

Lerch, Matyáš: Scholarly works

Matyáš Lerch

Sur une classe de fonctions á espace lacunaire

Jornal des ciencias mathematicas e astronomicas, Coimbra, 10 (1891),
27–28

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/501698>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

SUR UNE CLASSE DE FONCTIONS A ESPACE LACUNAIRE

PAR

M. LERCH

(à Prague — Vinohrady)

Considérons une série de la forme

$$(1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \varphi([n]) x^n = f(x),$$

convergente à l'intérieur du cercle $|x| = 1$, où $[n]$ représente le nombre des chiffres de n . Je dis que cette fonction ne pourra pas être continuée au delà du dit cercle, si la partie réelle ou la partie imaginaire de la fonction $\varphi(v)$ croît indéfiniment avec v en conservant son signe.

La série (1) se compose en effet de groupes de la forme

$$\varphi(v) \left[x^{10^{v-1}} + x^{10^{v-1}+1} + x^{10^{v-1}+2} + \dots + x^{10^v-1} \right] = \varphi(v) \frac{x^{10^{v-1}} - x^{10^v}}{1-x},$$

d'où il résulte que nous aurons:

$$(1-x)f(x) = \varphi(1)x + \sum_{v=1}^{\infty} [\varphi(v+1) - \varphi(v)] x^{10^v}.$$

D'après un théorème que j'ai démontré dans les *Acta mathematica*, t. 10, et plus tard dans une note sur les fonctions à

espace lacunaire (*) la série qui figure au second membre définit une fonction n'existant que à l'intérieur du cercle $|x| = 1$, ce qui démontre l'énoncé.

Ici la fonction $\varphi(v)$ peut même dépendre de la variable x , si elle remplit la condition dite plus haut pour chaque valeur de cette variable.

À cette classe de séries (1) appartient l'exemple que j'ai considéré, sous un autre point de vue, dans le t. VII de ce journal et auquel M. Alfred Pringsheim de Munich a consacré récemment une remarque critique (**) dans laquelle il l'appelle *geradezu monströs!* De gustibus non est disputandum.

(*) Ueber functionen mit beschränktem Existenzbereiche. Abhandlungen der Königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften, VII. Folge, 2. Band. Math. — naturwissenschaftliche Classe Nr. 9. Prag. 1888.

(**) *Mathematische Annalen*, t. XXXV, p. 308.
