Matyáš Lerch

Dodatek do artykulu: Uwagi o równaniu Gaussa w teoryi funkcyi gamma

Prace Mat.-Fiz. 10 (1899), 269–270

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501517

Dodatek do artykułu:

„UWAGI O RÓWNANIU GAUSSA W TEORYI FUNKCYI GAMMA".

PODAŁ

M. LERCH.

W wymienionym artykule na str 5 tomu niniejszego mowa jest o funkcyi skończonej i ciągłej $\varphi(w)$, mającej własność:

$$\sum_{a=0}^{m-0} \varphi\left(\frac{w+a}{m}\right) = m\,\varphi(w).$$

Że funkcya ta redukuje się koniecznie do ilości stałej, dowodzi się najprościej tak. Z równania poprzedzającego mamy:

$$\varphi\,(w) = \sum_{a=0}^{m=0} \varphi\left(\frac{w+a}{m}\right)\frac{1}{m},$$

a przechodząc do granicy dla $m=\infty$, otrzymujemy:

$$\varphi\,(w) = \int_0^1 \varphi\,(x)\,dx,$$

t. j.

$$\varphi\,(w) = A.$$

Dopiero przed niedawnym czasem zdarzyło mi się przekonać, że własności funkcyi $R(w, s)$, przedstawione przez równania (2) i (3) (str. 2 tomu niniejszego), były już dawniej podane, a mianowicie twierdzenie:

$$R(w, s) = \frac{1}{s-1} - \frac{\Gamma'(w)}{\Gamma(w)} + A_1 (s-1) + \ldots\ldots$$

podał Hermann Kinkelin w rozprawie „Allgemeine Theorie der harmonischen Reihen mit Anwendung auf die Zahlentheorie" (Programm der Gewerberschule, Basel $186^1/_2$); twierdzenie zaś, że w sąsiedztwie punktu $s=0$ jest:

$$R(w, s) = (\tfrac{1}{2} - w) + \log \frac{\Gamma(w)}{\sqrt{2\pi}}\, s + a_2 s^2 + \ldots\ldots$$

znajduje się w rozprawie E. Schrödera „Eine Verallgemeinerung der Mac-Laurin'schen Summenformel nebst Beiträgen zur Kenntniss der Bernoulli'schen Function" (Programm der Kantonschule, Zürich, 1867).