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

sestrojujeme takto:

Geometricky podmínka (6,22) vyjadřuje, že tři přímky

$$a_i \xi + b_i \eta + c_i = 0, \quad i = 0; 1; 2$$

nejdou jedním bodem. Kvadratická rovnice (6,21) v z

$$z^2(a_0 \xi + b_0 \eta + c_0) + z(a_1 \xi + b_1 \eta + c_1) + (a_2 \xi + b_2 \eta + c_2) = 0$$

nemá tedy nikdy současně rovny nule veškeré své koeficienty. Ať zvolíme ξ, η jakkoliv, tato rovnice má vždy dva kořeny, reálné nebo komplexní, konečné nebo nekonečné, navzájem různé nebo stejné. Každým bodem roviny jdou dvě isopléty soustavy (6,21), které jsou obě reálné různé nebo splývající nebo obě jsou imaginární. Soustavu isoplét (6,21) nazýváme proto také svazkem druhé třídy.

Rovněž žádná z isoplét (6,21) nemůže mít dvě různé kóty. Různým kótám náležejí různé isopléty soustavy (6,21). Kdyby totiž některé isoplétě této soustavy náležely dvě různé kóty z_1 a $z_2 \neq z_1$,²¹⁾ rovnice této isopléty by se dala psátí buď jako

$$(a_0 z_1^2 + a_1 z_1 + a_2) \xi + (b_0 z_1^2 + b_1 z_1 + b_2) \eta + (c_0 z_1^2 + c_1 z_1 + c_2) = 0$$

nebo jako

²¹⁾ Dolních indexů nebudeme nyní užívat k rozlišení různých argumentů nebo parametrů, nýbrž k označování různých hodnot téhož argumentu resp. parametru.

$$(a_0 z_2^2 + a_1 z_2 + a_2) \xi + (b_0 z_2^2 + b_1 z_2 + b_2) \eta + (c_0 z_2^2 + c_1 z_2 + c_2) = 0.$$

Jelikož obě tyto rovnice mají značiti tutéž přímku, bylo by

$$(6,23) \quad \frac{a_0 z_1^2 + a_1 z_1 + a_2}{a_0 z_2^2 + a_1 z_2 + a_2} = \frac{b_0 z_1^2 + b_1 z_1 + b_2}{b_0 z_2^2 + b_1 z_2 + b_2} = \frac{c_0 z_1^2 + c_1 z_1 + c_2}{c_0 z_2^2 + c_1 z_2 + c_2}.$$

Položme tento podíl rovný k . Pak z (6,23) plynou rovnice

$$(6,24) \quad \begin{aligned} a_0(z_1^2 - kz_2^2) + a_1(z_1 - kz_2) + a_2(1 - k) &= 0, \\ b_0(z_1^2 - kz_2^2) + b_1(z_1 - kz_2) + b_2(1 - k) &= 0, \\ c_0(z_1^2 - kz_2^2) + c_1(z_1 - kz_2) + c_2(1 - k) &= 0, \end{aligned}$$

kteřé vzhledem k $1 \neq 0$ mají jediné řešení

$$(6,25) \quad z_1^2 - kz_2^2 = 0, \quad z_1 - kz_2 = 0, \quad 1 - k = 0.$$

Neznáte-li tuto větu, přesvědčte se o tom postupnou eliminací neznámých (6,25) z rovnic (6,24).

Z (6,25) bychom však obdrželi $z_1 = z_2$ v rozporu s předpokladem $z_1 \neq z_2$. Tím je proveden důkaz našeho tvrzení.

Kterákoliv isopléta soustavy 6,21, na př. isopléta

$$(6,26) \quad (a_0 z_1^2 + a_1 z_1 + a_2) \xi + (b_0 z_1^2 + b_1 z_1 + b_2) \eta + (c_0 z_1^2 + c_1 z_1 + c_2) = 0$$

o kotě z_1 , protíná proto každou jinou isoplétu této soustavy v jediném bodě. Tyto body tvoří na isoplétě z_1 projektivní stupnici, přiřkneme-li jejímu průsečíku s isoplétou o kótě z také kótu z . Odečtením (6,26) od (6,21) a krácením $z - z_1$ obdržíme totiž rovnici svazku paprsků

$$(6,27) \quad (z + z_1) (a_0 \xi + b_0 \eta + c_0) + (a_1 \xi + b_1 \eta + c_1) = 0,$$

kteřý tuto stupnici promítá (princip Laméův). Je zřejmé, že při

$$a_0 b_1 - b_0 a_1 \neq 0$$

tento svazek protíná každou z rovnoběžných přímek

$$(6,28) \quad a_0 \xi + b_0 \eta + c_0 = p = \text{konst.} \neq 0$$

v měřítku

$$(6,29) \quad a_1 \xi + b_1 \eta + c_1 = -p(z + z_1).$$

Skutečně obdržíme z obou posledních rovnic na ose $\eta = 0$ měřítko

$$\xi = A + Bz,$$

$$A = \frac{b_0c_1 - c_0b_1 + pb_0z_1 + pb_1}{a_0b_1 - b_0a_1} = \text{konst.}, \quad B = \frac{pb_0}{a_0b_1 - b_0a_1} = \text{konst.},$$

kteřé je ortogonálním průmětem měřítka vyřátého na přímce (6,28) svazkem (6,27). — Kdyby však bylo $a_0b_1 - b_0a_1 = 0$, byly by obě přímky

$$a_0\xi + b_0\eta + c_0 = 0, \quad a_1\xi + b_1\eta + c_1 = 0$$

navzájem rovnoběžné a svazek (6,27) sestával by vesměs z rovnoběžných paprsků. Osu $\eta = 0$ by tento svazek protínal v projektivní stupnici

$$\xi = \frac{-c_1 - c_0(z + z_1)}{a_1 + a_0(z + z_1)},$$

kteřá by byla rovnoběžným průmětem (arci obecně klinogonálním) stupnice na isoplétě z_1 . Tím jest proveden důkaz tvrzení, že stupnice vyřátá soustavou (6,21) na kterékoliv isoplétě této soustavy jest projektivní.

Známe-li tedy ze soustavy (6,21) čtyři isopléty o kótách z_1, z_2, z_3, z_4 , sestojíme isoplétu o libovolné kótě z v této soustavě bez jakýchkoliv dalších výpočtů. Průsečky na př. isoplét z_1, z_2, z_3 se z_4 jsou body o kótách z_1, z_2, z_3 v projektivní stupnici vyřáté na isoplétě z_4 soustavou (6,21). Z nich můžeme tuto stupnici sestojiti. Stejně sestojíme na př. z bodů o kótách z_1, z_2, z_4 projektivní stupnici na z_3 . Spojnice bodů obou těchto projektivních stupnic o libovolné stejné kótě z jest isoplétou soustavy (6,21) o kótě z .

Na příklad v obr. 36 byla takto sestrojena soustava isoplét (z) $(12z^2 + 10z + 18)\xi + (-12z^2 + 10z - 18)\eta + (3z + 27) = 0$ v níž je

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12, & -12, & 0 \\ 10, & 10, & 3 \\ 18, & -18, & 27 \end{vmatrix} = 6480 \neq 0.$$

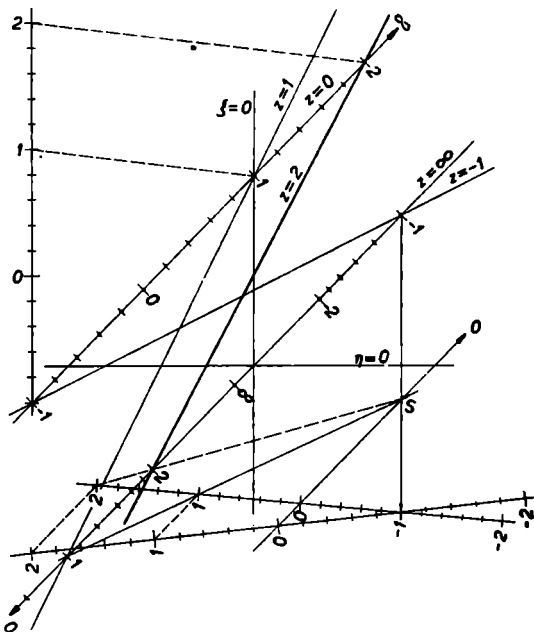
Nakreslili jsme 4 její isopléty o kótách na př.

$$\begin{array}{lll} z = 0, & \text{t. j.} & 2\xi - 2\eta + 3 = 0, \\ z = 1, & \text{t. j.} & 4\xi - 2\eta + 3 = 0, \\ z = -1, & \text{t. j.} & 5\xi - 10\eta + 6 = 0, \\ z = \infty, & \text{t. j.} & \xi - \eta = 0. \end{array}$$

Rovnici poslední isopléty jsme obdrželi dělením z^2 rovnice (z)

$$\left(12 + \frac{10}{z} + \frac{18}{z^2}\right) \xi + \left(-12 + \frac{10}{z} - \frac{18}{z^2}\right) \eta + \frac{3}{z} + \frac{27}{z^2} = 0$$

a položením v ní $\lim z = \infty$. V obr. 36 naznačili jsme sestrojění isopléty $z = 2$. Jest spojnicí bodů o kótě $z = 2$ v projektivních stupnicích, které na př. vytínají jednak isopléty $z = 1$, $z = -1$, $z = \infty$,



Obr. 36. Sestrojění soustavy isoplét (z) (viz text).

na isoplétě $z = 0$, jednak na isoplétě $z = \infty$ isopléty $z = 0$, $z = 1$, a $z = -1$. Druhou z těchto projektivních stupnic jsme sestrojili promítnutím ze středu S do měřítka (cit. Pleskot obr. 20 na str. 36). Prvá z těchto projektivních stupnic se pak redukuje přímo na měřítko proto, že má bod o kótě $z = \infty$ v nekonečnu. Přesvědčte se, že i na ostatních isoplétách $z = 1$ a $z = -1$ jsou projektivní stupnice, jichž jsme také mohli použít k sestrojění soustavy (z).

Důkaz věty, že každá projektivní stupnice, která má v nekonečnu bod o kótě $z = \infty$, redukuje se na měřítko, jest tento: Stupnice projektivní funkce

$$y = \frac{a + bz}{c + dz}, \quad ad - bc \neq 0$$

má v nekonečnu bod o kótě

$$z = -\frac{c}{d}.$$

Má-li tato kóta býti $z = \infty$, musí zřejmě $d = 0$, takže naše projektivní funkce se redukuje na funkci celistvou

$$y = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}z,$$

jejíž stupnice je ovšem zřejmě měřítkem. Přesvědčte se o tom na př. sestrojením stupnice takové funkce

$$y = \frac{3}{2} - \frac{2}{5}z.$$

Mají-li splýnouti v jednu obě isopléty soustavy (6,21) vedené bodem $(\xi; \eta)$, musí kvadratická rovnice (6,21) v z

$$z^2(a_0\xi + b_0\eta + c_0) + z(a_1\xi + b_1\eta + c_1) + (a_2\xi + b_2\eta + c_2) = 0$$

míti dva stejné kořeny, t. j. její diskriminant musí býti roven nule, t. j.

$$D = (a_1\xi + b_1\eta + c_1)^2 - 4(a_0\xi + b_0\eta + c_0)(a_2\xi + b_2\eta + c_2) = 0.$$

Body (ξ, η) této vlastnosti leží tedy vesměs na kuželosečce

$$D = 0,$$

již také každá z isoplét (6,21) protíná ve dvou splývajících bodech, jest tedy její tečnou. Vypočtením

$$(a_2\xi + b_2\eta + c_2) = -z^2(a_0\xi + b_0\eta + c_0) - z(a_1\xi + b_1\eta + c_1)$$

z rovnice takové isopléty (6,21) a dosazením této hodnoty do $D = 0$ obdržíme totiž rovnici

$$S_1^2 = [(a_1\xi + b_1\eta + c_1) + 2z(a_0\xi + b_0\eta + c_0)]^2 = 0,$$

kteřá to dokazuje.

Dokonce každá tečna kuželosečky $D = 0$ jest isoplétou soustavy (6,21). Vrchol svazku paprsků o parametru z

$$S_1 = 2z(a_0\xi + b_0\eta + c_0) + (a_1\xi + b_1\eta + c_1) = 0$$

leží na kuželosečce $D = 0$, neboť jeho souřadnice zřejmě splňují její rovnici. Odtud dosazením

$$(a_1\xi + b_1\eta + c_1) = -2z(a_0\xi + b_0\eta + c_0)$$

za jeden činitel ve čtverci v $D = 0$ obdržíme rovnici

$$- 2 (a_0\xi + b_0\eta + c_0) [z(a_1\xi + b_1\eta + c_1) + 2 (a_2\xi + b_2\eta + c_2)] = 0,$$

jejíž prvý činitel $(a_0\xi + b_0\eta + c_0) = 0$ protíná všechny paprsky svazku $S_1 = 0$ ve vrcholu tohoto svazku. Každý z paprsků svazku $S_1 = 0$ protíná tedy kuželosečku $D = 0$ v jediném dalším bodě, jehož souřadnice anulují zřejmě druhý činitel

$$S_2 = (a_1\xi + b_1\eta + c_1)z + 2 (a_2\xi + b_2\eta + c_2) = 0,$$

což je zase rovnice svazku paprsků, jehož vrchol leží také na kuželosečce. Každým bodem A kuželosečky $D = 0$ prochází tedy po jednom paprsku z každého z obou svazků $S_1 = 0$ a $S_2 = 0$ a oběma těmito paprskům je přiřazeno totéž z . Tomuto z přiřazená isopléta soustavy (6,21) však prochází rovněž tímto bodem A , neboť její rovnici můžeme psát ve tvaru

$$\frac{zS_1 + S_2}{2} = 0$$

(princip Laméův). Jak jsme viděli, oba průsečíky této isopléty s kuželosečkou $D = 0$ však splývají v jeden bod, který je tedy v A , a ona isopléta je tečnou této kuželosečky v A . Tečna kuželosečky $D = 0$ v libovolném jejím bodě A jest tedy skutečně také isoplétou soustavy (6,21).

Snadno nahlédneme ostatně, že rovnici každé kuželosečky můžeme psát ve tvaru $D = 0$, volíme-li za $a_0\xi + b_0\eta + c_0 = 0$ a $a_2\xi + b_2\eta + c_2 = 0$ libovolné dvě její tečny a za $a_1\xi + b_1\eta + c_1 = 0$ spojnicí jejich dotykových bodů. Platí tedy o každé kuželosečce, že rovnici jejích tečen můžeme psát ve tvaru (6,21) soustavy isoplét (nebo svazku druhé třídy) o parametru z .

6,3. Isopléty soustavy

$$(a_0z^2 + a_1z + a_2) \xi + (b_0z^2 + b_1z + b_2) \eta - \beta(c_0z^2 + c_1z + c_2) = 0$$

$$(6,31) \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_0, & b_0, & c_0 \\ a_1, & b_1, & c_1 \\ a_2, & b_2, & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

protínají osu $\xi = 0$ v bodech o pořadnicích

$$\eta = \beta \frac{c_0z^2 + c_1z + c_2}{b_0z^2 + b_1z + b_2},$$

t. j. ve stupnici kvadratické funkce lomené

$$(6,32) \quad y = \frac{c_0z^2 + c_1z + c_2}{b_0z^2 + b_1z + b_2},$$

sestrojené s mod β .

Bez výpočtu můžeme tedy naopak sestrojiti stupnici takové dané funkce (6,32) použitím vhodné soustavy isoplét (6,31), sestro-

jené podle předešlého článku. V jejich rovnici (6,31) jsou při tom b_i a c_i ($i = 0; 1; 2$) známé hodnoty z dané funkce (6,32), β je rovněž hodnota daná, kdežto a_0, a_1, a_2 můžeme zcela libovolně zvoliti tak, aby konstrukce byla pohodlná a dosti přesná. Osu $\xi = 0$ a počátek O soustavy souřadnic pro sestrojení isoplét (6,31) máme dánu orientovanou přímkou s počátkem, na níž máme sestrojovati stupnici dané funkce (6,32). Osu $\eta = 0$ této soustavy souřadnicové vedeme oním počátkem libovolně, třeba klinogonálně, ovšem zase s ohledem na pohodlnost a přesnost konstrukce. Isopléty (6,31) sestrojíme pak zase v této soustavě souřadnic podle čl. 6,2 jako spojnice stejně kótovaných bodů dvou projektivních stupnic na dvou vhodně zvolených isoplétách soustavy (6,31), jimž říkáme proto stručně isopléty základní.

Na příklad stupnici funkce

$$(6,33) \quad y = \frac{z^2}{z + 4}.$$

sestrojené s mod $\beta = 2$ cm, vytíná na ose $\xi = 0$ každá soustava isoplét

$$(6,34) \quad (a_0 z^2 + a_1 z + a_2) \xi + (z + 4) \eta - 2z^2 = 0.$$

Pokusme se voliti v této rovnici koeficienty a_0, a_1, a_2 tak, aby isopléta o kótě $z_1 = \infty$ byla úběžnou přímkou roviny. Docílíme tím, že v projektivní stupnici na každé isoplétě soustavy (6,34) padne bod o kótě $z = \infty$ do nekonečna, t. j. že tyto projektivní stupnice degenerují pak vesměs v měřítko (čl. 6,2), která ovšem snáze sestrojujeme než stupnice projektivní. Rovnice isopléty o kótě $z_1 = \infty$ v soustavě (6,34) však zní podle čl. 6,2

$$a_0 \xi - 2 = 0$$

a bude úběžnou přímkou, volíme-li $a_0 = 0$.

Za jednu ze základních isoplét volme vhodnou rovnoběžku se stupnicí funkce (6,33). Bude to isopléta soustavy (6,34) o kótě $z_2 = -4$, neboť $y = \infty$ plyne z (6,33) buď pro $z = \infty$, což je úběžná přímka roviny, nebo pro $z = -4$. Koeficienty a_1, a_2 volme nyní vhodně tak, aby tato isopléta $z_2 = -4$ měla rovnici $\xi = 2$ cm (obr. 37), t. j.

$$-4a_1 + a_2 = 16.$$

Bodem

(6,35)

($\xi = 0$; $\eta = 4$ cm)

naší stupnice, který v ní má kóty $z = 4$ a $z = -2$, vedme druhou základní isoplétu. Za její kótu volme z obou těchto kót na př. $z_3 = 4$ a a_1, a_2 volme tak, aby rovnice této základní isoplěty byla vhodně $\eta = 4$, což nám poskytne

$$4a_1 + a_2 = 0.$$

Jest tedy

$$a_1 = -2, \quad a_2 = 8.$$

a rovnice (6,34) bude tudíž konečně

$$(6,36) \quad (-2z + 8)\xi + (z + 4)\eta - 2z^2 = 0.$$

Druhá isopléta soustavy (6,34) jdoucí bodem (6,35) má kótu $z_4 = -2$, jak jsme výše zjistili, a proto má rovnici podle (6,36)

$$12\xi + 2\eta - 8 = 0.$$

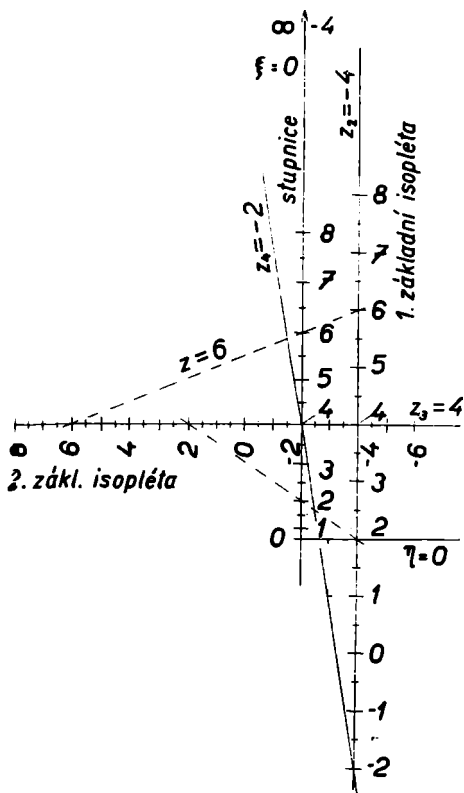
Sestrojíme ji ze dvou bodů: (6,35) a z bodu

$$(6,37) \quad (\xi = 2 \text{ cm}; \eta = -8 \text{ cm}).$$

Tento druhý bod leží však na základní isoplétě $z_2 = -4$ a v měřítku na ní má proto také kótu $z = -2$ jako isopléta $z_4 = -2$.

Nyní můžeme sestrojiti měřítko na obou základních isoplétách,

neboť v každém z nich známe 2 body a jejich kóty: Tak v měřítku na $z_2 = -4$ známe body o kótách $z = 4$ a $z = -2$, v nichž toto měřítko protínají isoplěty $z_3 = 4$ a $z_4 = -2$, a podobně v měřítku na $z_3 = 4$ známe body o kótách $z = -2$ a $z = -4$. Spojnice



Obr. 37. Sestrojení stupnice funkce $z^2 : (z + 4) \pmod{2 \text{ cm}}$ (asi v $\frac{2}{3}$ velikosti).

bodů o stejných kótách v obou měřítkách jsou tedy isoplétami soustavy (6,34) a protínají $\xi = 0$ ve stupnici funkce (6,33). V obr. 37 bylo naznačeno příkladem sestrojení bodů této stupnice o kótách $z = 2$ a $z = 6$ (čárkovanými isoplétami). Pro sestrojení dalších úseků stupnice by bylo asi vhodné voliti jinak jak a_0, a_1, a_2 , tak základní isopléty.

Cvičení: 13. Sestrojte tímto způsobem stupnici celistvé funkce kvadratické

$$y = 2z^2 - 5z + 3.$$

6.4. Soustava isoplét

$$(6,41) \quad (a_0 f^2 + a_1 f + a_2) \xi + (b_0 f^2 + b_1 f + b_2) \eta + (c_0 f^2 + c_1 f + c_2) = 0$$

$$f = f(z),$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & b_0 & c_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0,$$

jest pouze zdánlivě obecnější než soustava (6,21). Oboje isopléty jsou totiž tečnami téže kuželosečky, kótování těchto tečen však je v soustavě (6,41) jiné než v soustavě (6,21). Tak na př. kdybychom měli funkci

$$f(z) = \sqrt[3]{z},$$

a kdyby koeficienty a_i, b_i, c_i , ($i = 0; 1; 2$) v obou rovnicích (6,21) a (6,41) byly stejné, isopléta soustavy (6,41) o kótě $z = 4$ by měla v soustavě (6,21) kótu $z = \sqrt[3]{4} = 2$ atd.

Soustava isoplét (6,41) protíná proto zase každou ze svých isoplét v stupnici projektivní se stupnicí funkce $f(z)$, a je tedy tvaru

$$\frac{Af(z) + B}{Cf(z) + D},$$

kterou sestrojujeme podle cit. Pleskota, str. 37. Spojnicemi stejně kótovaných bodů obou stupnic na dvou z isoplét (6,41) obdržíme zase celou soustavu.

Rovněž osa $\xi = 0$ protíná soustavu

$$(6,42) \quad (a_0 f^2 + a_1 f + a_2) \xi + (b_0 f^2 + b_1 f + b_2) \eta - \beta(c_0 f^2 + c_1 f + c_2) = 0,$$

$$f = f(z)$$

v stupnici funkce

$$(6,43) \quad y = \frac{c_0 f^2(z) + c_1 f(z) + c_2}{b_0 f^2(z) + b_1 f(z) + b_2}$$

o mod β . Sestrojujeme ji tedy podobně jako stupnici funkce (6,32).

Na příklad stupnici o mod. $\beta = 10$ cm funkce

$$(6,44) \quad y = (\log z)^2$$

vytíná na ose $\xi = 0$ soustava isoplét

$$(6,45) \quad [a_0(\log z)^2 + a_1 \log z + a_2] \xi + \eta - 10(\log z)^2 = 0.$$

Volme zase $a_0 = 0$ tak, aby úběžná přímka roviny byla isoplétou o takové kótě z , která činí $\log z = \infty$, t. j. $z = \infty$. Soustava isoplét (6,45) protíná pak každou ze svých isoplét v stupnici funkce tvaru

$$(6,46) \quad \zeta = \frac{A \log z + B}{C \log z + D},$$

v níž tato kóta $z = \infty$ náleží úběžnému bodu $\zeta = \infty$. Proto dosazením $z = \infty$ do (6,46) plyne

$$\zeta = \infty = \frac{A}{C}, \quad \text{t. j. } C = 0$$

a stupnice (6,46) se redukuje na stupnici funkce tvaru

$$\zeta = A' \log z + B',$$

t. j. na obyčejnou stupnici logaritmickou o modulu A' , v níž bod o kótě $z = 1$ jest v bodě $\zeta = B'$. Nejlépe však sestrojíme tuto logaritmickou stupnici ze dvou bodů na př. o kótách $z = 1$, $z = 10$, nebo $z = 0,1$ atd.

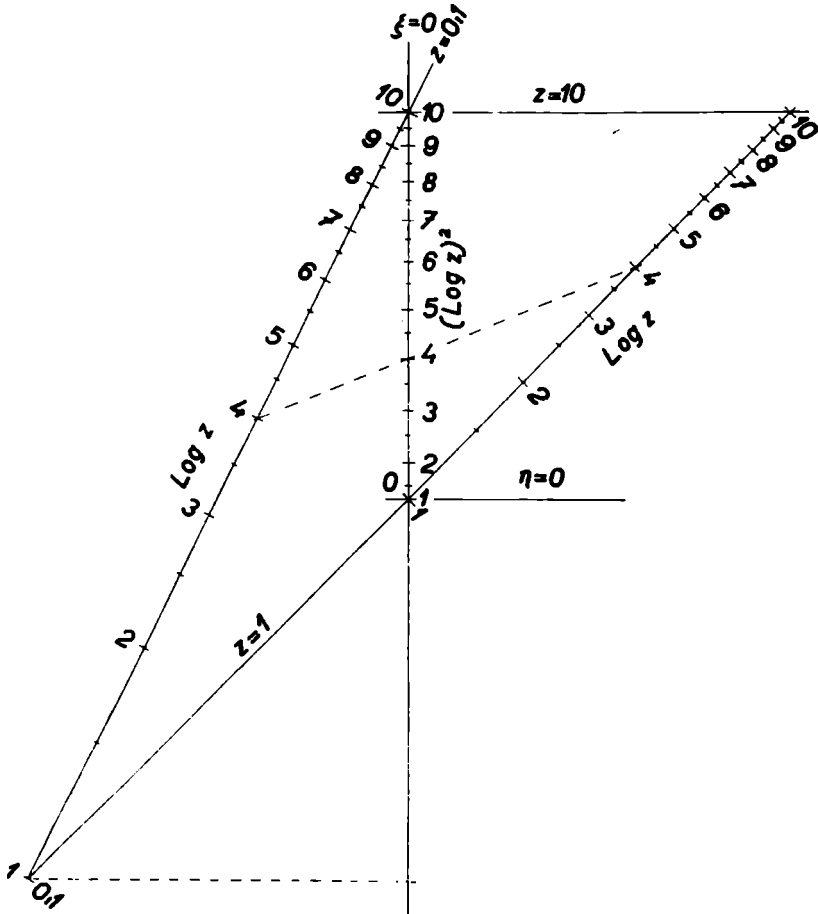
Avšak rovnice isoplét (6,45) o těchto kótách jsou

$$\begin{aligned} (z = 1) \quad & a_2 \xi + \eta = 0, \\ (z = 10) \quad & (a_1 + a_2) \xi + \eta - 10 = 0, \\ (z = 0,1) \quad & (-a_1 + a_2) \xi + \eta - 10 = 0. \end{aligned}$$

Volme tedy $a_1 = 1$ a $a_2 = -1$ tak, aby rovnice těchto isoplét byly

$$\begin{aligned} (z = 1) \quad & \eta - \xi = 0, \\ (z = 10) \quad & \eta - 10 = 0, \\ (z = 0,1) \quad & \eta - 2\xi - 10 = 0 \end{aligned}$$

a nakresleme je (obr. 38). Pak obě ostatní vytínají na $z = 1$ body logaritmické stupnice kótované 10 a 0,1 a na $z = 0,1$ body logaritmické stupnice kótované 1 a 10. Sestrojme obě tyto logaritmické stupnice promítnutím vhodného prototypu podle čl. 6,5, načež spojnice stejně kótovaných bodů v obou vytínají na $\xi = 0$ stupnici funkce (6,44). V obrázku bylo čárkovane naznačeno sestrojění bodu o kótě $z = 4$.



Obr. 38. Sestrojění stupnice funkce $(\log z)^2$ o mod. 10 cm (asi v $\frac{1}{2}$ velikosti).

Cvičení: Sestrojte stupnice funkcí:

$$14. \quad y = \frac{\sin z}{1 + \sin^2 z};$$

$$15. \quad y = \frac{z}{1 + \sqrt{z}}.$$

Volte v (6,43) $c_0 = 1$, $c_1 = c_2 = 0$, $b_0 = 0$, $b_1 = b_2 = 1$ a $f = \sqrt{z}$. Stupnici poslední sestrojte podle čl. 6,1.

6,5. Logaritmickou stupnici můžeme prakticky sestrojiti jediné výpočtem souřadnic jejích bodů. To je ovšem velmi pracné. Jelikož jí velmi často potřebujeme při nejrůznějších modulech, sestrojme ji jednou pro vždy při dosti velkém modulu, na př. $\beta = 25$ cm. Říkejme jí prototyp logaritmické stupnice. Středovým promítnutím tohoto prototypu na vhodnou rovnoběžku obdržíme logaritmickou stupnici o každém jiném modulu.

Takový prototyp logaritmické stupnice o mod. 25 cm, promítnutý již svazkem paprsků, lze koupiti²²⁾. Přeložíme-li nebo přerízeme-li tento papír podél vhodné přímky, rovnoběžné s prototypem, vynášíme z něj přímo logaritmickou stupnici o libovolném modulu menším než 25 cm. Vynášení je přesnější, odřízneme-li papír ostrým nožem podle potřebného průmětu prototypu, nežli když jej pouze překládáme.

Jiný způsob by byl, že bychom prototyp upevnili napínáčky na kreslicí desku a promítli jej z vhodného bodu (ležícího třeba v nekonečnu) do žádané logaritmické stupnice. Nejlaciněji si opatříme takový prototyp logaritmické stupnice vyřiznutím z koupeného logaritmického papíru.²²⁾ Modul takové promítnuté stupnice logaritmické však musíme vždy kontrolovati, jelikož papír se smršťuje teplem a tím se mění i modul logaritmického prototypu na něm vytištěného.

Zmenšením veškerých kót v logaritmické stupnici o totéž číslo b obdržíme z ní stupnici funkce

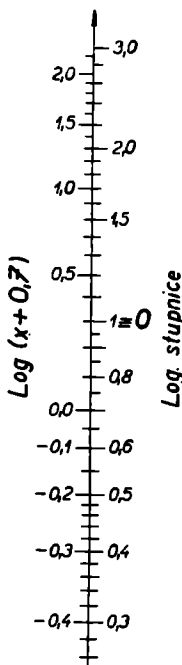
$$(6,51) \quad y = \log(x + b),$$

kteřou tedy můžeme také přímo vynášeti z logaritmické stupnice. Přirozeně, vynášíme z ní opět pouze body o okrouhlých kótách x ,

²²⁾ V knihkupectví Jednoty čes. matem. a fys. v Praze II., Žitná 25.

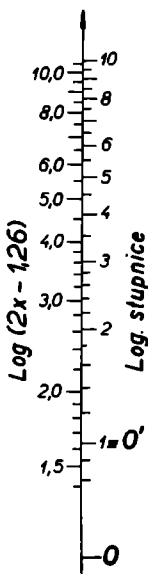
nikoliv o okrouhlých kótách v logaritmické stupnici, které teď jsou $x + b$.

Tak na příklad v obr. 39 byla takto sestrojena stupnice funkce
(6,52) $y = \log(x + 0,7)$

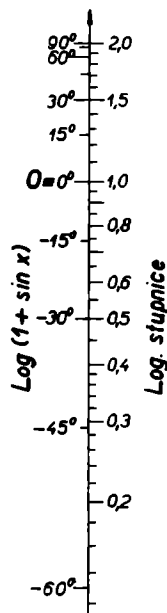


Obr. 39.

Sestrojení stupnic funkcí $\log(x + b)$
a $\log(ax + b)$ překótováním v logaritmické
stupnici (asi v $\frac{1}{2}$ velikosti udané v textu).



Obr. 40.



Obr. 41.

Použití logaritmické stupnice k sestrojení jiných stupnic; zde funkce $\log(1 + \sin x)$ (asi v $\frac{1}{2}$ velikosti udané v textu).

o mod. $\beta = 15$ cm. Logaritmickou stupnici o mod. $\beta = 15$ cm přiložíme k orientované přímce tak, aby její bod o kótě „1“ padl do počátku O (v obr. 39 po pravé straně přímky) a z ní vynášíme na přímku body stupnice funkce (6,52) o okrouhlých kótách

$$x = \dots - 0,2; - 0,1; 0,0; 0,1; \dots,$$

které stojí proti bodům o kótách

$$x + b = \dots 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; \dots$$

na logaritmické stupnici.

Užíváme toho s výhodou i k sestrojení stupnice poněkud obecnější funkce

$$(6,53) \quad y = \log(ax + b), \quad a > 0.$$

Pomocí logaritmické stupnice o mod. β nanese se od počátku O na orientovanou přímku úsečku $\beta \log a$ a její koncový bod zvolíme za nový počátek O' , od něhož vyneseme podle předešlého stupnici funkce

$$(6,54) \quad \log\left(x + \frac{b}{a}\right), \quad (\text{mod. } \beta).$$

Skutečně, vzdálenost bodu o kótě x v této stupnici od počátku O jest

$$\log a + \log\left(x + \frac{b}{a}\right) = \log(ax + b) = y \quad (\text{mod. } \beta),$$

jest to tedy bod o kótě x ve stupnici funkce (6,53).

Na příklad v obr. 40 byla takto sestrojena stupnice funkce .

$$(6,55) \quad y = \log(2x - 1,26)$$

o mod. $\beta = 10$ cm. Učinili jsme $\overline{OO'} = \beta \log 2$, načež od tohoto bodu jsme vynesli stupnici funkce

$$y = \log(x - 0,63), \quad (\text{mod. } \beta = 10 \text{ cm}).$$

Jelikož nyní je $b = -0,63 < 0$, musíme v logaritmické stupnici, která je v obr. 40 opět naznačena po pravé straně přímky, veškeré kóty zmenšiti o $-0,63$, t. j. o $+0,63$ zvětšiti. Body stupnice funkce (6,55) o kótách

$$x = \dots 1,7; 1,8; 1,9; 2,0; \dots$$

budou tedy proti bodům o kótách

$$x - 0,63 = \dots 1,07; 1,17; 1,27; 1,37; \dots$$

na logaritmické stupnici.

Abychom sestrojili stupnici funkce

$$y = \log(-ax + b), \quad \text{kde } a > 0,$$

na okamžik v ní položíme $-x = x_1$, sestrojíme stupnici funkce $\log(ax_1 + b)$ a na to v ní změníme znamení veškerých kót.

Užitím logaritmické stupnice zjednodušíme podstatně i sestrojění stupnic funkcí ještě obecnějších

$$(6,56) \quad y = \log f(x).$$

Pro vhodnou aritmetickou posloupnost okrouhlých hodnot argumentu x

$$(6,57) \quad x = a, a + h, a + 2h, a + 3h, \dots$$

vypočteme hodnoty logaritmované funkce $f(x)$

$$(6,58) \quad f(x) = f_0, f_1, f_2, f_3, \dots, f_i = f(a + ih),$$

jichž logaritmy vyneseme na orientovanou přímku logaritmickou stupnicí o mod. β . Ušetříme tím vyhledání logaritmů hodnot (6,58), které by bylo nutné, kdybychom stupnici funkce (6,56) sestrojovali výpočtem jejích hodnot pro argumenty (6,57) a vnesením těchto hodnot měřítkem o mod. β .

Na příklad v obr. 41 je naznačeno sestrojění stupnice funkce

$$(6,59) \quad y = \log (1 + \sin x).$$

Užitím goniometrických tabulek vypočteme tabulku hodnot logaritmované funkce (tab. 2), jichž logaritmy vyneseme na přímku užitím logaritmické stupnice o mod. $\beta = 12$ cm, kterou jsme v obr. 41 schematicky naznačili zase po pravé straně přímky.

Tab. 2.

x	$1 + \sin x$	x	$1 + \sin x$	x	$1 + \sin x$
-60°	0,13	0°	1,00	60°	1,87
-45°	0,29	15°	1,26	75°	1,97
-30°	0,50	30°	1,50	90°	2,00
-15°	0,74	45°	1,71		

6,6. V nomogramech s průsvítkou bývá často sestrojiti soustavu isoplét o rovnici

$$(6,61) \quad 10^{\varepsilon : \alpha} + 10^{\eta : \beta} = z, \quad \alpha \geq 0, \beta \geq 0$$

pro ekvidistantní hodnoty parametru z

$$z_i = z_0 + ih, \quad i = \dots - 2; -1; 0; 1; 2; \dots^{23)}$$

Při tom jest ovšem předpokládati též $z > 0$, jelikož pro $z < 0$ isopléty (6,61) zřejmě nejsou reálné. Isopléty této soustavy jsou v podstatě subtrahčními křivkami²⁴⁾.

Píšeme-li rovnici (6,61) ve tvaru

$$(6,62) \quad \eta = \beta \log(z - 10^{\xi \cdot \alpha})$$

vidíme, že isopléta o kótě z má za asymptotu polopřímku

$$\eta = \beta \log z, \quad \text{na níž je } \frac{\xi}{\alpha} < 0.$$

Podobně najdeme, že má za asymptotu též

$$\xi = \alpha \log z, \quad \frac{\eta}{\beta} < 0.$$

Z (6,62) nyní plyne, že na přímce

$$(6,63) \quad p_i \equiv \xi = \alpha \log z_i$$

soustava isoplét (6,61) vytíná stupnici funkce

$$(6,64) \quad \eta = \beta \log(z - z_i)$$

o kroku h . Stupnice těchto funkcí na přímkách p_i však obdržíme podle čl. 6,5 pouhou změnou kótování z téže stupnice logaritmické o kroku h a mod. β (pozor na znamení tohoto $\beta!!$), která má kótu „1“ na ose $\eta = 0$. Stačí tedy v této logaritmické stupnici na

$$p_i \equiv \xi = \alpha \log z_i \quad -$$

zmenšiti kóty o $-z_i$, t. j. zvětšiti je o $+z_i$. Spojením bodů o téže kótě z v takto získaných stupnicích obdržíme již isoplétu (6,61) nesoucí též tuto kótu z .

Podobně bychom mohli k sestrojení těchto isoplét použití též stupnic funkcí

$$(6,65) \quad \xi = \alpha \log(z - z_i),$$

²³⁾ Viz pozn. ²¹⁾ na str. 75.

²⁴⁾ Viz pozn. ⁸⁾ na str. 13.

které tato soustava isoplét vytíná na přímkách

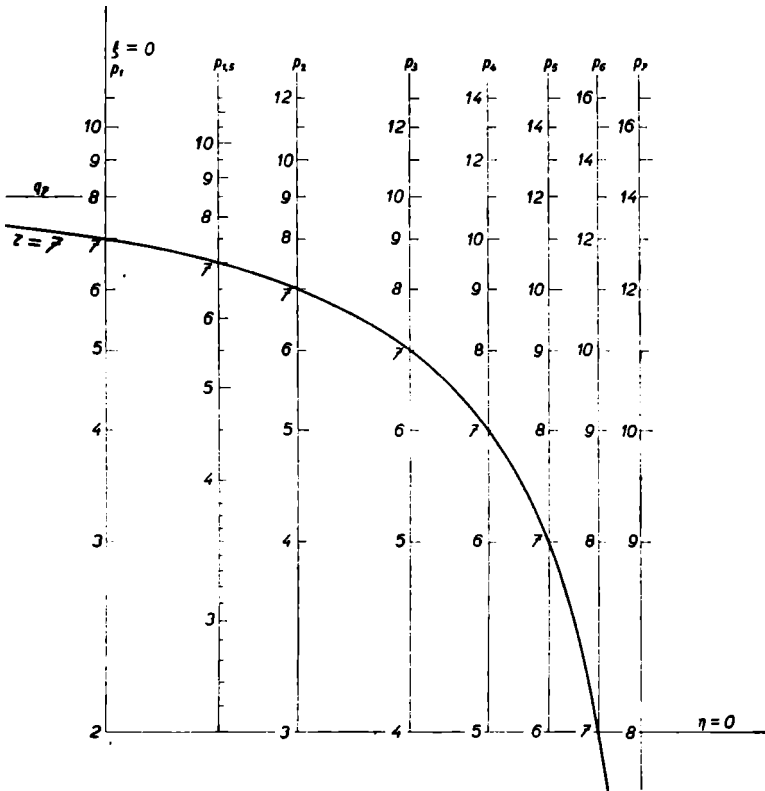
$$q_i \equiv \eta = \beta \log z_i.$$

V obr. 42 jsme takto sestrojili stupnice (6,64) pro

$$z_i = 1; 1,5; 2 \text{ a dále pro } z_i = 3; 4; \dots$$

a mod. $\alpha = \beta = + 25 \text{ cm}$ a příkladem jsme vytáhli isoplétu o kótě $z = 7$. Isopléta o kótě z_i má zřejmě za asymptoty záporné části přímek p_i a q_i .

Za cvičení sestrojte ještě řadu isoplét dalších, také o kótách $z < 1$.



Obr. 42. Sestrojení isopléty $z = 7$ ze soustavy $10^{\xi:\alpha} + 10^{\eta:\beta} = z$, mod. $\alpha = \beta = 25 \text{ cm}$ (asi v $\frac{1}{3}$ velikosti).

Docela stejným způsobem sestrojujeme soustavu isoplét

$$(6,66) \quad 10^{\xi:\alpha} - 10^{\eta:\beta} = z,$$

která má reálné isopléty pro $z \geq 0$ i pro $z < 0$. Píšeme-li její rovnici ve tvaru

$$\eta = \frac{\beta}{\alpha} \xi + \beta \log(1 - z \cdot 10^{-\xi:\alpha})$$

vidíme, že všechny mají společnou asymptotu

$$\eta = \frac{\beta}{\alpha} \xi, \quad \frac{\xi}{\alpha} > 0,$$

která je též isoplétou o kótě $z = 0$. Píšeme-li však (6,66) takto:

$$\eta = \beta \log(10^{\xi:\alpha} - z),$$

seznáme, že každá isopléta o kótě $z < 0$ má kromě toho ještě asymptotu

$$\eta = \beta \log(-z), \quad \frac{\xi}{\alpha} < 0,$$

kdežto isopléty o kótách $z > 0$ mají podobně ještě druhé asymptoty

$$\xi = \alpha \log z, \quad \frac{\eta}{\beta} < 0.$$

Vzhled této soustavy isoplét při $\alpha < 0$, $\beta < 0$ ukazuje soustava (t) na podkladě v obr. 6 (čl. 1,5).

Soustava isoplét

$$(6,67) \quad -10^{\xi:\alpha} + 10^{\eta:\beta} = z$$

se dá též psát

$$10^{\xi:\alpha} - 10^{\eta:\beta} = -z$$

a jest shodná se soustavou (6,66) až na opačné znaménko parametru z .

Soustava isoplét

$$(6,68) \quad \pm 10^{\xi:\alpha} + 10^{\eta:\beta} = z \cdot 10^{\alpha\xi + \beta\eta},$$

s níž jsme se setkali v čl. 2,2 při $\varepsilon \neq 1$, jest pouze zdánlivě obecnější než příslušná soustava isoplét (6,61); (6,66) nebo (6,67) o stejné kombinaci znamének. Je-li

$$\delta = 1 - \alpha\alpha_1 - \beta\beta_1 \neq 0,$$

zavedme v rovině nové kartézské souřadnice rovnicemi

$$(6,69) \quad \frac{\xi'}{x'} = \xi \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha_1 \right) - \beta_1 \eta, \quad \frac{\eta'}{\beta'} = -x_1 \xi + \eta \left(\frac{1}{\beta} - \beta_1 \right).$$

Nová soustava souřadnic má počátek $O' \equiv O$ a osy souřadnicové na přímkách resp.

$$\begin{aligned} \xi' = 0 \text{ t. j. } \xi \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha_1 \right) - \beta_1 \eta &= 0, \\ \eta' = 0 \text{ t. j. } -x_1 \xi + \eta \left(\frac{1}{\beta} - \beta_1 \right) &= 0; \end{aligned}$$

jest tedy obecně klinogonální. Z (6,69) obdržíme také původní souřadnice bodů na nových osách

$$\begin{aligned} C_1 \left(\xi' = \alpha', \eta' = 0; \xi = \frac{\alpha(1 - \beta\beta_1)}{\delta}, \eta = \frac{\beta\alpha\alpha_1}{\delta} \right), \\ C_2 \left(\xi' = 0, \eta' = \beta'; \xi = \frac{\alpha\beta\beta_1}{\delta}, \eta = \frac{\beta(1 - \alpha\alpha_1)}{\delta} \right), \end{aligned}$$

s pomocí nichž určíme α' , β' . Tak byla-li původní soustava souřadná (ξ, η) pravoúhlou, bude

$$\alpha' = + \left| \frac{\alpha}{\delta} \right| \sqrt{(1 - \beta\beta_1)^2 + \beta^2 \alpha_1^2}, \quad \beta' = + \left| \frac{\beta}{\delta} \right| \sqrt{\alpha^2 \beta_1^2 + (1 - \alpha\alpha_1)^2},$$

volíme-li za kladné směry nových os

$$\overrightarrow{O'C_1} \text{ a } \overrightarrow{O'C_2}.$$

V této nové soustavě souřadnicové má však soustava isoplét (6,68) rovnici

$$\pm 10^{\xi':\alpha'} \pm 10^{\eta':\beta'} = z,$$

t. j. podle kombinace znamének rovnici téhož tvaru jako (6,61) resp. (6,66) nebo (6,67). Můžeme ji proto sestrojiti týměž způsobem jako ony, neboť okolnost, byla-li soustava souřadnicová použitá ke konstrukci pravoúhlou či nikoliv, nemá zřejmě vlivu na sestrojení takové soustavy isoplét. — Kdyby však bylo

$$\delta = 1 - \alpha\alpha_1 - \beta\beta_1 = 0,$$

označme mnohočlen

$$p = -\alpha_1 \xi + \eta \left(\frac{1}{\beta} - \beta_1 \right).$$

Seznáme, že pak jest

$$\xi \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha_1 \right) - \beta_1 \eta \equiv -\frac{1 - \alpha \alpha_1}{\alpha \alpha_1} \cdot p.$$

Proto lze rovnici (6,68) psát ve tvaru trinomické rovnice²⁵⁾ o neznámé $X = 10^p$

$$\pm 10^{cp} \pm 10^p = z, \quad c = -\frac{1 - \alpha \alpha_1}{\alpha \alpha_1},$$

jejíž kořen je tedy funkcí z

$$p = \varphi(z),$$

kterou ovšem zpravidla nedovedeme vyjádřit v uzavřeném tvaru elementárními transcendentami. Plyne však z toho, že rovnici isoplét (6,68) lze nyní psát ve tvaru

$$-\alpha_1 \xi + \eta \left(\frac{1}{\beta} - \beta_1 \right) = \varphi(z).$$

Jsou to tedy rovnoběžky. Nejjednodušeji však je sestrojíme z toho, že přímkou

$$\alpha_1 \xi + \beta_1 \eta = 0$$

protínají v stejné stupnici jako soustava isoplét

$$\pm 10^{\xi:\alpha} \pm 10^{\eta:\beta} = z,$$

jak plyne z (6,68). A tuto soustavu isoplét dovedeme sestrojiti podle dřívějšího.

Soustavy isoplét

$$\pm A \cdot 10^{\xi:\alpha} \pm B \cdot 10^{\eta:\beta} = z, \quad A > 0, \quad B > 0$$

jsou také pouze zdánlivě obecnější než (6,61); (6,66) nebo (6,67), neboť v soustavě souřadnic

$$\xi' = \xi + \alpha \log A, \quad \eta' = \eta + \beta \log B$$

dá se jejich rovnice psát

$$\pm 10^{\xi':\alpha} \pm 10^{\eta':\beta} = z.$$

²⁵⁾ Řešení takových rovnic viz LÁSKA-HRUŠKA: Teorie a praxe numerického počítání, str. 230. Praha 1934.

Stejně i soustavy isoplét

$$\pm a^{z:\alpha} \pm b^{z:\beta} = z, \quad a > 0, b > 0$$

jsou pouze zdánlivě obecnější než (6,61); (6,66) nebo (6,67), neboť jejich rovnice se dají psát ve tvaru posledních

$$\pm 10^{z:\alpha'} \pm 10^{z:\beta'} = z, \quad \alpha' = \frac{\alpha}{\log a}, \quad \beta' = \frac{\beta}{\log b}.$$

6,7. Také v polárních souřadnicích sestrojujeme soustavy isoplét

$$\pm 10^{\rho:\alpha} \pm 10^{\rho:\beta} = z$$

docela podobným způsobem jako soustavy v článku předešlém.

Tak při sestrojení soustavy isoplét

$$(6,71) \quad 10^{\rho:\alpha} + 10^{\rho:\beta} = z, \quad z > 0,$$

místo stupnic (6,64) na rovnoběžkách p_i obdržíme stupnice funkce

$$(6,72) \quad \rho = \beta \log(z - z_i)$$

na průvodičích

$$(6,73) \quad \pi_i = \varphi = \alpha \log z_i.$$

Tyto průvodiče sestrojujeme z jejich průsečíků s vhodně zvolenou kružnicí

$$\rho = a = \text{konst.} > 0.$$

Protínají ji podle (6,73) v logaritmické stupnici

$$(6,74) \quad s = a\varphi = \alpha x \log z$$

o mod. $a|\alpha|$, v níž kóty rostou při $\alpha > 0$ směrem rostoucích φ , kdežto při $\alpha < 0$ směrem opačným, a která má kótu „1“ v bodě na $\varphi = 0$, od něhož počítáme oblouk kružnice s . Tuto logaritmickou stupnici sestrojujeme tak jako stupnici (p) v čl. 1,8 a průvodič π_i prochází právě jejím bodem o kótě z_i . Na tomto průvodiči sestrojíme pak stupnici funkce (6,72) zase pouhým překótováním v logaritmické stupnici

$$(6,75) \quad \rho = \beta \log z$$

o kótě „1“ v počátku $\rho = 0$ a mod. β (pozor zase na znamení tohoto β). Veškeré tyto logaritmické stupnice určené k překótování na různých průvodičích jsou tedy shodné a sestrojují se proto velmi snadně

z jedné z nich. Isopléty soustavy (6,71) obdržíme zase spojením bodů o stejné kótě v těchto stupnicích (6,72) na jednotlivých průvodičích (6,73).

Podobně bychom k tomu mohli použítí také stupnic funkcí

$$(6,76) \quad \varphi = \alpha \log (z - z_i)$$

na kružnicích

$$k_i \equiv \varrho = \beta \log z_i.$$

Tyto kružnice sestrojíme zase z toho, že protínají každý průvodič v logaritmické stupnici (6,75) a sice kružnice k_i protíná ji v bodě o kótě právě z_i . Na jednotlivých těchto kružnicích sestrojíme stupnice (6,76) zase pouhým překótováním logaritmické stupnice (6,74). Veškeré tyto logaritmické stupnice určené k překótování promítají se však z počátku O navzájem jedna do druhé, takže stačí sestrojiti pouze jednu z nich a to zase tím způsobem jako v čl. 1,8 stupnici (p).

Kdybychom rovnici (6,71) psali ve tvaru

$$\varrho = \beta \log (z - 10^{\alpha : x})$$

seznali bychom, že s $\varphi : \alpha \rightarrow -\infty$ blížila by se isopléta o kótě z nekonečně mnoha závitů kružnici

$$\varrho = \beta \log z.$$

A podobně bychom našli, že isopléta o kótě z se blíží asymptoticky průvodiči

$$\varphi = \alpha \log z, \quad \frac{\varrho}{\beta} < 0.$$

Pro skutečné nakreslení soustavy isoplét však oba tyto poznatky nejsou s velkým užitkem, jelikož z důvodu jednoznačného určení bodů polárními souřadnicemi musíme jim vždy uložití omezení

$$(6,76) \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad \varrho > 0.$$

Bez tohoto omezení bychom snadno seznali, že bodem o souřadnicích

$$\varphi, \quad \varrho = \beta \log (z - 10^{\alpha : x}), \quad z > 10^{\alpha : x}$$

prochází nekonečné množství isoplét o kótách

$$z_i = z + 10^{(\varphi + 2i\pi) : \alpha} - 10^{\alpha : x}, \\ i = \dots - 2; -1; 0; 1; 2; \dots$$

Taková soustava isoplét by však byla zřejmě nečitelnou v bodech, v nichž se křížuje nekonečné množství křivek, a proto by byla pro účely nomografie bezcennou.

Docela stejným způsobem bychom sestrojili soustavu isoplét

$$(6,77) \quad 10^{\varphi:\alpha} - 10^{e:\beta} = z,$$

kteřá jest v podstatě soustavou isoplét z příkladu v čl. 2,3, volíme-li v něm $\varepsilon = 1$. Zase může býti nyní $z > 0$ nebo $z < 0$. Úpravou rovnice (6,77) na tvar

$$\varrho = \frac{\beta}{\alpha} \varphi + \beta \log(1 - z \cdot 10^{-\varphi:\alpha})$$

seznáme opět, že veškeré tyto isopléty se blíží asymptoticky Archimédově závitnici

$$\varrho = \frac{\beta}{\alpha} \varphi, \quad \frac{\varphi}{\alpha} > 0,$$

kteřá je též isoplétou o kótě $z = 0$, a dále, že isopléta o kótě $z > 0$ má za asymptotu průvodič

$$\varphi = \alpha \log z, \quad \frac{\varphi}{\beta} < 0,$$

kdežto isopléta o kótách $z < 0$ blíží se zase nekonečně mnoha závitky asymptoticky kružnici

$$\varrho = \beta \log(-z), \quad \frac{\varphi}{\alpha} < 0.$$

Tyto asymptotické vlastnosti isoplét (6,77) však nejsou opět s užitkem při jejich sestrojení z důvodu (6,76).

Soustavy isoplét

$$- 10^{\varphi:\alpha} - 10^{e:\beta} = z,$$

$$- 10^{\varphi:\alpha} + 10^{e:\beta} = z$$

jsou opět identické s (6,71) resp. s (6,77) až na opačné znaménko kót z .

Soustava isoplét analogická (6,68)

$$\pm 10^{\varphi:\alpha} \pm 10^{e:\beta} = z \cdot 10^{\alpha_1 \varphi + \beta_1 e},$$

což je v podstatě soustava isoplét (t) z čl. 2,3 při $\varepsilon \neq 1$, sestrojovala by se však nyní podstatně obtížněji než veškeré předešlé soustavy v tomto článku z toho důvodu, že transformace analogická (6,69)

$$\frac{\varphi'}{\alpha'} = \varphi \left(\frac{1}{\alpha} - x_1 \right) - \beta_1 e, \quad \frac{\varrho'}{\beta'} = -\alpha_1 \varphi + e \left(\frac{1}{\beta} - \beta_1 \right)$$

nedovoluje interpretaci φ' , ϱ' zase jako polární souřadnice.

Také soustavy

$$\pm a^{e:\alpha} \pm b^{e:\beta} = z, \quad a > 0, \quad b > 0$$

převedeme na některou z předešlých prostou záměnou α, β v konstanty

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\log a}, \quad \beta' = \frac{\beta}{\log b}.$$

Naproti tomu sestrojení některé ze soustav

$$(6,78) \quad \pm A \cdot 10^{e:\alpha} \pm B \cdot 10^{e:\beta} = z, \quad A > 0, B > 0$$

spadá již vlastně do okruhu článku následujícího.

6,8. Kdybychom v rovnici (6,61) nahradili parametr z parametrem t s pomocí rovnice

$$(6,81) \quad z = f(t),$$

obdrželi bychom z ní soustavu isoplét

$$(6,82) \quad 10^{\xi:\alpha} + 10^{\eta:\beta} = f(t).$$

Ta se skládá sice z těchto křivek jako soustava (6,61), tyto křivky však nyní nesou jiné kóty, totiž kóty t , které souvisejí s kótami z rovnicí (6,81). A z těchto isoplét nyní také kreslíme jiné isopléty než dříve, totiž isopléty nesoucí okrouhlé kóty

$$(6,83) \quad t_i = t_0 + ik, \quad i = \dots - 2; -1; 0; 1; 2; \dots$$

které tvoří aritmetickou posloupnost a nikoliv isopléty nesoucí okrouhlé kóty z .

Sestrojení soustavy isoplét (6,82) jest zcela podobné jako sestrojení soustavy isoplét (6,61), jest však složitější o výpočet tabulky hodnot funkce $f(t)$ pro argumenty (6,83). Tak místo stupnicí funkcí (6,64) na rovnoběžkách (6,63), budeme teď míti stupnice funkcí

$$(6,84) \quad \eta = \beta \log [f(t) - a_i]$$

na rovnoběžkách

$$(6,85) \quad p_i = \xi - \alpha \log a_i = 0.$$

Při tom můžeme voliti za

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$

jakákoliv vhodná čísla, na př. taková, aby rovnoběžky (6,85) byly ekvidistantní. Vypočteme nyní hodnoty funkce $f(t)$ pro ekvidistantní okrouhlé kóty (6,83) a na to vyneseme na rovnoběžku p_i stupnici funkce (6,84). Provedeme to nejjednodušeji použitím logaritmické stupnice o mod. β způsobem, jehož jsme užili k sestrojení stupnice funkce (6,56). Spojením stejně kótovaných bodů jednotlivých stupnic (6,84) obdržíme zase naši soustavu isoplét (6,81).

Podobně bychom mohli vynášeti na rovnoběžkách

$$q_i \equiv \eta = \beta \log b_i$$

stupnice funkcí

$$\xi = \alpha \log [f(t) - b_i] \text{ atd.}$$

Stejného postupu bychom použili při sestrojování ostatních soustav isoplét

$$\pm 10^{\xi : \alpha} \pm 10^{\eta : \beta} = f(t),$$

dále soustav isoplét

$$\pm 10^{\xi : \alpha} \pm 10^{\eta : \beta} = f(t) \cdot 10^{x, \xi + \beta, \eta},$$

tuto opět ve vhodné klinogonální soustavě souřadnicové, a

$$\pm 10^{\alpha : \alpha} \pm 10^{\beta : \beta} = f(t).$$

Tak na příklad, kdybychom měli sestrojiti některou ze soustav isoplét (6,78), na př.

$$(6,86) \quad A \cdot 10^{\alpha : \alpha} + B \cdot 10^{\beta : \beta} = t, \quad A > 0, \quad B > 0,$$

pišme ji napřed ve tvaru

$$C \cdot 10^{\alpha : \alpha} + 10^{\beta : \beta} = \frac{1}{B} t, \quad C = \frac{A}{B}.$$

Zavedme zde nový parametr

$$(6,87) \quad t = Bz$$

a novou polární soustavu souřadnic

$$\varphi' = \varphi + x \log C, \quad \varrho' = \varrho,$$

což značí pouhé otočení polární osy z polohy $\varphi = 0$ do polohy $\varphi' = 0$,

t. j. $\varphi = -\alpha \log C$. Tím přejde soustava isoplét (6,86) v soustavu tvaru (6,71)

$$10^{\varphi':\alpha} + 10^{\varphi':\beta} = z,$$

jejíž isopléty však budeme kreslit pro okrouhlé kóty t a nikoliv pro okrouhlá z .

Tak na průvodičích

$$\pi_i \equiv \varphi' = \alpha \log z_i = \alpha \log \frac{t_i}{B},$$

jichž rovnice je v původních souřadnicích

$$\pi_i \equiv \varphi = \varphi' - \alpha \log C = \alpha \log \frac{t_i}{A},$$

obdržíme stupnice funkcí

$$\varrho = \beta \log (z \dots z_i) = \beta \log \frac{t - t_i}{B} = \beta \log (t - t_i) - \beta \log B.$$

Vzniknou překótováním z logaritmické stupnice o mod. β , která má v počátku $\varrho = 0$ bod o kótě B , nikoliv bod o kótě „1“ jako v čl. 6,7. Atd.

6,9. Ukažme si ještě, že logaritmické pravítko²⁶⁾ jest pouze jiným technickým provedením nomogramu s průsvitkou o 1 posuvu (čl. 1,7).

Jak známo, logaritmickým pravítkem provádíme násobení

$$c = a \cdot b$$

na základě mechanického sečítání logaritmu

$$(6,91) \quad \log c = \log a + \log b$$

s pomocí dvou stejných a navzájem posuvných logaritmických stupnic.

Zobrazme si funkci (6,91) nomogramem s průsvitkou o 1 posuvu (obr. 43a) b). Podle čl. 1,6 a 1,7 sestrojme na průsvitce stupnice

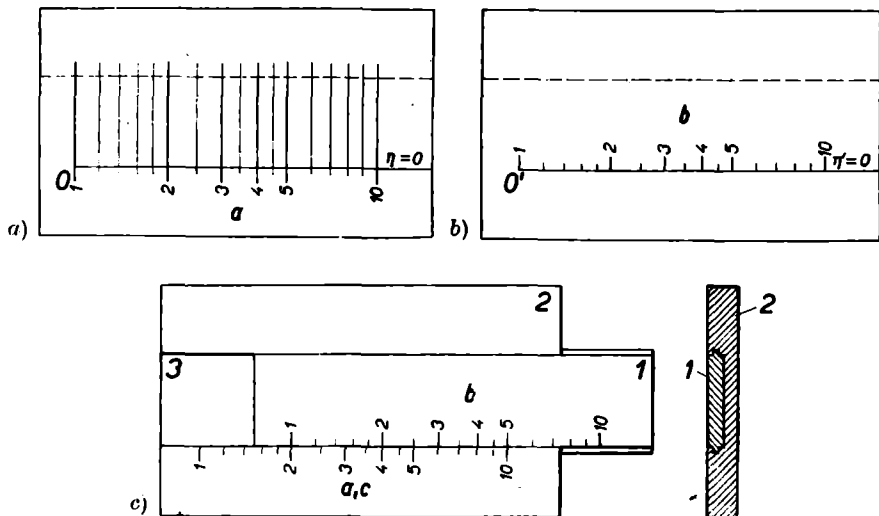
²⁶⁾ Viz na př. LÁSKA-HRUŠKA: Počet grafický a graficko-mechanický, Praha 1923, str. 43; F. PEŠEK: Logaritmické pravítko, Kladno 1937; V. KLEPL: Úvod do počítání na logaritmickém pravítku, Praha 1942; E. BARANOVSKÝ: Počtářský těsnopis Praha 1942.

$$(O') \quad \xi'_1 = -f_3 \equiv 0, \quad \eta'_1 = 0,$$

$$(b) \quad \xi'_2 = f_{5,6} = \log b, \quad \eta'_2 = 0,$$

z nichž prvá se redukuje na počátek O' soustavy souřadnicové, v němž jest též bod o kótě „1“ stupnice (b). Na podkladě sestrojme stupnici

$$(a) \quad \xi_1 = f_1 = \log a, \quad \eta_1 = 0,$$



Obr. 43. Logaritmické pravítko jako nomogram s průsvitkou o jednom posuvu bez rotace; a) podklad a b) průsvitka nomogramu, c) logaritmické pravítko, jehož šoupátko 1 je vyříznuto z průsvitky a jehož pevná část 2 s drážkou 3 pro šoupátko je upravena z podkladu.

takže bude

$$M = f_1 + f_3 + f_{5,6} = \log a + \log b.$$

Rovnici (6,91) lze tedy psát v kanonickém tvaru

$$M = \log c,$$

z něhož plyne rovnice isoplét (c) na podkladě

$$(c) \quad \xi_2 = \log c.$$

Jsou to kolmice k ose $\eta = 0$ té vlastnosti, že isopléta o kótě c prochází bodem o stejné kótě c v logaritmické stupnici (a).

Nomogram má klíč

$$P(b = 1) \equiv O' \text{ --- } P(a), \quad U'(\eta' = 0) \text{ --- } \eta = 0, \quad P'(b) \text{ --- } L(c).$$

Při používání nomogramu však seznáme, že z isoplét (c) budeme užívat pouze jejich průsečky s osou $\eta = 0$, t. j. stupnicí (a), která nám takto nahradí celou soustavu isoplét (c). Nomogram pak můžeme technicky zjednodušit uříznutím jednak nepotřebné části podkladu nad osou $\eta = 0$, jednak části průsvítky pod osou $\eta' = 0$. Tím však docílíme, že průsvítka se nyní může posunovat podél podkladu, t. j. vedle něj místo nad ním, a může proto být provedena i z neprůhledné hmoty ve formě šoupátka, zapuštěného do drážky v podkladě, jak to znáte z logaritmických pravítek.

D O S L O V

V této knížce jsme seznali, že nomogramem s průsvitkou můžeme zobraziti rovnice až mezi 12 proměnnými (čl. 2,6). Tento počet by se mohl dále zvýšiti přidáním průsvitky druhé, třetí atd., které by také nesly kótované útvary a indexy. Tyto nomogramy s více průsvitkami však nedosáhly dosud tak pronikavého praktického upotřebení jako nomogramy s jednou průsvitkou. Proto jsem se omezil v této knížce pouze na poslední.

Nomogramy s jednou i s více průsvitkami byly ovšem ojedinele sestrojovány ještě dříve, než nauka o nich byla systematicky vybudována. Tak viz na př. МЕНМКОВ nomogram s dvěma průsvitkami k zcela mechanickému řešení algebraických rovnic o třech až šesti členech.²⁷⁾ Systematicky však zpracoval nauku o sestrojování nomogramů s jednou průsvitkou teprve V. MARGOULIS v knize Les abaques à transparent orienté ou tournant, Paříž 1931.

²⁷⁾ Civilingenieur sv. 35 (1889), str. 631--33 a učebnici téhož autora: Leitfaden zum graphischen Rechnen, 2. vyd., Wien a Leipzig 1924.

INDEX

Polotučně vytištěná čísla značí články a čísla za nimi slabě vytištěná značí stránky.

Dissociace viz rozštěpení.

Hexagonální nomogramy	2,4	37
Kanonický tvar rovnice	1,3	7
— tvar rovnice, jak rovnici na něj uvést, příklad	1,5	14
Klíč ke čtení nomogramu	1,4	8
Kombinované nomogramy	2,1; 3,1	25 a 44
Konstrukční viz zobrazovací rovnice nomogramu.		
Logaritmické pravítko	1,7; 6,9	16 a 100
Nomogram s průsvítkou	1,3	7
Počítací pravítko	1,6; 2,2	15 a 25
Podklad	1,3	7
Průsečkové nomogramy	1,9	24
Průsvítka	1,3	7
Rotační nomogram	1,8; 2,3	19 a 29
Rozštěpení	2,2	25
Soustavy isoplét	1,2; 6,2; 6,6; 6,7; 6,8	6; 75; 89 a násl.
— isoplét sestrojení $(a_0 z^2 + b_1 z + a_2) + (b_0 z^2 + b_1 z + b_2) + (c_0 z^2 + c_1 z + c_2) = 0$	6,2	75
— isoplét sestrojení $(a_0 f^2(z) + a_1 f(z) + a_2) + (b_0 f^2(z) + b_1 f(z) + b_2) + (c_0 f^2(z) + c_1 f(z) + c_2) = 0$	6,4	83
— isoplét sestrojení $\pm 10^{\xi:\alpha} \pm 10^{\eta:\beta} = z$	6,6	89
— isoplét sestrojení $\pm 10^{\xi:\alpha} \pm 10^{\eta:\beta} = z \cdot 10^{\gamma:\xi+\beta,\eta}$	6,6	89
— isoplét sestrojení $\pm A \cdot 10^{\xi:\alpha} \pm B \cdot 10^{\eta:\beta} = z$	6,6	89
— isoplét sestrojení $\pm a^{\xi:\alpha} \pm b^{\eta:\beta} = z$	6,6	89
— isoplét sestrojení $\pm 10^{\xi:\alpha} \pm 10^{\eta:\beta} = f(t)$	6,8	98
— isoplét sestrojení v polárních souřadnicích $\pm a^{\eta:\alpha} \pm b^{\xi:\beta} = z$..	6,7	95
— isoplét sestrojení v polárních souřadnicích $\pm 10^{\eta:\alpha} \pm 10^{\xi:\beta} = f(t)$..	6,8	99
Spojnicové nomogramy	2,7	42
Stupně volnosti v nomogramu	1,4	8
Stupnice funkce $y = \sqrt{x}$	6,1	73
— funkce $y = \sqrt{f(x)}$	6,1	74
— funkce kvadratické lomené	6,3	80
— funkce $y = \frac{c_0 f^2(z) + c_1 f(z) + c_2}{b_0 f^2(z) + b_1 f(z) + b_2}$	6,4	83
— funkce $(\log z)^2$	6,4	84
— funkce logaritmické	6,5	86
— funkce $y = \log (az + b)$	6,5	88

Stupnice funkce $y = \log f(x)$	6,5	89
Systémy isoplét viz soustavy.		
Transparent viz průsvítka.		
Vyloučení rotace průsvítky proti podkladu	1,5	9
--- rotace průsvítky, mechanické zařízení k tomu	1,5	10
Záměna podkladu a průsvítky	1,3	7
Zobrazovací rovnice nomogramu	1,3	8

PŘÍKLADY NOMOGRAMŮ

a) Provedené:

Funkce $t = \frac{p}{\beta E} + \frac{a^2 \gamma^2 z^2}{24 p^2 \beta \cdot 10^6}$	1,5	obr. 6
Funkce $p v^n = p_0 v_0^n$	1,7	obr. 9 a 1,8 obr. 12
Funkce $\Delta = U_m \frac{(h^2 + D^2):D}{h:D + p:100} \cdot \frac{p:100 \pm \text{tg } \omega}{\text{tg } \omega}$	3,2	obr. 23
Rovnice $az^3 \pm bz^2 \pm cz \pm d = 0$	4,2	obr. 33

b) Návod k sestrojení rotačního nomogramu funkce

$t = \frac{p}{\beta E} + \frac{a^2 \gamma^2 z^2}{24 p^2 \beta \cdot 10^6}$	2,3
Totéž jako pravítko	2,2

OBSAH

	str.
<i>Předmluva</i>	3
1. Úvod	5
1.1. Transformace pravoúhlých souřadnic	5
1.2. Nomogram o třech stupních volnosti	6
1.3. Definice a konvence	7
1.4. Klíč	8
1.5. Nomogramy o dvou posuvech	9
1.6. Nomogramy o jednom posuvu a rotaci	15
1.7. Nomogramy o jednom posuvu bez rotace	16
1.8. Rotační nomogramy	19
1.9. Průsečkové nomogramy jako speciální případ	24
2. Kombinované nomogramy s průsvítkou	25
2.1. Úvod	25
2.2. Nomogramy s jedním posuvem po přímce	25
2.3. Nomogramy s rotací	29
2.4. Nomogramy o dvou posuvech	34
2.5. Nomogramy s posuvem po křivce jako speciální případ předešlých ...	38
2.6. Nomogramy o třech stupních volnosti	39
2.7. Nomogramy s jedním posuvem po křivce a s rotací jako speciální případ předešlých	40
3. Pokračování kombinovaných nomogramů	44
3.1. Rozštěpení v nomogramy o společných argumentech	44
3.2. Nomogram o dvou posuvech	44
3.3. Nomogramy o posuvu a rotaci	48
3.4. Pokračování předešlého článku	50
3.5. Přehled rozštěpení pro nomogramy o třech stupních volnosti v ná- sledujících článcích	52
3.6. Jeden společný parametr, který značí rotaci	53
3.7. Jeden společný parametr, který značí posuv	53
3.8. Dva parametry, které značí posuvy	54
3.9. Dva parametry, z nichž jeden značí rotaci a druhý posuv	55
4. Současné zobrazení soustav rovnic jedním nomogramem	57
4.1. Soustava $F_1(M, N; z_9, z_{10}) = 0, F_2(M, N; z_9, z_{10}) = 0$	57
4.2. Soustava $F_1(M_1, N_1; z_9) = 0, F_2(M_2, N_2; z_{12}) = 0$	60
5. Příklady za cvičení	68

6. Dodatky	73
6,1. Stupnice funkcí $y = \sqrt{x}$ a $y = \sqrt{f(x)}$	73
6,2. Soustava isoplét $(a_0z^2 + a_1z + a_2) \xi + (b_0z^2 + b_1z + b_2) \eta + (c_0z^2 + c_1z + c_2) = 0$	75
6,3. Stupnice kvadratické funkce lomené	80
6,4. Soustava isoplét zdánlivě obecnější než v čl. 6,3 a stupnice funkce $y = \frac{c_0 f^2(z) + c_1 f(z) + c_2}{b_0 f^2(z) + b_1 f(z) + b_2}$	83
6,5. Stupnice logaritmická a stupnice z ní odvozené	86
6,6. Soustavy isoplét $\pm 10^{\xi:\alpha} \pm 10^{\eta:\beta} = z$ a soustavy z nich odvozené ...	89
6,7. Soustavy isoplét $\pm 10^{\varphi:\alpha} \pm 10^{\varrho:\beta} = z$ v polárních souřadnicích ...	95
6,8. Soustavy odvozené ze soustav v čl. 6,6 a 6,7 transformací parametru $z = f(t)$	98
6,9. Logaritmické pravítko jako speciální případ nomogramu s jedním posuvem	100
<i>Doslov</i>	103
<i>Index</i>	105

Náhradu za ztracené průsvitky k obr. 6, 23 a 33 koupíte jednotlivě v knihkupectví Jednoty čs. matematiků a fysiků v Praze II, Žitná 25.

Spisovatel	<i>Prof. Dr V. Hruška</i>
Název díla	<i>Nomogramy s jednou průsvítkou</i>
Vydala	<i>Jednota československých matematiků a fyziků v Praze</i>
roku	<i>1947</i>
Edice	<i>Kruh, svazek 14</i>
Redigoval	<i>Dr F. Vyčichlo</i>
Vytiskla	<i>knihtiiskárna Prometheus v Praze VIII</i>
Stran	<i>110</i>
Obrazců	<i>43 + 3 na průsvitném papíru</i>
Náklad	<i>3.000 výtisků</i>
Vydání	<i>první</i>
Cena	<i>brož. výtisku Kčs 52,—</i>

CESTA K VĚDĚNÍ

brož. svazky formátu B6.

1. *Schwarz*: O rovnicích. 2. vyd. 1947. 46,—.
2. *Petržilka-Slavík*: Piezoelektrina a její použití v technické praxi. 2. vyd. se chystá.
3. *Ilkovič*: Polarografie. Rozebráno.
4. *Holubář*: O methodách rovinných konstrukcí. 2. vyd. se chystá.
5. *Strnad*: Technika zvukového filmu. Rozebráno.
6. *Link*: Jak poznává astrofysika vesmír? 2. vyd. se chystá.
7. *Hruška*: Konstrukce omezenými prostředky a geometrické aproximace. 2. vyd. se chystá.
8. *Okáč*: Výklad k základním operacím v chemické analýse. 2. vyd. 52,—.
9. *Sahánek*: Vznik světla v plynech. Rozebráno.
10. *Seifert*: Imaginární elementy v geometrii. Rozebráno.
11. *Link*: Lety do stratosféry a výzkum vysoké atmosféry. Rozebráno.
12. *Pleskot*: Spojnicové nomogramy. 2. vyd. 1946. 40,—.
13. *Tomíček*: Potenciometrické titrace. 2. vyd. se chystá.
14. *Sahánek*: Televise. Rozebráno.
15. *Pírko*: O souřadnicích. 2. vyd. se chystá.
16. *Zahradníček*: Mechanické kmity. Rozebráno.
17. *Okáč*: Analytické reakce. I. Reakce kationtů. 2. vyd. 1946. 44,—.
18. *Klapka*: Jak se studují geometrické útvary v prostoru. Část I. 2. vyd. 1947. 28,—.
19. *Okáč*: Analytické reakce. II. Reakce aniontů. 2. vyd. 1946. 28,—.
20. *Čech*: Co je a nač je vyšší matematika? Rozebráno.
21. *Čupr*: Aritmetické hry a zábavy. 2. vyd. se chystá.
22. *Janko*: Jak vytváří statistika obrazy světa a života. Díl I. 2. vyd. 1947. 48,—.
23. *Klapka*: Jak se studují geometrické útvary v prostoru. Část II. 2. vyd. 1947. 40,—.
24. *Kladivo*: Měřické chyby a jejich vyrovnání. Rozebráno.
25. *Ryšavý*: Vektory a tenzory. 2. vyd. se chystá.
26. *Janko*: Jak vytváří statistika obrazy světa a života. Díl II. 2. vyd. se chystá.
27. *Klíma*: Různé způsoby zobrazovací v deskriptivní geometrii. Rozebráno.
28. *Čupr*: Numerické řešení rovnic. 2. vyd. 1947. 24,—.
29. *Klíma-Šimek*: Kamenofez. Rozebráno.
30. *Potužák*: Praktická geometrie. Část I. 2. vyd. se chystá.
31. *Katětov*: Jaká je logická výstavba matematiky? Rozebráno.
32. *Link*: Co víme o hvězdách? 1947. 52,—.
33. *Hostinský*: O mnohoúhelnících a mnohostěnech. 1947. 22,—.
34. *Zich*: Úvod do filosofie matematiky. 1947. 48,—.
35. *Kučera-Ludmila*: Od pravěku k upravenému uhlí. 1947. 32,—.
36. *Kounovský*: Plochy zborčené. 1947. 46,—.

37. *Běhounek*: K jádru hmoty. V tisku.
38. *Čupr*: Geometrické hry a zábavy. Chystá se.
39. *Bouška*: Zemský magnetismus. V tisku.
40. *Milbauer*: Chemie ve fotografii. V tisku.
41. *Hačar*: Mechanika sluneční soustavy. V tisku.
42. *Kounovský*: Theoretické základy fotogrammetrie. V tisku.
43. *Menšík*: Fotogrammetrie. V tisku.
44. *Kožešník*: Fyzikální podobnost a stavba modelů. V tisku.
45. *Vyštn*: O nekonečných řadách. V tisku.

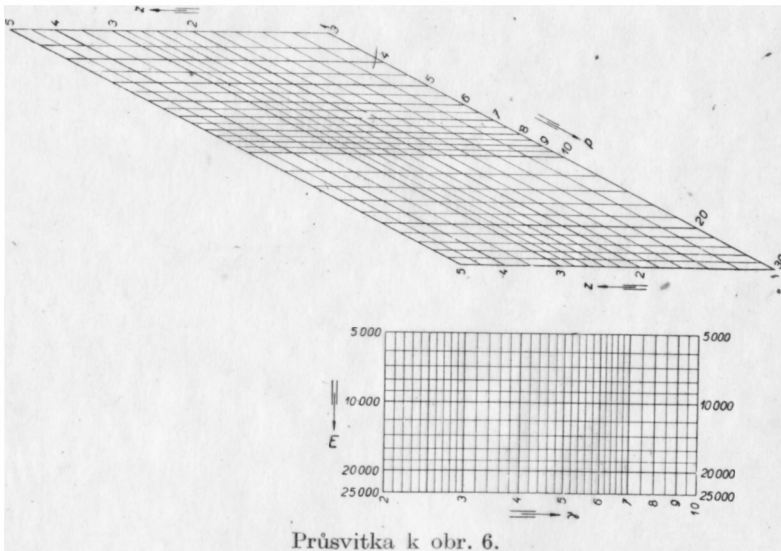
KNIHOVNA spisů matematických a fyzikálních

brož. svazky formátu A5.

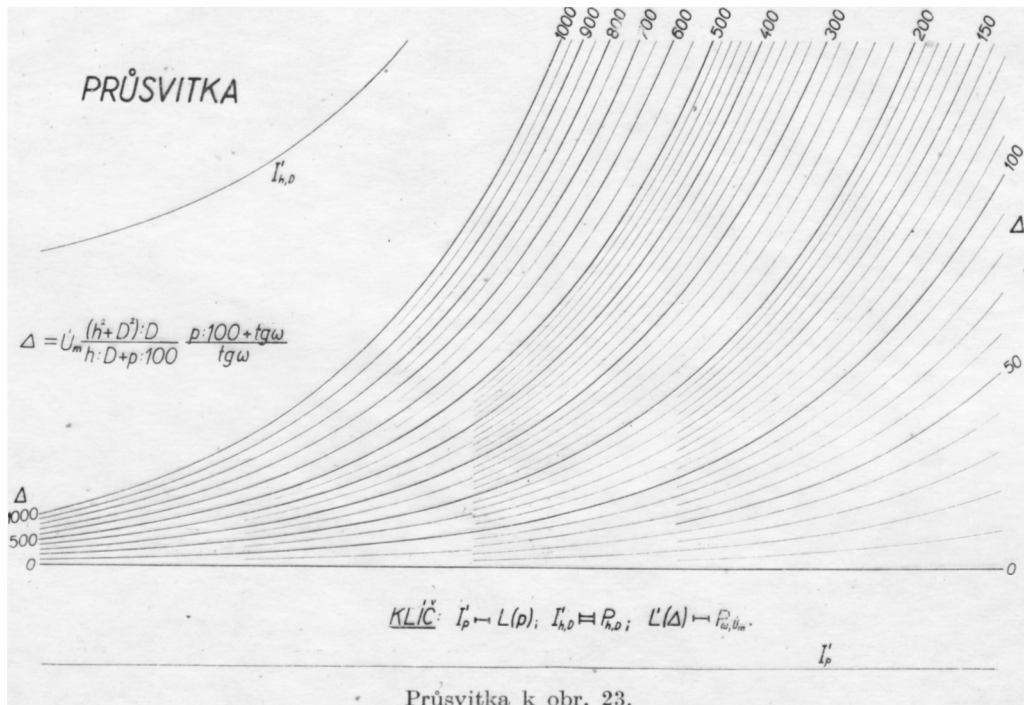
1. *Hostinský*: Diferenciální geometrie křivek a ploch. 3. vyd. se chystá.
2. *Vojtěch*: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Díl I. 8. vyd. V tisku.
3. *Novák*: Fysika. Díl I. Rozebráno.
4. *Novák*: Fysika. Díl II. Rozebráno.
5. *Semerád*: Příručka praktické geometrie. Rozebráno.
6. *Kučera*: Základy mechaniky tuhých těles. Rozebráno.
7. *Vojtěch*: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Díl II. 6. vyd. 1946. 180,—.
8. *Bydžovský*: Úvod do analytické geometrie. 2. vyd. 1946. 220,—.
9. *Hruška*: Počet grafický. 2. vyd. se chystá.
10. *Dušl*: Úvod do počtu vektorového. Rozebráno.
11. *Hostinský*: Mechanika tuhých těles. Rozebráno.
12. *Posejpal*: Roentgenovy X-paprsky. Rozebráno.
13. *Macků*: Fysika. Rozebráno.
14. *Bydžovský*: Úvod do theorie determinantů a matic a jich užití. 2. vyd. 1947. 120,—.
15. *Láska-Hruška*: Theorie a praxe numerického počítání. Rozebráno.
16. *Kadeřávek-Klíma-Kounovský*: Deskriptivní geometrie. Díl I. 4. vyd. se chystá.
17. *Kadeřávek-Klíma-Kounovský*: Deskriptivní geometrie. Díl II. Rozebráno.
18. *Čech*: Bodové množiny. Část I. Rozebráno.
19. *Nachtikal*: Technická fyzika. Rozebráno.
20. *Záviška*: Thermodynamika. Rozebráno.
21. *Jarník*: Úvod do počtu diferenciálního. 1946. 296,—.
22. *Jarník*: Úvod do počtu integrálního. V tisku.
23. *Bydžovský*: Algebraická geometrie. V tisku.

U každého knihkupce

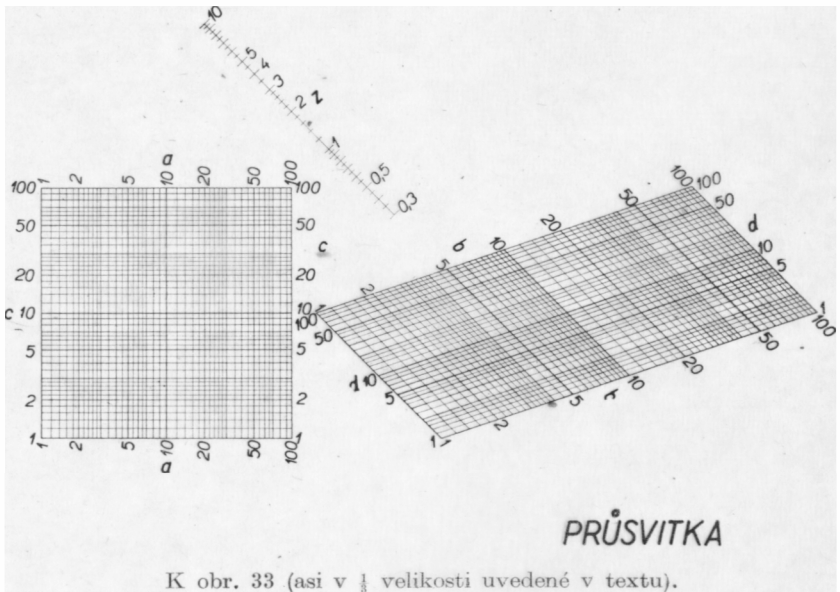
JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
PRAHA II, ŽITNÁ 25



Průsvitka k obr. 6.



Průsvitka k obr. 23.



K obr. 33 (asi v $\frac{1}{3}$ velikosti uvedené v textu).

