SUR LA STRUCTURE DE CERTAINS GROUPES TOPOLOGIQUES

C. TELEMAN

Bucureşti

Soit X une variété différentiable, x_0 un point fixe de X, Ω_{x_0} l'ensemble des chemins rectifiables et fermés de X, passant par x_0. Un champ tensoriel R, d'ordre 4 sur X, covariant, définit dans chaque classe de chemins homotopes de Ω_{x_0} un écart ϱ_R, donné par la borne inférieure des „aires" des homotopies liant deux chemins homotopes, les „aires" étant calculées à l'aide du champ R. En désignant par Γ l'ensemble des classes λ des chemins de Ω_{x_0}, définies par les écarts ϱ_R par la formule

$$f, g \in \lambda \Leftrightarrow \varrho_R(f, g) = 0 \quad \text{pour tout } R\,,$$

on peut vérifier aisément que Γ devient un groupe topologique, avec la loi de composition induite par la composition des chemins usuelle et avec la topologie induite sur Γ par la somme des topologies définies par la famille des écarts R, dans chaque classe d'homotopie de chemins rectifiables fermés de X.

Théorème 1. *Si $r : \Gamma \to H$ est une représentation de Γ sur un groupe de Lie H, le groupe H est localement isomorphe au produit direct d'un groupe de Lie compact et d'un groupe de Lie abélien.*

Théorème 2. *Si $r : \Gamma \to H$ est une représentation linéaire d'ordre fini du groupe Γ, r est une fonction de ligne différentiable dans le sens de Volterra, à valeurs matricielles.*

On peut, en effet, considérer r comme une fonction qui associe à chaque ligne rectifiable fermée f de X, ayant l'origine en x_0, une matrice $r(f)$. Si R est un champ tensoriel du type considéré et si v est un champ vectoriel sur f, on peut définir une fonction dr de f et v, telle qu'on ait une formule de la forme

$$r(f_s) - r(f) = (dr)(f, v) + \varepsilon s\,,$$

pour toute variation différentiable f_s du chemin f, tangente au champ v, ε étant une quantité tendant vers zéro quand $s \to 0$ et $f_s \to f$.

Remarque. Le texte complet paraîtra dans la „Revue de mathématiques pures et appliquées", tome 7.