Eduard Čech

Aritmetika pro II. třídu škol druhého stupně

Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1948, 96 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501447

EDUARD ČECH

ARITMETIKA

PRO II. TŘÍDU ŠKOL DRUHÉHO STUPNĚ

151

CENA Kčs 13,20

Jč
m+f

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ V PRAZE

UČEBNICE A POMOCNÉ KNIHY VYDÁVANÉ JEDNOTOU
ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
151

ARITMETIKA

pro II. třídu škol druhého stupně

NAPSAL

PROF. DR EDUARD ČECH

Dotisk pro školní rok 1948/49 povolen výnosem ministerstva školství a osvěty
ze dne 31. prosince 1947, č. A-263 296/47-III/1.
Výnosem ministerstva školství a osvěty ze dne 23. prosince 1947,
č. A-312 563/47-II/3 rozšířeno schválení této učebnice také pro měšťanské školy.

Jč
m+f

CENA Kčs 13,20

PRAHA 1948
NÁKLADEM JEDNOTY ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
TISKEM KNIHTISKÁRNY PROMETHEUS, PRAHA VIII - 94

OBSAH.

§ 1. Zlomky.

1. Rozšiřování a krácení. Čísla smíšená. Napřed si zopakujeme, co už známe z primy. V jaké výši se píše zlomková čára? Kam píšeme jmenovatele? Kam čitatele? Čitatele i jmenovatele pište velmi zřetelně.

Vyložte název jmenovatel. Vyložte název čitatel. Při výkladu udávejte příklady.

Dále jste v primě poznali **rozšiřování a krácení zlomků.** Pravidlo o rozšiřování zní: Hodnota zlomku se nezmění, když násobíme čitatele i jmenovatele týmž číslem. Na př. zlomek $\frac{11}{18}$ můžeme rozšiřováním uvésti na tvary

$$\frac{11}{18}, \frac{22}{36}, \frac{33}{54}, \frac{44}{72}, \frac{55}{90}, \frac{66}{108} \text{ atd.}$$

Jmenovatelem může býti libovolný násobek původního jmenovatele.

1. Rozšiřte:

a) zlomek $\frac{2}{3}$ na zlomek o jmenovateli: 12, 15, 21, 36, 48.
b) zlomek $\frac{3}{4}$ na zlomek o jmenovateli: 12, 24, 32, 52, 68.
c) zlomek $\frac{5}{9}$ na zlomek o jmenovateli: 27, 36, 54, 72, 81.
d) zlomek $\frac{7}{12}$ na zlomek o jmenovateli: 36, 72, 96, 108, 144.

2. Rozšiřte zlomky

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ na zlomky o jmenovatelích: 24, 36, 48, 72.
b) $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$ na zlomky o jmenovatelích: 24, 72, 120, 168.
c) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$ na zlomky o jmenovatelích: 60, 180, 240, 300.
d) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{16}$ na zlomky o jmenovatelích: 48, 144, 240, 288.

3. Ze zlomků

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{5}{18}$$

rozšiřte ty, u kterých je to možné, na zlomky o jmenovatelích:

a) 16; b) 27; c) 36; d) 60; e) 72.

4. Ze zlomků

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}$$

uveďte ty, u kterých je to možné, na nový tvar se jmenovatelem

a) 12; b) 16; c) 18; d) 30.

Pravidlo o krácení zlomků zní: **Hodnota zlomku se nezmění, když dělíme čitatele i jmenovatele týmž číslem.**

Když na př. zlomek $\frac{16}{24}$ uvedeme na tvar $\frac{2}{3}$, krátili jsme osmi, t. j. dělili jsme čitatele i jmenovatele osmi. Krátiti můžeme pouze společným dělitelem čitatele i jmenovatele. Naproti tomu můžeme zlomek rozšířiti libovolným číslem.

Když zkrátíme zlomek největším společným dělitelem čitatele a jmenovatele, dostaneme takový tvar zlomku, ve kterém jsou čitatel a jmenovatel nesoudělná čísla. Takto psaný zlomek se už krátit nedá. Říkáme, že je psán v **základním tvaru.** Když uvedeme zlomek krácením na základní tvar, říkáme, že jsme jej **úplně zkrátili.** Na př. jsme před chvilkou úplně zkrátili zlomek $\frac{16}{24}$ a tím jej uvedli na základní tvar $\frac{2}{3}$.

5. Zpaměti zkraťte (úplně):

a) $\frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}$.

b) $\frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{10}{8}, \frac{12}{8}$.

c) $\frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{10}{12}$.

d) $\frac{14}{12}, \frac{15}{12}, \frac{16}{12}, \frac{18}{12}, \frac{20}{12}, \frac{21}{12}, \frac{22}{12}$.

e) $\frac{6}{10}, \frac{8}{10}, \frac{5}{10}, \frac{12}{10}$.

f) $\frac{4}{20}, \frac{2}{20}, \frac{10}{20}, \frac{15}{20}, \frac{16}{20}, \frac{24}{20}, \frac{56}{20}$.

Ve složitějších případech nemusíme krátit najednou. Můžeme **krátit postupně.** Na př. u zlomku $\frac{18}{108}$ si můžeme napřed všimnout, že čitatel a jmenovatel mají společného dělitele 2. Tedy krátíme dvěma a dostaneme nový tvar $\frac{9}{54}$, u kterého si všimneme, že čitatel je dělitelem jmenovatele, takže dalším krácením vyjde $\frac{1}{6}$, což je už základní tvar. Píšeme

$$\frac{18}{108} = \frac{9}{54} = \frac{1}{6}.$$

Krátíme pokaždé takovým společným dělitelem čitatele a jmenovatele, kterého zpozorujeme. Čím větším dělitelem dovedeme najednou zkrátit, tím lépe.

U zlomku $\frac{108}{18}$ bychom stejným postupem jako výše dostali

$$\frac{108}{18} = \frac{54}{9} = \frac{6}{1}.$$

Ale píšeme
$$\frac{108}{18} = \frac{54}{9} = 6.$$

Neboť $\frac{6}{1}$ je totéž, co celé číslo 6. **Zlomek se jmenovatelem 1 je číslo celé** (rovná se čitateli). **Žádný zlomek nemá jmenovatele 0.** (Naproti tomu zlomky $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \frac{0}{4}$ atd. s čitatelem 0 znamenají vesměs číslo 0.)

6. Písemně zkraťte úplně (najednou!):

a) $\frac{6}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{30}{18}$, $\frac{33}{18}$, $\frac{36}{18}$.
b) $\frac{5}{20}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{24}{20}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{20}{15}$, $\frac{18}{15}$, $\frac{30}{25}$.
c) $\frac{15}{30}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{28}{30}$, $\frac{14}{30}$, $\frac{28}{36}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{100}{36}$, $\frac{16}{80}$, $\frac{40}{80}$, $\frac{45}{80}$.
d) $\frac{15}{90}$, $\frac{15}{95}$, $\frac{15}{99}$, $\frac{18}{90}$, $\frac{18}{92}$, $\frac{18}{93}$, $\frac{18}{94}$, $\frac{18}{96}$, $\frac{18}{100}$.

7. Písemně zkraťte (postupně nebo najednou, ale úplně):

a) $\frac{28}{44}$, $\frac{96}{144}$, $\frac{108}{128}$, $\frac{48}{60}$.
b) $\frac{1280}{6400}$, $\frac{350}{1250}$, $\frac{4860}{9990}$.
c) $\frac{270}{990}$, $\frac{1122}{9900}$.
d) $\frac{484}{660}$, $\frac{363}{990}$, $\frac{48}{528}$.
e) $\frac{486}{378}$, $\frac{704}{576}$, $\frac{4752}{396}$.
f) $\frac{144}{360}$, $\frac{252}{70}$, $\frac{3080}{3300}$.

Víte, že zlomek, který má čitatele menšího než jmenovatele, jmenuje se zlomek pravý. Víte, že hodnota pravého zlomku je menší než jedna celá.

Jak se pozná zlomek nepravý? Jak velká je hodnota nepravého zlomku?

U nepravého zlomku může čitatel býti násobkem jmenovatele. Víte, že takový zlomek, na př. $\frac{15}{5}$, se jmenuje zlomek nevlastní a víte, že hodnota nevlastního zlomku je číslo celé (na př. $\frac{15}{5} = 3$).

Když čitatel nepravého zlomku není násobkem jmenovatele, jako na př. u zlomku $\frac{17}{5}$, je ten zlomek roven smíšenému číslu (na př. $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$). Smíšené číslo je součet čísla celého a pravého zlomku, ale znamení plus se u smíšených čísel obyčejně nepíše; místo $3 + \frac{2}{5}$ se píše krátce $3\frac{2}{5}$.

8. a) Převeďte na celá nebo smíšená čísla: $\frac{9}{2}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{72}{6}$, $\frac{47}{10}$, $\frac{65}{13}$.
b) Převeďte na zlomky nepravé: $9\frac{3}{4}$, $7\frac{5}{6}$, $21\frac{2}{3}$, $13\frac{5}{6}$.

9. Převeďte na celá nebo smíšená čísla:

a) $\frac{19}{3}$, $\frac{21}{4}$, $\frac{43}{6}$, $\frac{63}{7}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{27}{9}$, $\frac{53}{12}$, $\frac{32}{13}$, $\frac{64}{15}$, $\frac{31}{18}$.
b) $\frac{33}{20}$, $\frac{71}{30}$, $\frac{21}{3}$, $\frac{48}{4}$, $\frac{57}{5}$, $\frac{96}{8}$, $\frac{156}{12}$, $\frac{420}{30}$, $\frac{28}{9}$, $\frac{75}{25}$.

10. Převeďte na zlomky nepravé:

a) $3\frac{2}{3}$, $5\frac{3}{4}$, $7\frac{2}{5}$, $6\frac{5}{6}$, $8\frac{3}{7}$, $9\frac{7}{8}$. $12\frac{5}{9}$, $14\frac{3}{11}$.
b) $2\frac{1}{4}$, $12\frac{3}{5}$, $13\frac{5}{6}$, $4\frac{2}{7}$, $12\frac{5}{8}$, $8\frac{2}{9}$, $13\frac{2}{5}$, $7\frac{6}{13}$.

2. Sčítání a odčítání zlomků. Jako 5 jablek a 2 jablka dá dohromady 7 jablek, tak 5 devítin a 2 devítiny dá dohromady 7 devítin, t. j. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$. Nemají-li zlomky, které máme sečíst, stejného jmenovatele, pomůžeme si tím, že je napřed uvedeme na společného jmenovatele.

Uváděti zlomky na společného jmenovatele jste se učili už v primě a teď máte příležitost se v tom důkladně cvičit. Víte, že za společného jmenovatele můžete volit kterýkoli společný násobek daných jmenovatelů. Víte také, že je nejlépe volit nejmenší společný násobek daných jmenovatelů.

Příklad 1.

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{30}=\left(\frac{6}{30}+\frac{5}{30}+\frac{1}{30}=\right)\frac{6+5+1}{30}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}.$$

Co je tištěno v závorce, to obyčejně nepíšeme. **Po provedení sčítání vždycky krátíme** (je-li to možno).

11. Sečtěte zpaměti

a) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$. b) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$. c) $\frac{4}{11}+\frac{5}{11}$. d) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$.
e) $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$. f) $\frac{2}{15}+\frac{8}{15}$. g) $\frac{9}{16}+\frac{3}{16}$. h) $\frac{7}{20}+\frac{1}{20}$.
i) $\frac{10}{21}+\frac{4}{21}$. j) $\frac{1}{24}+\frac{1}{24}$. k) $\frac{7}{27}+\frac{11}{27}$. l) $\frac{1}{12}+\frac{5}{12}$.

12. Sečtěte písemně

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$. c) $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$. d) $\frac{13}{18}+\frac{1}{9}$.
e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$. f) $\frac{2}{5}+\frac{1}{7}$. g) $\frac{2}{11}+\frac{3}{5}$. h) $\frac{4}{9}+\frac{1}{18}$.

13. Sečtěte písemně

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$. b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$. c) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{12}$.
d) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$. e) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}+\frac{3}{10}$. f) $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$.
g) $\frac{1}{4}+\frac{11}{48}+\frac{3}{16}$. h) $\frac{2}{9}+\frac{1}{36}+\frac{3}{8}$. i) $\frac{11}{32}+\frac{1}{6}+\frac{11}{96}$.
j) $\frac{3}{10}+\frac{1}{12}+\frac{9}{20}$. k) $\frac{5}{12}+\frac{7}{18}+\frac{7}{36}$. l) $\frac{2}{21}+\frac{1}{14}+\frac{5}{42}$.

Příklad 2.

$$\frac{3}{5}+\frac{5}{6}+\frac{9}{10}=\frac{18+25+27}{30}=\frac{70}{30}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

Je-li součet zlomek nepravý, převeďte jej na číslo smíšené.

Příklad 3.

$$\frac{8}{7}+\frac{7}{12}+2\frac{5}{14}+\frac{15}{4}=1\frac{1}{7}+\frac{7}{12}+2\frac{5}{14}+3\frac{3}{4}=$$
$$=6+\frac{12+49+30+63}{84}=6\frac{154}{84}=7\frac{70}{84}=7\frac{5}{6}.$$

Popis. Nejprve převedeme každý nepravý zlomek na číslo smíšené. Potom sečteme celky a všecky pravé zlomky uvedeme na společného jmenovatele.

14. Sečtěte zpaměti

a) $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$. b) $2\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}$. c) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$. d) $\frac{7}{10}+\frac{3}{10}$.
e) $\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$. f) $1\frac{5}{12}+\frac{11}{12}$. g) $\frac{1}{4}+2\frac{1}{12}$. h) $1\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}$.
i) $\frac{3}{4}+3\frac{1}{4}$. j) $1\frac{7}{18}+1\frac{11}{18}$. k) $\frac{13}{24}+\frac{27}{24}$. l) $2\frac{2}{9}+1\frac{11}{18}$.

15. Sečtěte písemně

a) $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{1}{2}$. b) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$. c) $1\frac{1}{2}+2\frac{5}{8}+\frac{3}{20}$.
d) $\frac{3}{7}+3\frac{1}{2}+\frac{5}{14}$. e) $\frac{5}{4}+\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$. f) $\frac{5}{8}+\frac{21}{10}+\frac{13}{20}$.
g) $1\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+2\frac{7}{10}$. h) $2\frac{1}{8}+3\frac{5}{12}+1\frac{2}{9}$. i) $\frac{11}{6}+\frac{16}{15}+\frac{47}{20}$.
j) $5\frac{4}{9}+\frac{8}{15}+1\frac{11}{20}$. k) $\frac{10}{21}+1\frac{3}{28}+2\frac{5}{6}$. l) $\frac{19}{15}+\frac{28}{25}+\frac{7}{30}$.
m) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{19}{20}$. n) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{5}{9}+\frac{11}{12}+\frac{17}{18}$.

Odčítání zlomků se provádí podobně jako sčítání.

Příklad 4.

$$3\frac{7}{10}-1\frac{8}{15}=\left(2+\frac{7}{10}-\frac{8}{15}=\right)2+\frac{21-16}{30}=2\frac{5}{30}=2\frac{1}{6}.$$

Co je tištěno v závorce, to obyčejně nepíšeme.

Popis. Odečteme celky od celků a uvedeme zlomky na společného jmenovatele.

Příklad 5.

$$8\frac{1}{3}-2\frac{3}{4}=6+\frac{4-9}{12}=5+\frac{16-9}{12}=5\frac{7}{12}.$$

Popis. Od 4 odečísti 9 je nemožné. Proto od 6 celých ubereme 1 celou a tu uvedeme na tvar $\frac{12}{12}$.

Příklad 6.

$$\frac{77}{12}-\frac{32}{21}=6\frac{5}{12}-1\frac{11}{21}=5+\frac{35-44}{84}=4+\frac{119-44}{84}=4\frac{75}{84}=4\frac{25}{28}.$$

Popis. Nepravé zlomky převedeme na smíšená čísla. Odečteme celky a zlomky uvedeme na společného jmenovatele. 1 celou převedeme na tvar $\frac{84}{84}$.

16. Odečtěte zpaměti

a) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$. b) $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$. c) $\frac{8}{9}-\frac{5}{9}$. d) $\frac{7}{12}-\frac{1}{12}$.
e) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$. f) $\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$. g) $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$. h) $\frac{7}{10}-\frac{1}{5}$.
i) $\frac{9}{14}-\frac{1}{7}$. j) $\frac{11}{5}-\frac{2}{5}$.

17. Odečtěte zpaměti

a) $1-\frac{1}{2}$. b) $1-\frac{1}{3}$. c) $1-\frac{3}{4}$. d) $1-\frac{2}{7}$.
e) $2-\frac{1}{4}$. f) $2-\frac{5}{8}$. g) $3-\frac{4}{7}$. h) $4-\frac{3}{10}$.

18. Odečtěte zpaměti

a) $3-1\frac{4}{7}$. b) $6-4\frac{7}{20}$. c) $2\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$. d) $4\frac{7}{8}-1\frac{1}{4}$.
e) $5\frac{7}{10}-1\frac{2}{5}$. f) $4\frac{9}{10}-4\frac{2}{5}$. g) $1\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$. h) $1\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$.
i) $2\frac{3}{8}-\frac{5}{8}$. j) $3\frac{1}{5}-\frac{3}{5}$. k) $3\frac{1}{3}-1\frac{5}{6}$. l) $5\frac{1}{8}-2\frac{1}{2}$.
m) $4\frac{3}{10}-1\frac{4}{5}$. n) $5\frac{5}{12}-3\frac{3}{4}$.

19. Odečtěte písemně

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$. c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$. d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$.
e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$. f) $\frac{7}{8} - \frac{3}{10}$. g) $\frac{5}{8} - \frac{1}{12}$. h) $\frac{7}{12} - \frac{9}{16}$.
i) $\frac{2}{15} - \frac{1}{30}$. j) $\frac{5}{42} - \frac{1}{21}$. k) $\frac{11}{12} - \frac{4}{15}$. l) $\frac{7}{10} - \frac{12}{35}$.

20. Odečtěte písemně

a) $2\frac{4}{7} - \frac{5}{7}$. b) $3\frac{2}{11} - \frac{8}{11}$. c) $4\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$. d) $6\frac{3}{14} - 2\frac{11}{14}$.
e) $4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}$. f) $3\frac{1}{6} - 1\frac{4}{9}$. g) $6\frac{7}{12} - 3\frac{5}{8}$. h) $5\frac{3}{16} - 1\frac{7}{12}$.
i) $5\frac{3}{10} - 4\frac{7}{15}$. j) $8\frac{2}{3} - 5\frac{4}{5}$. k) $\frac{51}{14} - \frac{38}{21}$. l) $\frac{97}{30} - \frac{17}{12}$.
m) $\frac{99}{16} - \frac{107}{24}$. n) $\frac{187}{45} - \frac{34}{25}$. o) $3\frac{1}{42} - \frac{23}{21}$. p) $\frac{335}{81} - \frac{25}{18}$.

21. Proveďte postupně:

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$. b) $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{5}$.
c) $\frac{4}{5} + 1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$. d) $\frac{3}{5} + 2\frac{1}{6} - \frac{1}{15} - 1\frac{1}{12}$.
e) $11\frac{2}{3} - 3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6}$. f) $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{2}$.
g) $4\frac{1}{5} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} + 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$. h) $3\frac{2}{7} - 1\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{6}$.

22. Oč je větší

a) součet $3\frac{2}{5} + 4\frac{5}{6}$ než $3\frac{2}{3}$;
b) rozdíl $7\frac{2}{4} - 1\frac{3}{3}$ než $3\frac{5}{12}$.

23. Oč je menší

a) součet $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{4}$ než $7\frac{8}{15}$;
b) rozdíl $3\frac{5}{8} - 2\frac{3}{5}$ než $2\frac{1}{6}$.

3. Slovní úlohy.

Příklad 1. Ušel jsem $\frac{5}{9}$ své cesty. Jaký zlomek cesty mi ještě zbývá ujíti?

Ušel jsem $\frac{5}{9}$ cesty, zbývá $(1 - \frac{5}{9})$ cesty, t. j. $\frac{4}{9}$ cesty.

Příklad 2. Přečetl jsem $\frac{2}{9}$ knihy v pátek, $\frac{1}{3}$ knihy v sobotu a na neděli mi zbylo ke čtení 160 stran. Kolik stran má ta kniha?

V pátek a v sobotu jsem přečetl $(\frac{2}{9} + \frac{1}{3})$ knihy, t. j. $\frac{5}{9}$ knihy. Na neděli zbývá $(1 - \frac{5}{9})$ knihy, t. j. $\frac{4}{9}$ knihy. Tedy:

4 devítiny knihy mají 160 stran.

1 devítina knihy má 160 : 4 stran, t. j. 40 stran.

Celá kniha má 40 × 9 stran, t. j. 360 stran.

24. Snědli jsme $\frac{7}{12}$ dortu. Jaký zlomek dortu nám zbyl?

25. Koupil jsem 18 pomerančů, ale $\frac{2}{9}$ z nich bylo zkažených. Kolik pomerančů bylo dobrých?

26. Jeden balík váží $2\frac{1}{2}$ kg, druhý $1\frac{1}{4}$ kg, třetí $\frac{3}{8}$ kg. Co váží všecky tři balíky dohromady?

27. Kousek flanelu dlouhý $8\frac{3}{10}$ cm se po praní srazil na délku $7\frac{1}{2}$ cm. Oč je nyní kratší?

28. Dvoulitrová nádoba je plná vody. Kolik vody musíme vylíti, aby zbylo $\frac{5}{6}$ l vody v nádobě?

29. Spotřebujeme 20 q paliva (uhlí a koksu) ročně. $\frac{3}{10}$ z toho připadá na koks. Kolik uhlí spotřebujeme?

30. Když jsme ušli 6 km, vykonali jsme $\frac{2}{7}$ své cesty. Kolik km máme ještě ujíti?

31. Spotřebovali jsme $\frac{3}{8}$ koupeného uhlí a 15 q nám zůstalo. Kolik q uhlí jsme koupili?

32. Obdélník má obvod 15 cm. Jeho délka je $4\frac{3}{4}$ cm. Určete jeho šířku.

33. Přičtěte $\frac{2}{3}$ k rozdílu čísel $3\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{6}$.

34. Odečtěte $1\frac{3}{4}$ od součtu čísel $2\frac{1}{6}$ a $3\frac{5}{8}$.

35. $\frac{2}{5}$ diváků v kině jsou muži. Žen je 165. Kolik mužů je v kině?

36. Chlapec utratil $\frac{4}{9}$ svých peněz a zbylo mu 15 Kčs. Kolik měl původně?

37. Čtyři rodiny si objednaly společně 60 q uhlí. Na první rodinu z toho připadlo $\frac{1}{3}$, na druhou a na třetí po $\frac{4}{15}$. Kolik q uhlí připadlo na čtvrtou rodinu?

38. Čtyři obce platily úpravu silnice. První obec zaplatila $\frac{1}{3}$ nákladu, druhá a třetí po $\frac{1}{4}$ nákladu. Čtvrtá obec zaplatila 80000 Kčs. Kolik stála úprava silnice?

39. Nádoba byla do třetiny naplněna vodou. Když se odlilo 7 l vody, zůstala naplněna právě do čtvrtiny. Kolik l vody se vejde do plné nádoby?

40. Závodník uběhl prvních 100 m za $12\frac{4}{5}$ vteřiny, dalších 100 m za 14 vt. a posledních 100 m za $13\frac{1}{5}$ vt. Za jak dlouho proběhl celých 300 m?

41. Kůl vězí čtvrtinou své délky v zemi, $\frac{2}{5}$ kolu je ve vodě a nad vodu vyčnívá 14 dm. Jak dlouhý je celý kůl?

4. Násobení zlomků. Než přistoupíme k vlastnímu úkolu tohoto odstavce, bude účelné provésti malou úvahu. Všimněme si určitého zlomku, třeba $\frac{3}{4}$. Tento zlomek znamená zajisté tři čtvrtiny jednoho celku, ale můžeme týž zlomek chápati také poněkud jinak, totiž jako jednu čtvrtinu ze tří celků. Neboť čtvrtina z jednoho celku je zřejmě $\frac{1}{4}$; a protože tři celky jsou třikrát víc než jeden celek, je čtvrtina ze tří celků zase třikrát víc než čtvrtina z jednoho celku, tedy třikrát víc než $\frac{1}{4}$, a to je zřejmě $\frac{3}{4}$. Podobně na př. $\frac{7}{5}$ je pětina ze sedmi celků, $\frac{6}{13}$ je třináctina ze 6 celků atd.

Rozdělíme-li dort na 4 stejné díly, je každý díl $\frac{1}{4}$ dortu; rozdělíme-li dort na třikrát větší počet stejných dílů, tedy na $4 \cdot 3$ neboli na 12 stejných dílů, je každý díl $\frac{1}{12}$ dortu. Ale protože nových dílů je třikrát tolik jako starých, je každý nový díl třikrát menší než díl starý, tedy nový díl je třetina starého, t. j. $\frac{1}{12}$ neboli $\frac{1}{4 \cdot 3}$ je třetina z $\frac{1}{4}$. Podobně $\frac{1}{60} = \frac{1}{10 \cdot 6}$ je šestina z $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{40} = \frac{1}{8 \cdot 5}$ je pětina z $\frac{1}{8}$ atd.

Protože třetina z $\frac{1}{4}$ je $\frac{1}{4\,.\,3}$ neboli $\frac{1}{12}$ a protože $\frac{5}{4}$ je pětkrát víc než $\frac{1}{4}$, bude třetina z $\frac{5}{4}$ pětkrát víc než třetina z $\frac{1}{4}$ neboli pětkrát víc než $\frac{1}{12}$, tedy třetina z $\frac{5}{4}$ je $\frac{5}{12} = \frac{5}{4\,.\,3}$. Podobně šestina ze $\frac{7}{10}$ je $\frac{7}{10\,.\,6}$ neboli $\frac{7}{60}$, pětina z $\frac{9}{8}$ je $\frac{9}{8\,.\,5}$ neboli $\frac{9}{40}$ atd.

Výsledek: Znásobíme-li jmenovatele zlomku nějakým číslem (ponechávajíce čitatele beze změny), zmenší se hodnota zlomku tolikrát, kolik udává číslo, kterým jsme jmenovatele násobili. Podle tohoto pravidla je

$$\frac{1}{3} \text{ z } \frac{5}{4} = \frac{5}{4\,.\,3} = \frac{5}{12};$$
$$\frac{1}{6} \text{ ze } \frac{7}{10} = \frac{7}{10\,.\,6} = \frac{7}{60};$$
$$\frac{1}{5} \text{ z } \frac{9}{8} = \frac{9}{8\,.\,5} = \frac{9}{40},$$

ale také na př.

$$\frac{1}{5} \text{ ze } \frac{7}{1} = \frac{7}{1\,.\,5} \text{ neboli } \frac{1}{5} \text{ ze } 7 = \frac{7}{5};$$
$$\frac{1}{13} \text{ ze } \frac{6}{1} = \frac{6}{1\,.\,13} \text{ neboli } \frac{1}{13} \text{ ze } 6 = \frac{6}{13}.$$

Po této přípravě přistoupíme k násobení zlomků. Užijeme téhož pravidla, které nám poskytlo klíč pro násobení desetinných čísel: Kolikrát se zmenší jeden činitel, tolikrát se zmenší součin.

Abychom seznali, co jest rozuměti na př. součinem $\frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$, stačí užíti dvakrát za sebou tohoto pravidla. Vyjdeme od známého součinu

$$4 \times 2 = 8. \tag{*}$$

Činitele 4 necháme beze změny, ale místo činitele 2 vezmeme činitele pětkrát menšího, tedy pětinu ze dvou neboli $\frac{2}{5}$; protože jsme jednoho činitele v součinu (*) pětkrát zmenšili, zmenší se pětkrát také součin, tedy nový součin bude $\frac{1}{5}$ z 8 neboli $\frac{8}{5}$. Tedy

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5} \text{ (t. j. } \frac{4\,.\,2}{5}).$$

V tomto součinu necháme činitele $\frac{2}{5}$ beze změny, kdežto místo činitele 4 vezmeme činitele třikrát menšího, tedy činitele $\frac{4}{3}$; hodnota nového součinu bude třikrát menší než $\frac{8}{5}$, tedy to bude $\frac{1}{3}$ z $\frac{8}{5}$ neboli $\frac{8}{5\,.\,3} = \frac{8}{15}$. Tedy

$$\frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{15} \left(\text{t. j. } \frac{4\,.\,2}{3\,.\,5}\right).$$

Podobně je na př.

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{9} = \frac{5\,.\,7}{6\,.\,9} = \frac{35}{54},$$

neboť náš součin vznikne ze součinu $5 \times 7 = 35$ tím, že nejprve zmenšíme jednoho činitele šestkrát a potom zmenšíme druhého činitele devětkrát, takže nový součin je

$$\tfrac{1}{6} \text{ z } (\tfrac{1}{9} \text{ ze } 35) = \tfrac{1}{6} \text{ ze } \tfrac{35}{9} = \tfrac{35}{54}.$$

Výsledek: součin dvou zlomků je zlomek, jehož čitatel je součin daných čitatelů a jehož jmenovatel je součin daných jmenovatelů.

Tohoto pravidla můžeme užívati i tehdy, když některý činitel je číslo celé. Je na př.

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{4 \,.\, 3}{5 \,.\, 1},$$

ale obyčejně píšeme kratčeji

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \,.\, 3}{5} = \frac{12}{5}.$$

Příklad 1.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \,.\, 6}{3 \,.\, 7} = \frac{2 \,.\, 2}{7} = \frac{4}{7}.$$

Součin dvou zlomků dříve krátíme, než provedeme násobení v čitateli a ve jmenovateli.

Příklad 2.

$$1\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \,.\, 3}{3 \,.\, 7} = \frac{5}{7}.$$

Před násobením převedeme smíšená čísla na nepravé zlomky.

Příklad 3.

$$1\frac{5}{7} \times 1\frac{1}{3} = \frac{12}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{12 \,.\, 4}{7 \,.\, 3} = \frac{4 \,.\, 4}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}.$$

Je-li součin nepravý zlomek, převedeme jej na číslo smíšené.

Příklad 4.

$$1\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{6}{5} \times \frac{7}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{6 \,.\, 7 \,.\, 5}{5 \,.\, 3 \,.\, 14} = \frac{6 \,.\, 7}{3 \,.\, 14} = \frac{6}{3 \,.\, 2} = \frac{6}{6} = 1.$$

Krátíme-li postupně, vyhneme se chybám.

Důležitá poznámka. Předložka **z** mezi dvěma zlomky znamená krát. Na př.

$$\frac{4}{3} \text{ ze } \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \,.\, 2}{3 \,.\, 5} = \frac{8}{15}.$$

Neboť víme, že $\frac{1}{3}$ ze $\frac{2}{5}$ je $\frac{2}{5 \,.\, 3} = \frac{2}{15}$, takže $\frac{4}{3}$ ze $\frac{2}{5}$ je čtyřikrát více než 2 patnáctiny, ale to je zřejmě 8 patnáctin.

42. Počítejte zpaměti

a) $\frac{3}{4} \times 2$. b) $\frac{3}{4} \times 3$. c) $\frac{3}{4} \times 4$. d) $\frac{2}{3} \times 4$.
e) $\frac{1}{2}$ ze 7. f) $\frac{1}{4}$ z 5. g) $\frac{1}{9}$ z 15. h) $\frac{1}{6}$ z 15.
i) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{7}$. j) $\frac{7}{4} \times \frac{1}{5}$. k) $2\frac{1}{3} \times \frac{1}{10}$. l) $2\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$.

43. Počítejte písemně

a) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$. c) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$. d) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{8}$.
e) $\frac{5}{8}$ z 8. f) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{2}{7}$. g) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{3}{7}$. h) $\frac{4}{5}$ ze $\frac{7}{8}$.
i) $\frac{4}{9} \times \frac{7}{20}$. j) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$. k) $\frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$. l) $\frac{5}{12} \times \frac{8}{9}$.
m) $\frac{13}{15} \times \frac{25}{26}$. n) $\frac{5}{12} \times \frac{20}{21}$. o) $\frac{10}{27}$ z $\frac{9}{35}$. p) $\frac{3}{10}$ z $\frac{5}{12}$.

44. Počítejte písemně

a) $2\frac{1}{4} \times 5\frac{1}{3}$. b) $2\frac{4}{7} \times 4\frac{2}{3}$. c) $2\frac{5}{8} \times 2\frac{2}{7}$. d) $3\frac{8}{9} \times 3\frac{6}{7}$.
e) $\frac{8}{15}$ z $1\frac{5}{12}$. f) $1\frac{1}{3} \times 7\frac{3}{4}$. g) $6\frac{2}{3} \times 1\frac{2}{5}$. h) $3\frac{1}{3} \times \frac{12}{25}$.
i) $\frac{2}{45}$ ze $3\frac{3}{4}$. j) $1\frac{1}{14} \times 3\frac{14}{15}$. k) $3\frac{1}{9} \times 1\frac{1}{7}$. l) $3\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{11}$.
m) $12\frac{1}{4} \times 8\frac{2}{9}$. n) $2\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{8}$. o) $4\frac{1}{16} \times 2\frac{6}{13}$. p) $7\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3}$.

45. Počítejte písemně

a) $\frac{7}{12} \times 26$. b) $\frac{4}{9} \times 12$. c) $\frac{5}{8} \times 14$. d) $\frac{9}{13} \times 26$.
e) $2\frac{1}{6} \times 9$. b) $3\frac{3}{8} \times 20$. g) $2\frac{2}{9} \times 15$. h) $3\frac{5}{12} \times 30$.
i) $4\frac{2}{5} \times 6$. k) $6\frac{2}{5} \times 18$. l) $4\frac{5}{12} \times 8$. m) $3\frac{2}{9} \times 6$.
n) $3\frac{5}{12} \times 8 \times 3$. o) $2\frac{5}{18} \times 24 \times 3$. p) $2\frac{5}{14} \times 21 \times 1\frac{2}{3}$.

46. Počítejte písemně

a) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{15}{16}$. c) $\frac{6}{5} \times \frac{10}{27} \times \frac{9}{4}$.
d) $\frac{3}{5} \times \frac{10}{11} \times \frac{22}{25}$. e) $\frac{6}{7} \times \frac{21}{32} \times \frac{11}{12} \times \frac{3}{7}$. f) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{9} \times \frac{21}{5}$.
g) $\frac{4}{15} \times \frac{7}{12} \times \frac{25}{21}$. h) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times \frac{6}{7}$. i) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{15}{16} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$.

47. Počítejte písemně

a) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4} \times \frac{8}{75}$. b) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{7} \times 1\frac{1}{4}$.
c) $3\frac{1}{16} \times \frac{14}{25} \times 2\frac{1}{7}$. d) $2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{5}$.
e) $\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4}$. f) $4\frac{1}{8} \times \frac{14}{17} \times 1\frac{13}{21}$.
g) $6\frac{1}{9} \times \frac{8}{13} \times 1\frac{17}{22}$. h) $2\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{6} \times \frac{3}{13}$.
i) $2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$.

5. Slovní úlohy.

48. Stojí-li 1 kg masa 54 Kčs, co stojí

a) $\frac{3}{4}$ kg? b) $1\frac{1}{4}$ kg? c) $1\frac{3}{4}$ kg? d) $2\frac{1}{2}$ kg? e) $3\frac{1}{2}$ kg?

49. Váží-li 1 hl pšenice 80 kg, co váží

a) $\frac{3}{4}$ hl? b) $\frac{1}{8}$ hl? c) $4\frac{1}{2}$ hl? d) $5\frac{3}{8}$ hl?
e) $3\frac{2}{5}$ hl?

50. Ujede-li rychlík za minutu 960 m, kolik ujede za

a) $\frac{3}{5}$ min.? b) $\frac{1}{6}$ min.? c) $3\frac{1}{2}$ min.? d) $2\frac{1}{4}$ min.?
e) $5\frac{1}{10}$ min.?

51. Krychlový centimetr korku váží $\frac{1}{4}$ g. Co váží

a) $\frac{1}{2}$ cm³? b) $\frac{2}{5}$ cm³? c) $5\frac{1}{4}$ cm³? d) $6\frac{2}{3}$ cm³?
e) $40\frac{2}{5}$ cm³?

52. (Jest 1 minuta = $\frac{1}{60}$ hodiny.) Poutník ujde za hodinu $4\frac{3}{4}$ km. Kolik ujde za

a) 10 minut? b) 20 minut? c) 45 minut? d) 16 minut?
e) 25 minut?

53. Najděte obsah obdélníka s rozměry

a) $\frac{2}{3}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm. b) $2\frac{1}{4}$ cm a $\frac{2}{3}$ cm. c) $2\frac{2}{5}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm.
d) $4\frac{9}{10}$ cm a $1\frac{3}{7}$ cm.

54. Najděte objem kvádru s rozměry

a) $5\frac{1}{2}$ dm, $2\frac{1}{4}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm. b) $1\frac{7}{10}$ dm, $3\frac{3}{4}$ dm, $4\frac{2}{5}$ dm.
c) $6\frac{1}{4}$ cm, $13\frac{1}{2}$ cm, $28\frac{1}{3}$ cm.

55. Najděte povrch kvádrů ze cvič. **54.**

56. 1 cm³ železa váží $7\frac{1}{2}$ g. Co váží železný kvádr s rozměry

a) $1\frac{1}{2}$ cm, $2\frac{2}{3}$ cm, $3\frac{1}{2}$ cm? b) $6\frac{2}{3}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm, $7\frac{1}{2}$ dm?

6. Převrácená hodnota zlomku. Čitatel zlomku $\frac{3}{7}$ je jmenovatelem zlomku $\frac{7}{3}$. Jmenovatel zlomku $\frac{3}{7}$ je čitatelem zlomku $\frac{7}{3}$. O takových zlomcích řekneme, že jeden z nich je **převrácenou hodnotou** druhého.

Protože $3 = \frac{3}{1}$, je $\frac{1}{3}$ převrácená hodnota čísla 3 a 3 je převrácená hodnota čísla $\frac{1}{3}$.

Převrácená hodnota celého čísla je pravý zlomek s čitatelem 1. Převrácená hodnota pravého zlomku s čitatelem 1 je číslo celé. Převrácená hodnota pravého zlomku je zlomek nepravý. Převrácená hodnota nepravého zlomku je zlomek pravý. Převrácená hodnota čísla 1 je zase číslo 1. K číslu 0 nemáme žádnou převrácenou hodnotu.

Jest $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 7}{7 \times 3} = 1$. Součin zlomku a jeho převrácené hodnoty je vždy roven jedničce.

Když hledáme převrácenou hodnotu smíšeného čísla, převedeme si je napřed na tvar nepravého zlomku.

57. Najděte zpaměti převrácenou hodnotu čísla

a) 7. b) $\frac{4}{3}$. c) $\frac{2}{5}$. d) $\frac{1}{6}$. e) $1\frac{1}{2}$. f) $3\frac{1}{3}$.

58. Najděte písemně převrácenou hodnotu čísla

a) $12\frac{5}{7}$. b) $32\frac{3}{4}$. c) $18\frac{5}{13}$. d) $21\frac{1}{19}$. e) $37\frac{1}{37}$.

59. Ve tvaru smíšeného čísla napište převrácenou hodnotu zlomku

a) $\frac{37}{100}$. b) $\frac{42}{335}$. c) $\frac{27}{121}$. d) $\frac{14}{325}$. e) $\frac{16}{875}$.

7. Dělení zlomků. Provésti dělení $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$ znamená najíti číslo, které znásobeno číslem $\frac{2}{5}$ dá součin $\frac{3}{7}$. Takové číslo je

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{7 \times 2} = \frac{15}{14},$$

neboť
$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 \times 2}{7 \times 2 \times 5} = \frac{3}{7}.$$

Zlomkem dělíme tak, že násobíme jeho převrácenou hodnotou.

Příklad 1.
$$3\tfrac{1}{3} : 5 = \frac{10}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{10}{3 \times 5} = \frac{2}{3}.$$

Příklad 2.
$$1\tfrac{5}{6} : \frac{1}{4} = \frac{11}{6} \times 4 = \frac{11 \times 4}{6} = \frac{11 \times 2}{3} = \frac{22}{3} = 7\tfrac{1}{3}.$$

Příklad 3.
$$\frac{12}{35} : \frac{3}{14} = \frac{12}{35} \times \frac{14}{3} = \frac{12 \times 14}{35 \times 3} = \frac{4 \times 14}{35} = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\tfrac{3}{5}.$$

60. (Zpaměti.)

a) $\frac{1}{2}$ dělte: třemi, čtyřmi, pěti.
b) $\frac{1}{3}$ dělte: dvěma, třemi, šesti.
c) $\frac{3}{4}$ dělte: třemi, čtyřmi, pěti.
d) $\frac{4}{9}$ dělte: dvěma, třemi, dvanácti.
e) $\frac{12}{25}$ dělte: čtyřmi, pěti, osmi.
f) $1\frac{1}{2}$ dělte: třemi, čtyřmi, šesti.
g) $2\frac{1}{4}$ dělte: třemi, šesti, devíti.

61. (Zpaměti.)

a) $3 : \frac{1}{2}$. b) $2 : \frac{1}{3}$. c) $5 : \frac{1}{4}$. d) $7 : \frac{1}{6}$.
e) $1 : \frac{1}{3}$. f) $1 : \frac{1}{10}$. g) $1 : \frac{2}{3}$. h) $1 : 1\frac{1}{2}$.
i) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$. j) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$. k) $\frac{1}{12} : \frac{1}{9}$. l) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$.
m) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$. n) $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$. o) $\frac{2}{9} : \frac{4}{3}$.

62. (Písemně.)

a) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$. b) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$. c) $1\frac{1}{9} : 2\frac{1}{12}$. d) $\frac{5}{16} : 2\frac{1}{12}$.
e) $1 : 2\frac{3}{4}$. f) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$. g) $1\frac{11}{25} : 7\frac{4}{5}$. h) $1\frac{11}{45} : 10\frac{1}{9}$.
i) $2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$. j) $1\frac{5}{7} : 1\frac{1}{7}$. k) $3\frac{1}{7} : 11$. l) $1\frac{1}{5} : \frac{2}{3}$.
m) $\frac{4}{7} : \frac{7}{4}$. n) $2\frac{7}{10} : 7\frac{1}{5}$. o) $100 : 3\frac{1}{3}$. p) $9 : \frac{5}{9}$.

63. (Písemně.)

a) $12 : 2\frac{2}{7}$. b) $\frac{10}{41} : 35$. c) $\frac{16}{13} : 24$.
d) $2\frac{5}{22} : 56$. e) $64 : 2\frac{2}{5}$. f) $10 : 5\frac{1}{3}$.
g) $24 : 1\frac{1}{11}$. h) $42 : 4\frac{2}{5}$. i) $3\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5}$.
j) $3\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$. k) $4\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$. l) $2\frac{1}{14} : 3\frac{1}{7}$.
m) $4\frac{7}{8} : 2\frac{1}{6}$. n) $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{6}$. o) $2\frac{1}{9} : 3\frac{1}{6}$.
p) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$. r) $2\frac{1}{12} : 4\frac{3}{8}$. s) $3\frac{5}{9} : 3\frac{1}{6}$.

64. (Písemně.)

a) $3\frac{2}{9} : 4\frac{1}{7}$.	b) $2\frac{5}{6} : \frac{34}{55}$.	c) $3\frac{5}{11} : \frac{19}{22}$.
d) $2\frac{5}{12} : 1\frac{1}{6}$.	e) $4\frac{1}{6} : 1\frac{7}{8}$.	f) $2\frac{8}{9} : 3\frac{5}{12}$.
g) $3\frac{3}{4} : 4\frac{1}{6}$.	h) $1\frac{11}{15} : 1\frac{19}{20}$.	i) $1\frac{7}{8} : 1\frac{11}{14}$.
j) $\frac{7}{15} : 1\frac{3}{25}$.	k) $1\frac{1}{15} : \frac{32}{45}$.	l) $1\frac{9}{16} : 1\frac{17}{18}$.
m) $1\frac{15}{16} : 4\frac{13}{20}$.	n) $\frac{17}{18} : 3\frac{15}{22}$.	o) $1\frac{3}{14} : 1\frac{13}{21}$.

8. Slovní úlohy. 65. Za 540 Kčs bylo koupeno

a) $4\frac{1}{2}$ m, b) $2\frac{1}{4}$ m, c) $3\frac{3}{5}$ m, d) $5\frac{2}{5}$ m

látky. Co stál metr?

66. $\frac{2}{3}$ m látky stálo

a) 60 Kčs. b) $60\frac{1}{2}$ Kčs. c) $60\frac{3}{4}$ Kčs. d) $70\frac{1}{5}$ Kčs.

Zač byl metr?

67. Ušel jsem jednou 400 m za 5 minut, jindy 37 m za $\frac{1}{2}$ minuty a ještě jindy 70 m za $\frac{3}{4}$ minuty. Kdy jsem šel nejrychleji? [V každém případě vypočtěte, kolik m jsem ušel za minutu.]

68. Obsah obdélníka je $8\frac{2}{5}$ cm². Jeden rozměr je

a) $1\frac{1}{5}$ cm. b) $2\frac{1}{4}$ cm. c) 6 cm. d) 7 cm.

e) $7\frac{1}{5}$ cm.

Určete druhý rozměr.

69. Objem kvádru je $15\frac{5}{8}$ m³. Dva rozměry jsou

a) $2\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{2}$ m. b) $3\frac{3}{4}$ m, $1\frac{2}{3}$ m. c) $2\frac{1}{2}$ m, $2\frac{1}{2}$ m.

d) 5 m, $1\frac{1}{4}$ m.

Určete třetí rozměr.

9. Složené zlomky. Když počítáme třeba 3 : 7 podle pravidla o dělení zlomků, dostaneme

$$3 : 7 = 3 \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 1}{7} = \frac{3}{7}.$$

Tedy zlomek můžeme pokládati za podíl, jehož dělenec je čitatel zlomku a jehož dělitel je jmenovatel zlomku.

Když se držíme tohoto významu zlomků, můžeme psáti také zlomky, které mají buďto v čitateli nebo ve jmenovateli (nebo na obou místech) čísla lomená. Takové zlomky se jmenují **zlomky složené.** Mezi čitatelem a jmenovatelem složeného zlomku je **hlavní zlomková čára;** v čitateli a ve jmenovateli mohou býti **vedlejší zlomkové čáry.** Při psaní složených zlomků musíme býti velmi pečliví! Hlavní zlomková čára musí býti v té výši, ve které je rovnítko. Hlavní zlomková čára se píše delší než vedlejší zlomkové čáry. Až na nutnou opatrnost při psaní není při složených zlomcích nic, co byste už neuměli: složený zlomek je podíl

čitatel : jmenovatel

neboli součin

čitatel × (převrácená hodnota jmenovatele).

Příklad 1.

$$\frac{7}{\frac{3}{4}} = 7 \times \tfrac{4}{3} = \tfrac{7 \times 4}{3} = \tfrac{28}{3} = 9\tfrac{1}{3}.$$

Příklad 2.

$$\frac{\frac{2}{5}}{10} = \tfrac{2}{5} \times \tfrac{1}{10} = \tfrac{2}{5 \times 10} = \tfrac{1}{5 \times 5} = \tfrac{1}{25}.$$

Příklad 3.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}} = \tfrac{5}{6} \times \tfrac{8}{3} = \tfrac{5 \times 8}{6 \times 3} = \tfrac{5 \times 4}{3 \times 3} = \tfrac{20}{9} = 2\tfrac{2}{9}.$$

Ve složitějších případech si upravíme zvlášť čitatele a jmenovatele, ale krátíme až na konec.

Příklad 4. Zjednodušte

$$\frac{3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4}}.$$

Čitatel $= \frac{10}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{10 \times 9}{3 \times 4}$.

Jmenovatel $= 1 + \frac{4-3}{12} = 1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$.

Zlomek $= \frac{10 \times 9}{3 \times 4} \times \frac{12}{13} = \frac{10 \times 9 \times 12}{3 \times 4 \times 13} = \frac{10 \times 9}{13} = \frac{90}{13} = 6\frac{12}{13}$.

70. Zjednodušte

a) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}}$. b) $\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}}$. c) $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$. d) $\dfrac{\frac{3}{10}}{1\frac{1}{5}}$.

e) $\dfrac{4}{\frac{3}{5}}$. f) $\dfrac{\frac{1}{4}}{5}$. g) $\dfrac{\frac{5}{6}}{2}$. h) $\dfrac{3\frac{2}{3}}{4\frac{4}{5}}$.

i) $\dfrac{3\frac{3}{5}}{4\frac{4}{5}}$. j) $\dfrac{5\frac{1}{3}}{2\frac{11}{12}}$. k) $\dfrac{1 - \frac{2}{5}}{2 - 1\frac{1}{4}}$.

l) $\dfrac{4\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5}}{2\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8} + 1\frac{3}{4}}$. m) $\dfrac{1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4} + 3\frac{5}{6} + 5\frac{1}{6}}$.

n) $\dfrac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{1\frac{1}{2} \times \frac{5}{9}}$. o) $\dfrac{1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} \times 2\frac{1}{2}}$. p) $\dfrac{2 \times \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{5}}{3\frac{1}{4} : 1\frac{1}{20}}$.

10. Desetinná čísla a zlomky. Víte, že desetinná čísla jsou vlastně zlomky, a to zlomky se jmenovateli 10, 100, 1000 atd. Na př. $0{,}7 = \frac{7}{10}$; $0{,}17 = \frac{17}{100}$; $0{,}017 = \frac{17}{1000}$. Proto se někdy desetinným číslům říká také **desetinné zlomky.** Potom se pro jasnost říká **obyčejné zlomky** tam, kde my říkáme prostě zlomky.

Krácením můžeme někdy desetinné číslo upravit na tvar zlomku s jiným jmenovatelem než 10, 100, 1000 atd.

71. Napište jako obyčejné zlomky a úplně zkraťte

a) 0,5.	b) 0,6.	c) 0,8.	d) 0,05.
e) 0,35.	f) 0,006.	g) 0,25.	h) 0,75.
i) 0,025.	j) 0,4.	k) 0,04.	l) 0,08.
m) 0,008.	n) 0,125.	o) 0,375.	p) 0,625.
q) 0,16.	r) 0,016.		

Některé z výsledků cvič. **71** je dobře si pamatovati. Pamatujte si aspoň, že

$$0{,}5 = \tfrac{1}{2};\ 0{,}25 = \tfrac{1}{4};\ 0{,}75 = \tfrac{3}{4};\ 0{,}125 = \tfrac{1}{8}.$$

Daná čísla ve cvič. **71** mají vesměs před desetinnou čárkou pouze nulu, jsou to tedy čísla menší než 1, která se rovnají pravým zlomkům. Máme-li napsati ve tvaru zlomku na př. 3,75, převedeme napřed 0,75 na pravý zlomek, který úplně zkrátíme, tedy $0{,}75 = \frac{3}{4}$. Potom je ovšem $3{,}75 = 3\frac{3}{4}$ Žádá-li se výslovně upraviti 3,75 na tvar nepravého zlomku (tedy ne smíšeného čísla), vypočteme ještě $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ a máme $3{,}75 = \frac{15}{4}$. Mohli bychom ovšem také psáti $3{,}75 = \frac{375}{100}$ a tento nepravý zlomek zkrátiti, ale přechod přes smíšené číslo je pohodlnější.

72. Napište jako nepravý zlomek (v základním tvaru)

a) 5,56.	b) 9,325.	c) 2,35.	d) 12,08.
e) 3,016.	f) 1,056.	g) 9,315.	h) 7,216.

Zlomky se jmenovateli 10, 100, 1000 atd. můžeme hned psáti jako desetinná čísla. Zlomky, jejichž jmenovatel je d ě l i t e l e m některého z čísel 10, 100, 1000 atd., můžeme upraviti rozšířením na tvar, od kterého přejdeme k desetinnému číslu.

P ř í k l a d. $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10} = 3{,}4$.

Bylo by zbytečné převáděti smíšené číslo $3\frac{2}{5}$ na nepravý zlomek $\frac{17}{5}$.

73. Rozšiřováním uveďte na tvar desetinného čísla

a) $7\frac{1}{2}$.	b) $6\frac{3}{5}$.	c) $8\frac{3}{4}$.	d) $2\frac{1}{8}$.	e) $3\frac{7}{8}$.	f) $\frac{4}{20}$.
g) $\frac{3}{25}$.	h) $5\frac{7}{40}$.	i) $\frac{39}{200}$.	j) $\frac{117}{250}$.	k) $\frac{7}{125}$.	l) $37\frac{31}{400}$.

Můžeme takový převod prováděti také dělením (místo rozšiřováním), na př.

$$\tfrac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375.$$

74. Zlomky ze cvič. **73** převeďte na desetinná čísla dělením.

Jest

$$10 = 2 \times 5,$$
$$100 = 10 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 \times 5,$$
$$1000 = 100 \times 10 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \text{ atd.}$$

Tedy čísla 10, 100, 1000 atd. mají pouze prvočinitele 2 a 5 (a žádné jiné). Proto také dělitelé těchto čísel nemají jiné prvočinitele než 2 a 5. Tedy na př. číslo 7 není dělitelem žádného z čísel 10, 100, 1000 atd., takže zlomek $\frac{5}{7}$ se nedá psáti se jmenovatelem 10 ani 100 ani 1000 atd. Žádné desetinné číslo není *přesně* rovné zlomku $\frac{5}{7}$. Ale je možné *zaokrouhliti* $\frac{5}{7}$ na předepsaný počet desetinných míst. To se provede dělením. Jest

$$5 : 7 \doteq 0{,}71428 \doteq 0{,}7143,$$

takže $\frac{5}{7} \doteq 0{,}7143$ přesně na 4 desetinná místa.

75. Převeďte na desetinná čísla přesně na tisíciny

a) $\frac{7}{26}$. b) $\frac{3}{14}$. c) $\frac{9}{41}$. d) $2\frac{6}{37}$. e) $4\frac{12}{17}$. f) $5\frac{11}{13}$.

U zlomků $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$ si *zapamatujte* zaokrouhlené hodnoty na libovolný počet desetinných míst. Je to velmi snadné. Dělením dostaneme

$$1 : 3 \doteq 0{,}3333\ldots, \quad 2 : 3 \doteq 0{,}6666\ldots,$$

takže $\frac{1}{3}$ má zaokrouhlené hodnoty

$$0{,}3;\ 0{,}33;\ 0{,}333 \text{ atd.}$$

a $\frac{2}{3}$ má zaokrouhlené hodnoty

$$0{,}7;\ 0{,}67;\ 0{,}667 \text{ atd.}$$

V obou případech se v podílu táž cifra stále opakuje. Píšeme proto (s čárkou nad opakující se cifrou)

$$\tfrac{1}{3} = 0{,}\overline{3}; \qquad \tfrac{2}{3} = 0{,}\overline{6}.$$

$0{,}\overline{3}$ čteme *žádná celá 3 periodické*. Slovo perioda je řeckého původu (peri = okolo, hodos = cesta, tedy periodos = cesta kolem dokola). Znamená ve hvězdářství dobu, za kterou se určité postavení objeví znovu, na př. otáčení země kolem její osy má periodu 24 hodiny, otáčení země kolem slunce má periodu $365\frac{1}{4}$ dne. Dá se ukázati, že když se nějaký zlomek nedá psáti přesně jako desetinné číslo, vždycky se objeví perioda. Periodou zde rozumíme pravidelně se opakující skupinu cifer. Ta skupina může obsahovat více než jednu cifru a také může začínat později nežli hned za desetinnou čárkou. Na př. se snadno vypočte, že

$\frac{21}{74} = 0,2\overline{837}$ (žádná celá dvě desetiny 837 periodických).

Je tedy na př. na 10 desetinných míst

$$\frac{21}{74} \doteq 0,2837837838.$$

Praktický význam tohoto pravidelného opakování cifer není příliš veliký. Když zaokrouhlujeme zlomek desetinným číslem, potřebujeme znát pouze několik prvých cifer a u těch se opakování projeví jen zřídka.

Protože desetinná čísla můžeme porovnávati co do velikosti velmi snadno, můžeme na otázku, který z daných zlomků je větší, hledati odpověď tím, že převedeme dané zlomky s dostatečnou přesností na desetinná čísla. U zlomků $\frac{3}{7}$ a $\frac{5}{9}$ stačí počítati na desetiny; jest

$$\frac{3}{7} \doteq 0,4; \qquad \frac{5}{9} \doteq 0,6; \qquad \text{tedy } \frac{3}{7} < \frac{5}{9}.$$

U zlomků $\frac{7}{15}$ a $\frac{6}{13}$ musíme počítati na tisíciny; jest

$$\frac{7}{15} \doteq 0,467; \qquad \frac{6}{13} \doteq 0,462; \qquad \text{tedy } \frac{7}{15} > \frac{6}{13}.$$

To je už druhý způsob, jak rozhodnouti o velikosti dvou daných zlomků. V primě jsme poznali první způsob: uvésti oba zlomky na nový tvar se společným jmenovatelem.

76. Rozhodněte obojím způsobem, který z obou daných zlomků je větší:

a) $\frac{4}{9}, \frac{5}{11}$. b) $\frac{5}{12}, \frac{7}{17}$. c) $\frac{3}{11}, \frac{5}{18}$. d) $\frac{9}{37}, \frac{10}{41}$.

Často se vyskytuje úkol, počítati ve tvaru desetinného čísla součin, jehož jeden činitel je zlomek a druhý je číslo celé nebo desetinné. Na př. $6\frac{2}{7} \times 25,64$ vypočteme přesně na dvě desetinná místa takto:

$25,64 \times 6$	$25,64 \times 2$	$51,28 : 7$	$153,84$	$6\frac{2}{7} \times 25,64 \doteq 161,17$
$153,84$	$51,28$	$7,325$	$7,325$	
			$161,165$	

Popis. Počítáme nejdříve $6 \times 25,64$, potom $\frac{2}{7} \times 25,64$ a pak sečteme. Jest $\frac{2}{7} \times 25,64 = \frac{2}{7}$ z 25,64. Proto 25,64 násobíme dvěma a součin dělíme sedmi. Dělení provedeme na 3 desetinná místa. Výsledek 161,165 zaokrouhlíme na 2 desetinná místa.

77. Počítejte na tolik desetinných míst, kolik je udáno v závorce
a) $\frac{4}{9} \times 83{,}2$ (2). b) $\frac{11}{16} \times 375$ (1). c) $\frac{15}{17} \times 0{,}032$ (4).
d) $7\frac{3}{11} \times 2542$ (1). e) $10\frac{1}{3} \times 3{,}56$ (2). f) $17\frac{5}{8} \times 4{,}369$ (2).

11. Přehled nauky o zlomcích. Bude dobře, když si řekneme přehledně znovu nejdůležitější věci z nauky o zlomcích.

Věc, kterou musíme míti při zlomcích stále na paměti, jest, že každý zlomek se dá psáti v rozmanitých tvarech, které mají všecky stejnou číselnou hodnotu. Přechod od jednoho tvaru ke druhému se děje pomocí pravidel, která známe už z primy. Jeden tvar je základní. To je ten tvar, ve kterém jsou čitatel a jmenovatel nesoudělná čísla. Když odpověď na nějakou otázku je dána zlomkem, uvádíme ten zlomek vždycky na základní tvar. Od jiného tvaru se dojde k základnímu tvaru krácením. Krácení se provádí v jednoduchých případech najednou, ve složitějších postupně. Od základního tvaru se dojde k jiným tvarům rozšiřováním. Krácení a rozšiřování zlomku nejsou vlastně početní výkony, protože se jimi mění pouze vnější tvar zlomku, ne jeho hodnota.

Nyní si zopakujme pravidla, podle kterých se u zlomků provádějí základní výkony početní. Tyto výkony jsou celkem čtyři, ale je dobře si je sestaviti do dvou párů; první pár základních početních výkonů je sčítání a odčítání; druhý pár je násobení a dělení. U čísel celých jsou sčítání a odčítání výkony velmi jednoduché, které vám nedělají žádné potíže. Násobení je už přece jen trochu složitější a dělení je u čísel celých rozhodně nejtěžší početní výkon, zejména při větším děliteli.

U zlomků je tomu však docela naopak. Nejobtížnější je tu vlastně sčítání a odčítání. To je proto, že se před provedením sčítání a odčítání obyčejně musí napřed změniti tvar daných zlomků. Při sčítání a odčítání zlomků se dělají tři věci za sebou: (1) dané zlomky se uvedou na společného jmenovatele, (2) provede se v čitateli sčítání nebo odčítání, (3) výsledek se uvede krácením na základní tvar.

Násobení a dělení zlomků je proto jednodušší, že se při tom tvar daných zlomků nemění. Neuvádějí se tedy na společného jmenovatele. Při násobení znásobíme čitatele mezi sebou a jmenovatele mezi sebou, ale tyto dva početní výkony napřed pouze naznačíme, potom krátíme a teprve na konec násobení provedeme.

Dělení zlomků se převede na násobení tím, že dělitele nahradíme jeho převrácenou hodnotou. Také celé číslo má převrácenou hodnotu; dostaneme ji, když si to celé číslo myslíme psáno jako zlomek se jmenovatelem 1. Obráceně zlomek s čitatelem 1 má za převrácenou hodnotu číslo celé.

Zlomky větší než 1 se mohou psáti ve dvou tvarech: (1) jako zlomky nepravé, (2) jako čísla smíšená. Je-li odpověď na nějakou otázku dána zlomkem větším než 1, uvedeme odpověď ve tvaru smíšeného čísla, protože je v tomto tvaru snazší představa o velikosti zlomku. Na př. váhu $3\frac{1}{5}$ kg si rychleji představíme než váhu $\frac{16}{5}$ kg, ač jsou ovšem obě váhy stejné.

Při sčítání a odčítání jsme převáděli dané nepravé zlomky na tvar čísel smíšených. Při násobení a dělení jsme naopak převáděli daná čísla smíšená na tvar nepravých zlomků.

12. Opakovací úlohy číselné.

78. Proveďte postupně (zpaměti):

a) $\frac{3}{4} \times 3$	b) $\frac{2}{3} \times 7$	c) $4\frac{3}{4} \times 4$	d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
$- 2$	$+ \frac{2}{3}$	$: 5$	$- \frac{1}{6}$
$\times 2$	$\times 3$	$+ \frac{4}{5}$	$+ \frac{1}{4}$
$\times 2$	$: 8$	$- 4$	$- \frac{1}{8}$
$+ \frac{3}{4}$	$+ \frac{1}{2}$	$\times 15$	$- \frac{1}{2}$
$- \frac{1}{2}$	$\times 4$	$- 7\frac{3}{4}$	$+ \frac{7}{8}$
$\times 3$	$- 9\frac{3}{4}$	$\times 3$	$- \frac{3}{4}$
$+ \frac{1}{4}$	$+ \frac{1}{8}$	$\times 8$	$- \frac{1}{12}$
$- 3\frac{9}{10}$	$\times 5$	$- 17$	$+ \frac{1}{3}$
$\times 10$	$- \frac{7}{8}$	$- 12\frac{9}{10}$	$- \frac{1}{2}$
e) $\frac{2}{5} + 1$	f) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$	g) $\frac{2}{5} \times 3$	h) $2 - \frac{1}{5}$
$- \frac{3}{10}$	$+ \frac{3}{4}$	$+ \frac{3}{5}$	$: 3$
$- \frac{7}{10}$	$- \frac{5}{6}$	$: 3$	$: 5$
$- \frac{2}{5}$	$- \frac{1}{12}$	$\times 5$	$\times 10$
$+ \frac{3}{10}$	$+ \frac{1}{4}$	$: 6$	$: 6$
$+ \frac{4}{5}$	$+ \frac{4}{3}$	$: 6$	$- \frac{1}{5}$
$- 1$	$- \frac{1}{6}$	$: 4$	$+ \frac{3}{8}$
$+ \frac{1}{5}$	$- 1$	$+ \frac{1}{6}$	$: 3$
$+ \frac{2}{5}$	$+ \frac{1}{4}$	$\times 24$	$+ \frac{1}{4}$
$+ \frac{3}{10}$	$- \frac{3}{4}$	$+ \frac{1}{2}$	$\times 8$

i) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$	j) $4\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	k) $6\frac{2}{3} : 7$	l) $10\frac{1}{9} : 13$
$\times 2$	$: 10$	$: 20$	$+ \frac{1}{2}$
$: 3$	$: 6$	$: 3$	$: 23$
$: 7$	$\times 7$	$\times 9$	$\times 27$
$\times 12$	$- \frac{3}{10}$	$: 5$	$: 10$
$\times 10$	$: 15$	$\times 3$	$+ \frac{1}{2}$
$: 9$	$\times 2$	$+ \frac{3}{7}$	$: 13$
$: 16$	$\times 5$	$: 18$	$\times 15$
$\times 27$	$: 7$	$\times 7$	$: 3$
$- \frac{1}{2}$	$+ \frac{13}{14}$	$\times 10$	$\times 8$

79. Zjednodušte:

a) $\dfrac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}}$. b) $\dfrac{3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{5}}{1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}}$. c) $\dfrac{2\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{3}}{4\frac{2}{3} + 1\frac{5}{12} + 2\frac{1}{4}}$.

d) $\dfrac{1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}}$. e) $\dfrac{6\frac{1}{4} - \frac{5}{6}}{5\frac{1}{3} + \frac{5}{8}}$. f) $\dfrac{3\frac{2}{5} + 1\frac{7}{12} + 1\frac{4}{15}}{26\frac{1}{4} : 4\frac{1}{5}}$.

80. Proveďte postupně:

a) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$	b) $2\frac{1}{3} \times 4$	c) $5\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$	d) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$	e) $\frac{1}{2} : 2$
$\times 2$	$: 2$	$: 9$	$\times \frac{3}{4}$	$\times 3$
$: 3$	$\times \frac{3}{4}$	$\times \frac{4}{11}$	$\times \frac{4}{5}$	$\times \frac{4}{3}$
$+ \frac{2}{15}$	$\times \frac{6}{7}$	$\times \frac{9}{2}$	$\times \frac{5}{6}$	$\times \frac{5}{2}$
$\times 10$	$: 2$	$: 7$	$\times \frac{6}{7}$	$: 7$
$: 6$	$\times \frac{10}{9}$	$\times \frac{7}{2}$	$\times \frac{7}{8}$	$+ \frac{4}{7}$
$\times \frac{3}{4}$	$\times \frac{3}{5}$	$+ \frac{1}{2}$	$\times 2$	$\times 2$
$\times \frac{2}{3}$	$: 1$	$\times \frac{9}{10}$	$\times 4$	$- \frac{6}{7}$
f) $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$	g) $\frac{7}{30} : \frac{7}{9}$	h) $\frac{3}{10} \times \frac{10}{3}$	i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	j) $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$
$: 4$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{4}{5}$	$\times \frac{6}{5}$	$: \frac{3}{5}$
$: 3$	$: 3$	$: \frac{1}{4}$	$: \frac{3}{4}$	$\times \frac{7}{9}$
$: \frac{5}{6}$	$: \frac{1}{3}$	$: 10$	$\times \frac{3}{4}$	$\times 12$
$: 3$	$: \frac{9}{10}$	$: 10$	$- \frac{5}{6}$	$: 1\frac{5}{9}$
$: \frac{1}{10}$	$: 25$	$: \frac{7}{20}$	$: 6$	$\times \frac{3}{2}$
$: \frac{2}{3}$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{1}{7}$	$\times 36$	$: \frac{4}{9}$

Už v primě jste poznali smysl **závorek** v počtech. Víte, že závorky naznačují, v jakém pořádku se mají jednotlivé početní výkony provádět.

Víte, že když není závorkou jinak naznačeno, provádí se násobení dříve nežli sčítání a odčítání. Proto místo $10 - (2 \times 3)$ můžeme psáti

— a obyčejně také píšeme — stručněji $10 - 2 \times 3$, ale při úkolu $(10 - 2) \times 3$ nesmíme závorku vynechat.

V případech jako $4 + 2 + 3$ nebo $4 \times 2 \times 3$ se obyčejně závorka nepíše. Na pořádku výkonů zde nezáleží.

Jsou také jiné případy, ve kterých nezáleží na pořádku výkonů. Na př. $(6 \times 4) : 2$ dává týž výsledek jako $6 \times (4 : 2)$. Ale v takových řidčeji se vyskytujících případech budeme raději závorku psáti. Ale místo $6 \times (4 : 2)$ můžeme napsati bez závorky $6 \times \frac{4}{2}$, neboť zlomková čára už má v sobě sjednocující význam závorky. Na př. ve cvič. **79** a) závorka není. Můžeme napsati týž početní úkol ve tvaru $(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) : (\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2})$, ale při tomto způsobu psaní musíme závorky psát.

81. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$. b) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4}$. c) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{3}$.
d) $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) \times \frac{2}{3}$. e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. f) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{12}$.
g) $1\frac{3}{4} - (\frac{1}{2} : \frac{1}{3})$. h) $(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$. i) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}) : \frac{4}{5}$.

82. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$. b) $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{5}$.
c) $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5})$. d) $(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{5}$.
e) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} - (\frac{1}{12} : \frac{1}{2})$. f) $\frac{2}{3} \times [\frac{1}{4} - (\frac{1}{12} : \frac{1}{2})]$.
g) $\frac{2}{3} \times [(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}) : \frac{1}{2}]$. h) $(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{8}) : \frac{1}{2}$.
i) $(\frac{1}{2}$ ze $4\frac{2}{5}) - (\frac{1}{3}$ ze $6\frac{1}{5})$.

83. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2} - [\frac{1}{3} : (\frac{1}{4} + \frac{5}{12})]$. b) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$.
c) $3\frac{3}{4} : (2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4})$. d) $1\frac{5}{6} \times [\frac{1}{3}$ ze $(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4})]$.
e) $(1\frac{5}{6} + \frac{1}{3}) \times (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4})$. f) $5\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{5}$.
g) $(3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}) : (2\frac{5}{6} - \frac{1}{2})$. h) $(\frac{4}{5} + \frac{1}{7}) : (\frac{1}{5} - \frac{1}{8})$.
i) $(1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}) : (3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3})$.

13. Opakovací úlohy slovní. Příklad 1. Chlapec měl 56 Kčs a z toho vydal 40 Kčs. Jaký zlomek původní částky mu zbyl?

Jest $56 - 40 = 16$. Zbylo mu 16 Kčs. Z původní částky 56 Kčs je to $\frac{16}{56} = \frac{2}{7}$. Zbyly mu dvě sedminy původní částky.

Příklad 2. Kolik balíčků po $\frac{3}{4}$ kg lze udělati ze 40 kg zboží a co zbude?

Hledaný počet balíčků najdeme, když počítáme, kolikrát je $\frac{3}{4}$ obsaženo ve 40. Jest

$$40 : \frac{3}{4} = 40 \times \frac{4}{3} = \frac{160}{3} = 53\frac{1}{3}.$$

Lze udělati 53 balíčky a ještě zbude tolik zboží, kolik by se vešlo do $\frac{1}{3}$ balíčku. Tedy zbude $\frac{1}{4}$ kg zboží, neboť

$$\frac{1}{3} \text{ ze } \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{3\times 4} = \frac{1}{4}.$$

84. Jaký zlomek litru je $2\frac{1}{4}$ dl?

85. Které číslo musíme přičísti ke $\frac{2}{3}$, aby vyšlo $\frac{3}{4}$?

86. Jaký je obsah rohožky široké $2\frac{1}{4}$ dm a dlouhé $4\frac{1}{2}$ dm?

87. Součin dvou čísel je 10. Jeden činitel je $3\frac{3}{4}$. Najděte druhého činitele.

88. Muž spí denně $7\frac{1}{2}$ hodiny. Jaký zlomek dne bdí?

89. Kolik balíčků po $\frac{3}{4}$ kg lze udělati z 15 kg zboží?

90. Čím musíte násobiti $5\frac{1}{4}$, abyste dostali $3\frac{1}{2}$?

91. Dlažba se skládá z černých a bílých dlaždic. Obsah bílé plochy je $5\frac{1}{2}$ m²; obsah černé plochy je $2\frac{3}{4}$ m². Jaký zlomek dlažby je bílý?

92. Určete objem kvádru dlouhého $3\frac{3}{4}$ dm, širokého $3\frac{1}{5}$ dm, vysokého $1\frac{1}{2}$ dm.

93. Pokoj je $5\frac{1}{3}$ m dlouhý. Obsah podlahy je 20 m². Jak široký je pokoj?

94. Co je větší, $\dfrac{3}{4\frac{1}{2}}$ nebo $\dfrac{2}{3\frac{1}{4}}$? Oč?

95. $\frac{3}{4}$ nádržky se naplní za $11\frac{1}{4}$ minuty. Za jak dlouho se naplní celá nádržka?

96. Někdo koupil stůl za 900 Kčs a prodal jej za 1050 Kčs. Jaký zlomek kupní ceny je zisk?

97. Chlapec utratil $\frac{2}{3}$ svých peněz a zbylo mu 54 Kčs. Kolik měl před tím?

98. $\frac{4}{9}$ mé cesty stály 700 Kčs. Nač mohu odhadovati vydání za celou cestu?

99. Kolik pruhů širokých $2\frac{3}{4}$ cm se dá nastříhnouti z kusu látky, který má tvar čtverce o straně 1 m? Jak široký pruh zbude?

100. Kolik předmětů po $6\frac{3}{4}$ Kčs lze nakoupit za 100 Kčs a co zbude?

101. Čtyři páni pořádali večírek. Jeden platil $\frac{1}{2}$ účtu a ostatní platili rovným dílem zbytek. Jaký zlomek účtu platil každý z nich?

102. Sedmadvacetiletý muž se oženil se čtyřiadvacetiletou ženou. Zemřel ve věku 81 let. Žena zemřela ve věku 91 let. Jaký zlomek svého života byl muž ženat? Jaký zlomek svého života byla žena vdovou?

103. Z kusu látky bylo prodáno nejdříve $\frac{2}{9}$ a potom $\frac{3}{8}$ (celého kusu). Na konec zbylo 8,7 m. Kolik m měl celý kus?

104. Z kusu látky bylo prodáno $\frac{3}{8}$ a potom ještě $\frac{2}{5}$ zbytku (ne $\frac{2}{5}$ celého kusu). Na konec zbylo 12 m. Kolik m měl celý kus?

105. Pustím pružný míč s výšky 16 m. Pokaždé se odrazí do $\frac{3}{4}$ výšky, se které dopadl. Jak vysoko se odrazí po třetí?

106. Rolník osil $\frac{2}{3}$ svých polí obilím, $\frac{1}{4}$ cukrovkou a ostatek osázel bramborami. Obilím měl oseto o 15 ha více než cukrovkou. Kolik ha polí měl celkem? Kolik osázel bramborami?

§ 2. Veličiny přímo a nepřímo úměrné.

14. Veličiny přímo úměrné. Nyní budeme probírati jeden velmi jednoduchý druh slovních úloh, který je velmi důležitý. Když litr vína stojí 56 Kčs, vypočteme snadno cenu 2 l, 3 l vína atd. Výsledky až po 12 l jsou sestaveny vedle v tabulce. Tabulka má dva sloupce a říkáme, že každý sloupec odpovídá jedné **veličině**. Veličina znázorněná prvním sloupcem je počet litrů vína; veličina znázorněná druhým sloupcem je cena vína v korunách. V každém řádku je jedna hodnota veličiny první a jedna hodnota druhé veličiny. Ty dvě hodnoty přísluší jedna k druhé; na př. hodnota 7 první veličiny a hodnota 392 druhé veličiny přísluší jedna k druhé. To znamená, že cena 7 l vína je 392 Kčs a že množství vína, které se dostane za 392 Kčs, je 7 l.

Počet litrů vína	Cena v Kčs
1	56
2	112
3	168
4	224
5	280
6	336
7	392
8	448
9	504
10	560
11	616
12	672

6 l vína stojí podle tabulky 336 Kčs. Jest $12 = 6 \times 2$, tedy 12 l vína stojí dvakrát 336 Kčs. Jest $336 \times 2 = 672$ a cena 12 l vína je podle tabulky opravdu 672 Kčs.

Za 224 Kčs se podle tabulky dostanou 4 l vína. Jest $672 = 224 \times 3$, tedy za 672 Kčs se dostane třikrát 4 l vína. Jest $4 \times 3 = 12$ a za 672 Kčs se podle tabulky dostane opravdu 12 l vína.

10 l vína stojí podle tabulky 560 Kčs. Jest $5 = 10 : 2$, tedy 5 l vína stojí polovinu z 560 Kčs. Jest $560 : 2 = 280$ a cena 5 l vína je podle tabulky opravdu 280 Kčs.

Za 504 Kčs se podle tabulky dostane 9 l vína. Jest $168 = 504 : 3$, tedy za 168 Kčs se dostane třetina z 9 l vína. Jest $9 : 3 = 3$ a za 168 Kčs se podle tabulky dostanou opravdu 3 l vína.

Kolikrát více vína, tolikrát více peněz. Kolikrát více peněz, tolikrát více vína. Kolikrát méně vína, tolikrát méně peněz. Kolikrát méně peněz, tolikrát méně vína. Říkáme, že *počet litrů vína a cena v korunách jsou veličiny přímo úměrné.*

Příklad 1. 6 l vína stojí 336 Kčs. Co stojí 7 l? Řešení provádíme zpaměti a říkáme asi toto:

6 l vína stojí 336 Kčs.

1 l vína stojí $\frac{1}{6}$ ze 336 Kčs, t. j. 56 Kčs.
7 l vína stojí sedmkrát 56 Kčs, t. j. 392 Kčs.

Příklad 2. 6 l vína stojí 336 Kčs. Co stojí 9 l vína? Od 6 l jsme přešli k 7 l přes 1 l. Stejně bychom mohli přejít od 6 l k 9 l přes 1 l. Ale jednodušší bude přechod přes 3 l.

6 l vína stojí 336 Kčs.
3 l vína stojí $\frac{1}{2}$ ze 336 Kčs, t. j. 168 Kčs.
9 l vína stojí třikrát 168 Kčs, t. j. 504 Kčs.

Místo **přechodu přes jednotku** jsme užili s výhodou **přechodu přes největšího společného dělitele.**

Příklad 3. 6 m látky stojí 720 Kčs. Kolik m takové látky bude za 1080 Kčs?

Za 720 Kčs je 6 m.
Za 360 Kčs je $\frac{1}{2}$ ze 6 m, t. j. 3 m.
Za 1080 Kčs jsou třikrát 3 m, t. j. 9 m.

Slovosled upravíme tak, aby veličina, po které se ptáme (zde počet metrů látky), přišla na konec.

Úlohy **107** až **117** řešte zpaměti. Při tom se vyjadřujte podle vzorů, které máte v hořejších příkladech.

107. Dělník vydělá 25 Kčs za hodinu. Kolik vydělá
a) za 3 hodiny? b) za 5 hodin?

108. Turista ujde 120 m za minutu. Kolik ujde
a) za 4 minuty? b) za 10 minut?

109. Vlak ujede 75 m za 5 vteřin. Kolik m ujede za 12 vteřin?

110. 6 výtisků časopisu stojí 49 Kčs. Co stojí 9 výtisků?

111. 5 pytlíků mouky váží celkem 35 kg. Kolika takových pytlíků je třeba na 56 kg mouky?

112. 12 tenisových míčků stojí 540 Kčs. Kolik míčků je za 675 Kčs?

113. Hodinky se zpožďují o 20 vteřin za 4 dni. Oč se zpozdí za týden?

114. Děti ušly 1 km za 20 minut. Za jak dlouho ujdou 2400 m?

115. 40 km ve skutečnosti je na mapě zobrazeno délkou 16 mm. Jakou délkou je na mapě znázorněna skutečná délka 25 km?

116. Někdo ušetřil 1200 Kčs za 40 týdnů, ukládaje každý týden stejně. Za jak dlouho ušetřil 900 Kčs?

117. Auto spotřebuje 12 l benzinu na 96 km. Na jakou vzdálenost vystačí s 8 l benzinu?

15. Veličiny nepřímo úměrné. Nyní přistoupíme k trochu jiným úlohám. Mysleme si, že určitý příkop vykope 1 dělník za 24 pracovní hodiny. Budou-li pracovati dva dělníci, každý 12 hodin, vykoná se tolik práce, kolik vykoná 1 dělník za dvakrát 12 hodin, t. j. za 24 hodiny. Tedy 2 dělníci vykopou ten příkop za 12 hodin. Podobně se přesvědčíme, že je ve vedlejší tabulce správně udán čas, za který vykopou příkop 3 dělníci, 4 dělníci, 6 dělníků, 8 dělníků, 12 dělníků.

Počet dělníků	Počet hodin
1	24
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3
12	2

Zase máme v tabulce dvě veličiny, v každém sloupci jednu. Zase máme v každém řádku vedle sebe dvě příslušné hodnoty obou veličin. Ale ty dvě veličiny nejsou přímo úměrné. Když je dělníků více, je třeba méně pracovních hodin.

3 dělníci vykopou příkop podle tabulky za 8 hodin. Jest $6 = 3 \times 2$ a při 6 dělnících stačí polovina hodin. Jest $8 : 2 = 4$ a při 6 dělnících je podle tabulky třeba opravdu 4 hodin.

Za 4 hodiny vykope příkop podle tabulky 6 dělníků. Jest $12 = 4 \times 3$ a má-li se příkop vykopat za 12 hodin, stačí třetina dělníků. Jest $6 : 3 = 2$ a za 12 hodin vykopou příkop podle tabulky opravdu 2 dělníci.

Kolikrát více dělníků, tolikrát méně pracovních hodin. Kolikrát více pracovních hodin, tolikrát méně dělníků. Kolikrát méně dělníků, tolikrát více pracovních hodin. Kolikrát méně pracovních hodin, tolikrát více dělníků. Říkáme, že počet dělníků a počet pracovních hodin jsou **veličiny nepřímo úměrné.**

Příklad 1. 3 lidé posekou všecko obilí na určité výměře za 8 dní. Za kolik dní by je posekali 4 lidé?

3 sekáči pracují 8 dní.

1 sekáč pracuje třikrát 8 dní, t. j. 24 dni.

4 sekáči pracují $\frac{1}{4}$ ze 24 dní, t. j. 6 dní.

Příklad 2. Jakási peněžní částka právě stačí na výplatu mzdy pro 12 dělníků za 15 dní. Pro kolik dělníků stačí stejná částka na výplatu mzdy za 18 dní?

Za 15 dní lze vyplatiti 12 dělníků.

Za 3 dni lze vyplatiti pětkrát 12 dělníků, t. j. 60 dělníků.

Za 18 dní lze vyplatiti $\frac{1}{6}$ ze 60 dělníků, t. j. 10 dělníků.

Úlohy **118** až **135** řešte zase zpaměti. U některých platí úměrnost přímá, u některých úměrnost nepřímá. O tom musíte rozhodnouti vlastním úsudkem. Vyslovujte podle vzorů, které máte v hořejších příkladech. Mezi těmito úlohami jsou však také některé, u kterých neplatí ani úměrnost přímá ani úměrnost nepřímá. U těch úloh máte pouze vyložit, proč úměrnost neplatí; nemáte tedy ty úlohy řešit.

118. 4 dělníci vykopou příkop za 5 dní. Za jak dlouho vykope takový příkop

a) 1 dělník? b) 2 dělníci? c) 10 dělníků?

119. 2 dělníci vybílí strop za 120 minut. Za jak dlouho vykoná tu práci

a) 1 dělník? b) 3 dělníci? c) 120 dělníků?

120. Dělník vydělá 7000 Kčs za 10 týdnů. Za jak dlouho vydělá při stejné mzdě 11 200 Kčs?

121. Ubytování v hotelu stojí 540 Kčs za 10 dní. Kolik se zaplatí za týden?

122. 1 cestovatel vidí s vrcholu věže do vzdálenosti 24 km. Do jaké vzdálenosti vidí 5 cestovatelů?

123. Zahradník svázal 54 kytice po 10 květinách. Kolik by měl kytic, kdyby dával do každé po 12 květinách?

124. Určitá cesta se vykoná za 6 hodin vlakem, který jede rychlostí 45 km za hodinu. Jak dlouho trvá stejná cesta vlakem, který jede rychlostí 54 km za hodinu?

125. Zásoba krmiva stačí pro 12 koní na 15 dní. Pro kolik koní stačí na 9 dní?

126. Chlapci je 12 let a jeho výška je 150 cm. Jaká bude jeho výška, až mu bude 24 let?

127. 20 bedniček hroznů stojí 720 Kčs. Co stojí 2 tucty bedniček?

128. Zdviž unese nejvýš 6 lidí, váží-li každý 80 kg. Kolik lidí může nastoupit, váží-li každý 60 kg?

129. Ze 4 stejných otvorů se naplní nádržka za 12 minut. Za kolik minut se naplní ze 3 otvorů?

130. 30 dělníků spraví silnici za 24 dni. Kolik dělníků vykoná stejnou práci za 36 dní?

131. 6 stejnými otvory se vyprázdní nádržka za 28 minut. Kolik otvorů je třeba otevřít, aby se vyprázdnila za 42 minuty?

132. 6 ručníků se vysuší na slunci za 30 minut. Za jak dlouho se vysuší 8 ručníků?

133. Někdo má našetřeno dosti peněz, aby mohl cestovati šest neděl, spotřebuje-li 1400 Kčs týdně. Na jak dlouho si může vyjet, spotřebuje-li 2100 Kčs týdně?

134. Utratím-li 180 Kčs denně, vystačím 40 dní. Kolik mohu denně utratiti, abych vystačil 48 dní?

135. Ze 30 kg žitné mouky se napeče 40 kg chleba. Z kolika kg mouky se napeče 100 kg chleba?

16. Měrná váha. V tomto odstavci se stručně zmíníme o jednom důležitém případě přímé úměrnosti. Je patrné, že dva litry mléka váží dvakrát tolik co 1 l, 3 l váží třikrát tolik co 1 l atd. Tedy množství mléka a váha mléka jsou dvě veličiny přímo úměrné. Co platí o mléku, platí o každé jiné látce. Množství látky a váha látky jsou dvě veličiny přímo úměrné. Známe-li tedy váhu určitého množství nějaké látky, můžeme vypočísti váhu jakéhokoli jiného množství té látky. Nejčastěji se udává pro jednotlivé látky váha 1 cm³ té látky; váha 1 cm³ nějaké látky se jmenuje měrná váha té látky. Na př. měrná váha mléka je asi 1,03 g; to znamená, že 1 cm³ mléka váží asi 1,03 g. Protože 1 l neboli 1 dm³ se rovná 1000 cm³, váha 1 l mléka je tisíckrát více než 1,03 g, tedy 1 l mléka váží 1,03 kg. 3 l mléka váží třikrát více než 1 l, tedy 3 l mléka váží 3,09 kg. Víte, že 1 l vody váží 1 kg; protože 1 cm³ je množství tisíckrát menší než 1 l, váží 1 cm³ vody tisíckrát méně než 1 kg, t. j. 1 g, tedy měrná váha vody je 1 g. Ale to je měrná váha chemicky čisté, t. zv. destilované vody, a ani u destilované vody není měrná váha vždy rovna 1 g, nýbrž pouze při teplotě 4° Celsia, kdežto při jiných teplotách je poněkud menší. Stejně jako u vody je tomu i u jiných látek; proto nemůžeme měrnou váhu žádné látky udati přesně, nýbrž pouze přibližně.

136. Měrná váha benzinu je 0,7 g; co váží 25 l benzinu?

137. Měrná váha cukru je 1,6 g; co váží 15 cm³ cukru?

138. 12 dm³ železa váží 93,6 kg; určete měrnou váhu železa.

139. Čtvrtlitr mořské vody váží 256 g; určete měrnou váhu mořské vody.

140. Měrná váha skla je 2,5 g; co váží 1 m² skla tlustého 5 mm?

141. Ocelová deska má tvar kvádru s rozměry 3 dm, 6 dm, 8 mm; určete její váhu. (Měrná váha oceli je 7,8 g.)

142. Co váží vzduch v místnosti 4,5 m široké, 6 m dlouhé a 3 m vysoké? (Měrná váha vzduchu je 0,0013 g.)

143. Porculánová soška váží 84 dkg; určete její objem. (Měrná váha porculánu je 2,4 g.)

§ 3. Poměry. Trojčlenka.

17. Srovnávání pomocí poměru. Velikost dvou hodnot nějaké veličiny můžeme srovnávati dvojím způsobem. Na př. věk dvou dětí srovnáme tak, že řekneme, že jedno je **o** 9 měsíců starší než druhé. Nebo řekneme, že teplota nemocného je **o** 2 stupně vyšší nežli teplota normální. V těchto dvou případech srovnáváme tím, že utvoříme rozdíl. Ale je řada případů, ve kterých srovnávání pomocí rozdílu je nevhodné. Na př. řekneme, že plán pokoje byl zhotoven v měřítku 1 : 50, když 1 cm na plánu znamená 50 cm neboli $\frac{1}{2}$ m ve skutečnosti. Zde by nemělo smyslu počítat, že plán je **o** 49 dm kratší než pokoj. Zde srovnáváme pomocí **poměru,** t. j. udáme, jakým zlomkem délky pokoje je délka plánu. Je-li ve třídě 30 chlapců a 12 dívek, pak počet dívek je $\frac{2}{5}$ počtu chlapců a řekneme, že poměr počtu dívek k počtu chlapců je **dvě ku pěti,** psáno 2 : 5, a tento poměr se dá vyjádřiti zlomkem $\frac{2}{5}$.

Poměr se skládá ze dvou čísel, která se jmenují **prvý člen** a **druhý člen** poměru. Na př. poměr 1 : 50 má prvý člen 1 a druhý člen 50; poměr 2 : 5 má prvý člen 2 a druhý člen 5. Ale poměr se dá vyjádřit také jediným číslem, totiž zlomkem, který má v čitateli prvý člen poměru a ve jmenovateli druhý člen poměru. Na př. poměr 1 : 50 je vyjádřen zlomkem $\frac{1}{50}$, poměr 2 : 5 je vyjádřen zlomkem $\frac{2}{5}$.

Tedy poměr je vlastně totéž jako zlomek a tedy i poměry můžeme rozšiřovat nebo krátit: *Hodnota poměru se nezmění, když oba členy násobíme týmž číslem. Hodnota poměru se nezmění, když oba členy dělíme týmž číslem.*

Stejně jako zlomky uvádíme také poměry obyčejně v základním tvaru. Když jedno auto stojí 45000 Kčs a druhé 60000 Kčs, pak poměr ceny prvého k ceně druhého je

$$45000 : 60000 = 3 : 4$$

a poměr ceny druhého k ceně prvního je

$$60000 : 45000 = 4 : 3.$$

Členy poměru nemusí býti čísla celá, nýbrž také čísla desetinná nebo zlomky. Ale takový poměr můžeme převésti rozšiřováním na poměr dvou čísel celých. Na př. poměr 0,25 : 0,4 je týž jako poměr 25 : 40 nebo jako poměr 5 : 8. *Jiný příklad.* Poměr $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ je týž jako poměr 4 : 5. K tomuto výsledku dospějeme buďto tak, že oba členy násobíme šesti, nebo tak, že počítáme podle odst. 15

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{4}{5}.$$

Důležitá poznámka. Když tvoříme poměr dvou hodnot nějaké veličiny, musíme obě hodnoty vyjádřit ve stejné jednotce. Když na př. jedna tužka je dlouhá 2 dm a druhá 5 cm, pak poměr délky první tužky k délce druhé tužky není 2 : 5, nýbrž 20 : 5 neboli 4 : 1.

144. (Zpaměti.) Vyjádřete v nejjednodušším tvaru poměr první hodnoty ke druhé a řekněte také, jakým zlomkem druhé hodnoty je hodnota prvá:

a) 8 cm, 12 cm.	b) 5 kg, 10 kg.	c) 15 m, 10 m.
d) 14 kg, 18 kg.	e) 16 cm^2, 36 cm^2.	f) 20 dkg, 5 kg.
g) 50 h, 3 Kčs.	h) 2 m 5 dm, 1 m.	i) 4 cm, 25 mm.
j) 50 m, 1 km.	k) 1 kg, 5 g.	l) $1\frac{1}{2}$ hod., 50 min.

145. Vyjádřete v nejjednodušším tvaru poměr prvé hodnoty ke druhé:

a) 960 km, 1320 km, b) 1200 Kčs, 640 Kčs. c) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$.
d) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$. e) $1\frac{1}{2}$, 2. f) 1650 m^2, 1320 m^2.
g) 2 t 8 q, 91 kg. h) 4 dm^3, 1 m^3.

146. Ve škole je 720 chlapců a 480 děvčat. Najděte poměr

a) počtu děvčat k počtu chlapců;
b) počtu chlapců k počtu všeho žactva.

147. Někdo má roční příjem 75000 Kčs a vydá ročně 63000 Kčs. Najděte

a) poměr příjmu k vydání;
b) poměr toho, co ušetří, k příjmu.

148. Auto jednoho typu stálo 63000 Kčs, druhého 37500 Kčs. Potom klesla u obou typů cena, a to o 4500 Kčs u každého typu. Jaký byl poměr jejich cen

a) při původních cenách? b) při snížených cenách?

149. Délka strany jednoho čtverce je 6 cm, druhého 8 cm. Určete poměr

a) jejich obvodů; b) jejich obsahů.

150. Muž spí $7\frac{1}{2}$ hodiny denně. Najděte poměr doby, kdy spí, k době, kdy bdí.

151. V hotelu se platí 100 Kčs denně mimo sezonu a 840 Kčs týdně v sezoně. Najděte poměr ceny mimosezonní k ceně sezonní.

P ř í k l a d. Měřítko plánu je 1 : 120. Jak velký je ve skutečnosti pokoj, který má na plánu délku 5 cm a šířku $3\frac{3}{4}$ cm?

1 cm na plánu znamená 12 dm.
5 cm na plánu znamená (5×12) dm neboli 60 dm = 6 m.
$3\frac{3}{4}$ cm na plánu znamená $(3\frac{3}{4} \times 12)$ dm neboli 45 dm = $4\frac{1}{2}$ m.
Pokoj je 6 m dlouhý a $4\frac{1}{2}$ m široký.

152. Měřítko mapy je 1 : 100000. Kolik km měří ve skutečnosti cesta, která je na mapě dlouhá 4,7 cm?

153. Měřítko mapy je 1 : 60000. Udejte přesně na desetiny mm, jakou délku má na mapě cesta, která je ve skutečnosti dlouhá $6\frac{1}{4}$ km.

154. Plán domu je zhotoven v měřítku 1 : 180.

a) Jak dlouhý a jak široký je na plánu pokoj, jehož skutečná délka je 6 m a skutečná šířka 4 m?

b) Jak velkou plochu znamená 1 cm^2 na plánu?

155. Na mapě v měřítku 1 : 75000 je zobrazen ostrov ploškou velkou 16 cm^2. Jak velký je ten ostrov ve skutečnosti?

156. Měřítko mapy je 1 : 250000. Najděte plošný obsah lesa, který je na mapě znázorněn ploškou velkou 5,4 cm^2.

157. Vlak jede rychlostí 33 km za hodinu po trati, která má stoupání 1 : 110. O kolik m stoupne za minutu?

Protože poměr se dá vyjádřiti zlomkem a protože zlomky umíme srovnávat co do velikosti, umíme také srovnávat poměry.

158. Jedna osoba má roční příjem 35000 Kčs a ušetří 4000 Kčs ročně; druhá má roční příjem 40000 Kčs a ušetří 5000 Kčs ročně. Která osoba ušetří poměrně více?

159. Obchodník zaplatil za první zboží 2500 Kčs, za druhé 3000 Kčs a za třetí 4000 Kčs. Při prodeji získal na prvním zboží 300 Kčs, na druhém 350 Kčs a na třetím 450 Kčs. Na kterém zboží získal poměrně nejvíce? Na kterém poměrně nejméně?

18. Vzrůst a pokles v daném poměru. Když roční nájemné z bytu se zvětší ze 6000 Kčs na 8000 Kčs, pak poměr nového nájemného ke starému je $8000 : 6000 = 4 : 3$ a říkáme, že nájemné vzrostlo nebo stouplo v poměru $4 : 3$. Nové nájemné je $\frac{4}{3}$ starého. Když roční nájemné z bytu se zmenší ze 6000 Kčs na 4800 Kčs, pak poměr nového nájemného ke starému je $4800 : 6000 = 4 : 5$ a říkáme, že nájemné kleslo v poměru $4 : 5$. Nové nájemné je $\frac{4}{5}$ starého.

Jest

$$8000 = \tfrac{4}{3} \times 6000; \quad 4800 = \tfrac{4}{5} \times 6000.$$

Nová hodnota se dostane, když se původní hodnota násobí zlomkem, který vyjadřuje poměr nové hodnoty ke staré. Tento zlomek je nepravý při vzrůstu hodnoty a pravý při poklesu hodnoty.

Příklad 1. Zvětšete $12\frac{1}{4}$ kg v poměru $10 : 7$.

$$\frac{10}{7} \times 12\frac{1}{4} = \frac{10 \times 49}{7 \times 4} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}.$$

Zvětšená hodnota je $17\frac{1}{2}$ kg.

Příklad 2. Zmenšete 2 hodiny v poměru $5 : 6$.

$$\frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} = 1\frac{40}{60}.$$

Zmenšená hodnota je 1 hod. 40 min.

Příklad 3. V jakém poměru musíme zvětšit 75 Kčs, abychom dostali 100 Kčs?

Jest $100 : 75 = 4 : 3$.

Příklad 4. V jakém poměru musíme zmenšit 90 q, abychom dostali 63 q?

Jest $63 : 90 = 7 : 10$.

160. (Zpaměti.)

a) Zmenšete 105 v poměru $3 : 5$.
b) Zvětšete 15 Kčs v poměru $6 : 5$.
c) Zmenšete 30 Kčs v poměru $5 : 6$.

d) Zmenšete $2\frac{1}{2}$ m v poměru 7 : 10.
e) Zvětšete 144 v poměru 7 : 4.
f) Zvětšete $1\frac{1}{4}$ kg v poměru 4 : 1.

161. Při výprodeji byly ceny sníženy v poměru 3 : 5. Co stálo potom zboží, jehož krámská cena byla

a) 120 Kčs? b) 7 Kčs 50 h?

162. Fotografie rozměrů $6\frac{3}{4}$ cm a $5\frac{1}{4}$ cm byla zvětšena v poměru 8 : 3. Najděte rozměry zvětšeniny.

163. Pán vážil 84 kg a po nemoci zhubl v poměru 5 : 7. Kolik vážil po nemoci?

164. a) V jakém poměru musíme zvětšiti 24, abychom dostali 32?
b) V jakém poměru musíme zmenšiti 100, abychom dostali 80?
c) V jakém poměru musíme zvětšiti 1 m, abychom dostali 1 m 2 dm?
d) V jakém poměru musíme zmenšiti $1\frac{1}{4}$ kg, abychom dostali 1 kg?

165. a) Čím musíme násobiti 72, aby vyšlo 96?
b) Čím musíme násobiti 60, aby vyšlo 48?
c) Čím musíme násobiti 2 tucty 6 kusů, aby vyšel 1 tucet 6 kusů?
d) Čím musíme násobiti 10 tuctů, aby vyšlo o 2 tucty 6 kusů více?
e) Čím musíme násobiti 1 kopu, aby vyšlo o 10 kusů méně?

166. a) Dvě peněžní částky jsou v poměru 4 : 5. Menší je 60 Kčs. Jaká je větší částka?

b) Dvě vzdálenosti jsou v poměru 7 : 12. Větší je 21 km. Jaká je menší vzdálenost?

167. a) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o polovici větší?

b) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o třetinu menší?

168. a) Číslo bylo zvětšeno o $\frac{3}{10}$ z něho. V jakém poměru bylo zvětšeno?
b) Číslo bylo zmenšeno o $\frac{2}{5}$ z něho. V jakém poměru bylo zmenšeno?

169. Obdélníková guma rozměrů 4 cm a 6 cm je napjata do rozměrů 6 cm a 9 cm. V jakém poměru se zvětší

a) šířka? b) délka? c) plošný obsah?

170. Dělník pracuje 8 hodin denně. Dříve dostával 20 Kčs za hodinu, nyní má 200 Kčs denně. V jakém poměru se zvýšila jeho mzda?

171. Cena stolu byla původně 2400 Kčs a byla snížena na 1650 Kčs. Ve stejném poměru byla snížena cena soupravy židlí, která stála původně 5600 Kčs. Najděte sníženou cenu soupravy.

172. Fotografie rozměrů $7\frac{1}{2}$ cm a 5 cm byla zvětšena tak, že delší strana zvětšeniny měří 18 cm. Kolik měří kratší strana zvětšeniny? V jakém poměru vzrostl plošný obsah?

Jako zlomek $\frac{4}{5}$ má převrácenou hodnotu $\frac{5}{4}$, tak poměr 4 : 5 má **převrácenou hodnotu** 5 : 4. Když dospějeme od jednoho čísla k druhému na př. zmenšením v poměru 4 : 5, dospějeme obráceně od druhého čísla k prvému zvětšením v poměru 5 : 4.

Příklad. Najděte číslo, z něhož $\frac{3}{7}$ dají číslo 42.

Od hledaného čísla dojdeme k číslu 42 zmenšením v poměru 3 : 7. Tedy od čísla 42 dojdeme k hledanému číslu zvětšením v poměru 7 : 3. Tedy hledané číslo je

$$\frac{7}{3} \times 42 = \frac{7 \times 42}{3} = 7 \times 14 = 98.$$

173. $\frac{2}{5}$ určitého čísla je 30. Najděte to číslo.

174. Někdo vydá $\frac{7}{9}$ svého ročního příjmu a ušetří ročně 8000 Kčs. Najděte jeho roční příjem.

175. $\frac{7}{12}$ pozemku je zoráno a zbývá zorat 15 ha. Jak velký je pozemek?

176. Z každého sta natištěných výtisků knihy bylo prodáno 85. Zbylo celkem 450 výtisků knihy. Kolik výtisků bylo natištěno?

19. Trojčlenka. Při úlohách, které jsme měli v § 2. aritmetiky pro druhou třídu, jsou v každé úloze tři daná čísla a na čtvrté číslo se ptáme. Proto se řešení takových úloh někdy nazývá **počet trojčlenný,** nebo krátce **trojčlenka.** Pomocí poměrů se dají takové úlohy řešiti snadno jak v případě úměrnosti přímé tak i v případě úměrnosti nepřímé.

Přímá úměrnost. Dejme tomu, že vlak jede stále stejnou rychlostí 48 km za hodinu.

Za 5 minut ujede vlak 4 km;
za 10 minut ujede vlak 8 km;
za 15 minut ujede vlak 12 km;

atd. Poměr dvou vzdáleností je vždycky týž jako poměr časů. Když vezmeme na př. vzdálenosti 12 km a 8 km, je jejich poměr 3 : 2; příslušné časy jsou 15 min. a 10 min. a jejich poměr je zase 3 : 2. **Jsou-li dvě veličiny přímo úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny v témž poměru.**

Nepřímá úměrnost. Když se má vykonati cesta určité délky, třeba 120 km, pak čím větší je rychlost, tím kratší doba.

Při rychlosti 10 km za hod. trvá cesta 12 hod.;
při rychlosti 20 km za hod. trvá cesta 6 hod.;
při rychlosti 30 km za hod. trvá cesta 4 hod.;

atd. Poměr dvou časů je převrácená hodnota poměru rychlostí. Když vezmeme na př. rychlosti 20 km za hodinu a 30 km za hodinu, je jejich poměr 2 : 3; časy jsou 6 hodin a 4 hodiny a jejich poměr je 3 : 2, což je převrácený poměr k poměru 2 : 3. **Jsou-li dvě veličiny nepřímo**

úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny v převráceném poměru.

Při řešení úloh trojčlenného počtu můžeme postupovati takto: Zapíšeme si úlohu ve stručném znění do dvou řádků pod sebe. Volíme takový slovosled, aby veličina, jejíž jedna hodnota se hledá, přišla na konec. V prvním řádku jsou obě hodnoty známé. Ve druhém řádku je hodnota první veličiny známá, ale hodnota druhé veličiny je neznámá. Místo neznámé hodnoty napíšeme písmeno x. Určíme si poměr „nové“ hodnoty první veličiny ke „staré“ hodnotě první veličiny. Podíváme se, zdali se hodnota prvé veličiny zvětšila či zmenšila. Usoudíme, zdali se hodnota druhé veličiny má zvětšit či zmenšit. Provedeme potřebnou změnu hodnoty druhé veličiny: je to buďto změna v témž poměru, jak se změnila veličina prvá nebo změna v poměru převráceném. Víme, který z obou případů nastane, protože víme, zda máme druhou veličinu zvětšit či zmenšit.

Příklad 1. 18 m látky stálo 1500 Kčs. Co bude státi 12 m téže látky?

18 m...... 1500 Kčs
12 m...... x Kčs.

Počet m klesl v poměru 12 : 18. (Na krácení je při písemném počítání dost času.) Počet Kčs klesne v témž poměru. Tedy

$$x = \frac{12}{18} \times 1500 = \frac{12 \times 1500}{18} = \frac{2 \times 1500}{3} = 2 \times 500 = 1000.$$

12 m látky stojí 1000 Kčs.

Příklad 2. 6 lidí vypleje pole za 12 hodin. Kolik času by potřebovalo na tu práci 9 lidí?

6 lidí...... 12 hodin
9 lidí...... x hodin.

Počet lidí vzrostl v poměru 9 : 6. Počet potřebných hodin klesne v poměru 6 : 9. Tedy

$$x = \frac{6}{9} \times 12 = \frac{6 \times 12}{9} = \frac{2 \times 12}{3} = 2 \times 4 = 8.$$

9 lidí vypleje pole za 8 hodin.

Při složitějších číslech je tento postup velmi výhodný.

Příklad 3. Cestující jde již $1\frac{3}{4}$ hodiny a ušel $8\frac{2}{5}$ km. Jak dlouho ještě půjde, má-li k cíli $27\frac{3}{5}$ km?

$$8\tfrac{2}{5}\text{ km} \ldots\ldots\ 1\tfrac{3}{4}\text{ hodiny}$$
$$27\tfrac{3}{5}\text{ km} \ldots\ldots\ x\text{ hodin.}$$

Délka vzrostla v poměru $27\frac{3}{5} : 8\frac{2}{5}$. Doba vzroste v témž poměru. Tedy

$$x = \frac{27\frac{3}{5}}{8\frac{2}{5}} \times 1\frac{3}{4} = \frac{138}{5} \times \frac{5}{42} \times \frac{7}{4} = \frac{138 \times 5 \times 7}{5 \times 42 \times 4} = \frac{138 \times 7}{42 \times 4} = \frac{138}{6 \times 4} = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}.$$

Cestující půjde ještě $5\frac{3}{4}$ hodiny.

Příklad 4. Vlak jedoucí rychlostí 15 m za vteřinu projede určitou trať za $10\frac{1}{2}$ minuty. Při jaké rychlosti by projel touž trať za $9\frac{3}{4}$ minuty? (Zaokrouhlete na desetiny m.)

$$10\tfrac{1}{2}\text{ minuty} \ldots\ldots\ 15\text{ m za vt.}$$
$$9\tfrac{3}{4}\text{ minuty} \ldots\ldots\ x\text{ m za vt.}$$

Doba klesla v poměru $9\frac{3}{4} : 10\frac{1}{2}$. Rychlost stoupne v poměru převráceném. Tedy

$$x = \frac{10\frac{1}{2}}{9\frac{3}{4}} \times 15 = \frac{21}{2} \times \frac{4}{39} \times 15 = \frac{21 \times 4 \times 15}{2 \times 39} =$$
$$= \frac{21 \times 2 \times 15}{39} = \frac{21 \times 2 \times 5}{13} = \frac{210}{13} = 210 : 13 \doteq 16{,}15 \doteq 16{,}2.$$

Potřebná rychlost je asi 16,2 m za vteřinu.

Z těchto příkladů vidíte, že se neznámá hodnota x dostane, když číslo nad ní napsané změníme v poměru, jehož členy jsou čísla napsaná nalevo. Takové poměry jsou dva (navzájem převrácené). Kterého poměru se má užít, si můžeme vyznačiti šipkou.

↑ 18 m	1500 Kčs	6 lidí	12 hodin
12 m	x Kčs	↓ 9 lidí	x hodin
↑ $8\frac{2}{5}$ km......	$1\frac{3}{4}$ hodiny	$10\frac{1}{2}$ minuty......	15 m za vt.
$27\frac{3}{5}$ km......	x hodin	↓ $9\frac{3}{4}$ minuty......	x m za vt.

Při úměrnosti přímé jde šipka zdola nahoru, při úměrnosti nepřímé jde šipka shora dolů. Ale je názornější, když, jak jsme to v těch čtyřech příkladech provedli, napřed se podíváme, zda se veličina nalevo zvětšila či zmenšila a potom usoudíme, zda se má veličina napravo zvětšit či zmenšit. Má-li se zvětšit, jde šipka od většího k menšímu, má-li se zmenšit, jde šipka od menšího k většímu.

177. Na procházce jsem ušel za 3 minuty 150 m. Za jakou dobu jsem ušel 1 km?

178. Zvuk urazí za 3 vteřiny 1 km. Jak daleko je bouřka, uplyne-li mezi zablesknutím a zahřměním 8 vteřin? (Na desetiny km.)

179. Vlak vykoná jistou cestu za 50 minut, jede-li rychlostí 54 km za hodinu. Jakou rychlostí by musil jeti, aby se doba snížila na 45 minut?

180. Za 14 dní utratil někdo při cestování 2100 Kčs. Jak dlouho může ještě cestovati, zbývá-li mu 3150 Kčs?

181. Spotřebuje-li se denně 1,8 q uhlí, vystačí zásoba na 56 dní. Na jakou dobu vystačí stejná zásoba, spálí-li se 2,1 q denně?

182. Z kusu sukna dlouhého 56 m ušil krejčí 16 obleků.

a) Kolik obleků ušije z kusu dlouhého 21 m?
b) Kolik m sukna potřebuje na 28 obleků?

183. Chlapec přešel chodbu 24 kroky dlouhými po 45 cm.

a) Kolika kroky přejde tu chodbu muž, jehož krok je 72 cm dlouhý?
b) Jak dlouhý je můj krok, přejdu-li ji 18 kroky?

184. Za $\frac{1}{4}$ minuty přiteklo do nádržky 17 litrů vody.

a) Za jakou dobu by nateklo 10 hl? (Zaokrouhlete na minuty.)
b) Kolik by nateklo za $9\frac{1}{2}$ minuty? (Na desetiny hl.)

185. Nalije-li se do válcovité nádoby 0,35 l vody, naplní se do 3,7 cm výšky.

a) Jak vysoko vystoupí voda, nalijeme-li do nádoby 5,8 l? (Přesně na cm.)
b) Kolik l vody je v nádobě, je-li naplněna do výšky 5 dm? (Přesně na dl.)

186. Kolo parního stroje se otočilo za 20 vteřin 59krát.

a) Kolikrát se otočí za 8 hodin? (Zaokrouhlete na tisíce.)
b) Za jakou dobu se otočí 100000krát? (Přesně na minuty.)
c) Za jakou dobu se otočí jednou? (Na setiny vteřiny.)

187. 8 zedníků postavilo zeď za 15 dní. Kolik zedníků by postavilo takovou zeď

a) za 24 dní? b) za 20 dní? c) za 12 dní?
d) za 7 dní? e) za 9 dní?

Vyložte, jaký význam má lomený výsledek.

188. 12 kostek cukru váží 7 dkg. Kolik kostek je v 5 kg kostkového cukru? (Zaokrouhlete na desítky.)

189. 1 cm³ železa váží 7,6 g. 1 cm³ hliníku váží 2,6 g. Železný klíč váží 85 g. Co by vážil stejně velký klíč z hliníku? (Přesně na g.)

190. V továrně vypočítali, že by při 8hodinové denní práci byla provedena jakási zakázka za 35 pracovních dní.

a) Za kolik dní bude práce provedena, bude-li se denně pracovati 2 hodiny „přes čas“?

b) Kolik hodin denní práce je třeba přidati, aby mohla býti zakázka provedena již za 30 pracovních dní?

191. Hospodář vysel na pole $4\frac{3}{4}$ q žita a sklidil $54\frac{5}{8}$ q zrní. Kolik sklizně může očekávati na podobném poli, na které vysel 5,4 q žita?

192. Cukrovar zpracoval 291809 q cukrovky a vyrobil 54696 q cukru.

a) Kolika q cukrovky bylo toho roku průměrně třeba na 1 q cukru? (Přesně na setiny.)

b) Kolik kg cukru se vyrobilo ze 100 kg cukrovky? (Přesně na desetiny.)

193. Z jakéhosi množství příze se utká 347 m plátna šířky 90 cm. Kolik plátna širokého 70 cm by se utkalo z téhož množství příze? (Přesně na m.)

194. Ze 100 kg ostravského uhlí se vyrobí 66 kg plynárenského koksu, 6 kg dehtu, 10 kg čpavkové vody, 0,8 kg benzolu a 40 m³ plynu. Kolika kg ostravského uhlí je při tom třeba

a) na 100 kg plynárenského koksu?
b) na 100 kg dehtu?
c) na 100 kg čpavkové vody?
d) na 100 kg benzolu?
e) na 100 m³ plynu?

195. K stavbě bylo potřeba 55000 cihel.

a) Na kolika povozech byly odvezeny z cihelny, unese-li 1 povoz 350 cihel?
b) Na kolika nákladních autech byly odvezeny, unese-li 1 auto 800 cihel?

196. Hospodář má 36 měr půdy (1 míra = 0,1918 ha). Čistý výnos z 1 ha byl v jednom roce 3975 Kčs. Kolik Kčs byl toho roku celkový čistý výnos jeho půdy? (Zaokr. na Kčs.)

197. Na teploměru je 100° Celsiových rovno 80° Réaumurovým (čti Reomýrovým).

a) Převeďte na stupně Réaumurovy: 13°, 27°, 49°, 57° C.
b) Převeďte na stupně Celsiovy: 18°, 26°, 34°, 72° R.

198. Podél silnice má býti vysázeno stromořadí. Budou-li stromky 5,4 m od sebe, bude jich na každé straně 145.

a) Kolika stromků bude třeba při vzdálenosti 4,8 m?

b) Jak daleko musíme sázeti stromek od stromku, máme-li jich (pro obě řady dohromady) 242?

(První stromek nepočítejte! Proč?)

20. Složená trojčlenka. Složený počet trojčlenný, krátce **složená trojčlenka,** je řešení úloh, které se dají rozložit na dvě (nebo tři atd.) úlohy z obyčejné (t. zv. jednoduché) trojčlenky. Není to tedy vlastně nic nového.

Jako příklad si proberme tuto úlohu. 12 dělníků vydělalo 8100 Kčs za 10 dní. Kolik vydělá při stejné mzdě 14 dělníků za 8 dní?

V této úloze se vyskytují tři veličiny: počet dělníků, počet dní, počet Kčs. U prvních dvou veličin známe starou i novou hodnotu, u třetí veličiny starou hodnotu známe a novou hodnotu hledáme.

Můžeme si danou úlohu rozložiti ve dvě úlohy jednoduché trojčlenky dvojím způsobem.

První způsob. Při tomto způsobu ponecháme zatím u počtu dní starou hodnotu a měníme zprvu pouze počet dělníků. To je prvá část; ve druhé části změníme počet dní.

Prvá část je tedy tato úloha: 12 dělníků vydělalo za určitý čas (t. j. za 10 dní) 8100 Kčs. Kolik vydělá (za stejný čas) 14 dělníků? Počet dělníků vzrostl v poměru 14 : 12. Výdělek vzroste v témž poměru a bude 9450 Kčs, neboť

$$\frac{14}{12} \times 8100 = \frac{14 \times 8100}{12} = \frac{7 \times 8100}{6} = 7 \times 1350 = 9450.$$

Tedy 14 dělníků vydělá za 10 dní 9450 Kčs a můžeme přistoupiti ke druhé části: Za 10 dní vydělá určitý počet dělníků (14 dělníků) 9450 Kčs. Kolik vydělají ti dělníci za 8 dní? Počet dní klesl v poměru 8 : 10. Výdělek klesne v témž poměru a bude 7560 Kčs, neboť

$$\frac{8}{10} \times 9450 = \frac{8 \times 9450}{10} = 8 \times 945 = 7560.$$

Druhý způsob. Při tomto způsobu ponecháme zatím starý počet dělníků a měníme zprvu pouze počet dní. To je prvá část; ve druhé části změníme počet dělníků.

Prvá část: 12 dělníků vydělalo za 10 dní 8100 Kčs. Kolik vydělají ti dělníci za 8 dní? Počet dní klesl v poměru 8 : 10, výdělek klesne v témž poměru a bude 6480 Kčs, neboť

$$\frac{8}{10} \times 8100 = \frac{8 \times 8100}{10} = 8 \times 810 = 6480.$$

Tedy 12 dělníků vydělá za 8 dní 6480 Kčs. Druhá část: 12 dělníků vydělá (za 8 dní) 6480 Kčs. Kolik vydělá (za stejný čas) 14 dělníků? Počet dělníků vzrostl v poměru 14 : 12. Výdělek vzroste v témž poměru a bude 7560 Kčs, neboť

$$\frac{14}{12} \times 6480 = \frac{14 \times 6480}{12} = \frac{7 \times 6480}{6} = 7 \times 1080 = 7560.$$

Oba způsoby vedly ovšem k témuž výsledku 7560 Kčs. Když si prohlédneme počty, které jsme provedli, vidíme, že jsme: (1) při prvém způsobu číslo 8100 násobili zlomkem $\frac{14}{12}$ a potom součin zlomkem $\frac{8}{10}$; (2) při druhém způsobu číslo 8100 násobili zlomkem $\frac{8}{10}$ a potom součin zlomkem $\frac{14}{12}$. Při obou způsobech jsme tedy dostali výsledek 7560 jako součin tří čísel

$$\tfrac{8}{10} \times \tfrac{14}{12} \times 8100.$$

Že se součin tří čísel může dostati tak, že si vybereme kterékoli dva činitele, znásobíme je mezi sebou a součin znásobíme činitelem třetím, to víme. Můžeme tedy dojíti k výsledku 7560 také *třetím způsobem*, když nejdříve násobíme

$$\frac{8}{10} \times \frac{14}{12} = \frac{8 \times 14}{10 \times 12} = \frac{2 \times 14}{10 \times 3} = \frac{14}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$$

a potom součin $\frac{14}{15}$ násobíme číslem 8100,

$$\frac{14}{15} \times 8100 = \frac{14 \times 8100}{15} = 14 \times 540 = 7560.$$

Nejlépe je, když si u takových úloh nejdříve celý počet jen naznačíme, a potom jej provedeme způsobem, který při daných číslech považujeme za nejlepší. Při tom postupujeme podobně jako u jednoduché trojčlenky. Vraťme se k hořejšímu příkladu. Napíšeme

12 dělníků . . . . . . 10 dní . . . . . . 8100 Kčs,
14 dělníků . . . . . . 8 dní . . . . . . x Kčs.

Veličina, která má jednu hodnotu neznámou, přijde pokaždé na konec. Všimneme si, že v prvním sloupci počet dělníků *vzrostl* v poměru 14 : 12; vzhledem k této změně počtu dělníků výdělek *vzroste* v poměru 14 : 12, což si vyznačíme šipkou, která ukazuje od 14 ke 12. Dále si všimneme, že ve druhém sloupci počet dní *klesl* v poměru 8 : 10; vzhledem k této změně počtu dní výdělek *klesne* v poměru 8 : 10, což si vyznačíme šipkou, která ukazuje od 8 k 10. Máme tedy zapsáno:

↑ 12 dělníků . . . . . . ↑ 10 dní . . . . . . 8100 Kčs,
14 dělníků . . . . . . 8 dní . . . . . . x Kčs.

To znamená, že číslo x dostaneme, když provedeme s číslem 8100 dvě změny za sebou; změnu v poměru 14 : 12 a změnu v poměru 8 : 10. Jest

$$x = \frac{14}{12} \times \frac{8}{10} \times 8100 = \frac{14 \times 8 \times 8100}{12 \times 10} = \frac{14 \times 8 \times 810}{12} =$$

$$= \frac{14 \times 2 \times 810}{3} = 14 \times 2 \times 270 = 28 \times 270 = 7560.$$

199. 16 dělníků vyrobí 800 beden za 9 dní. Za jakou dobu vyrobí 15 dělníků 1000 beden?

200. Dělník vydělá 750 Kčs za 8 dní při 9 pracovních hodinách denně. Kolik dostane za 20 dní při 6 pracovních hodinách denně?

201. Koberec dlouhý $3\frac{1}{2}$ m a široký 3 m stojí 2520 Kčs. Co stojí koberec stejné jakosti dlouhý 5 m a široký 2 m?

202. Žací stroj poseče 4 ha za 6 hodin, jezdí-li rychlostí 6 km za hodinu. Za jak dlouho poseče 6 ha, jezdí-li rychlostí 5 km za hodinu?

203. Při sobotní výplatě vyplatil stavitel 12 zedníkům za 6 dní práce po 9 hodinách denně celkem 9720 Kčs.

a) Kolik Kčs bude potřebovati k následující výplatě, pracovalo-li 13 zedníků jen 5 dní, ale po 10 hodinách denně?

b) Kolik zedníků měl zaměstnáno, platil-li 3562,50 Kčs za 5 dní po $9\frac{1}{2}$ hodinách?

c) Kolik dní po 10 hodinách se pracovalo, platil-li 16 zedníkům 7200 Kčs?

d) Kolik hodin denně se pracovalo, vyplácel-li 11 zedníkům za 5 dní 7425 Kčs?

204. Člověk, který udělá 120 kroků po 75 cm za minutu, ujde z města do blízké vsi za 55 minut.

a) Jak dlouho půjde touž cestou chlapec, který dělá za minutu 110 kroků po 60 cm?

b) Kolik kroků za minutu udělá chodec, který urazí tu cestu za $1\frac{1}{4}$ hodiny kroky 60 cm dlouhými?

c) Jak dlouhý krok má cestující, který ujde 110 kroků za minutu a vykoná tu cestu za hodinu?

205. Jakýsi spis byl vytištěn na 96 stranách po 41 řádcích $10\frac{1}{2}$ cm dlouhých.

a) Na kolik asi stran by se vytiskl týž spis, kdyby byly na stránce 42 řádky dlouhé 12 cm?

b) Kolik řádků délky 12,6 cm by musilo býti na stránce, aby kniha měla 82 strany?

206. Zedník položí za 5 dní 12 m^3 cihlového zdiva, pracuje-li 9 hodin denně.

a) Kolik hodin denně by musil pracovati, aby položil 84 m^3 zdiva za 36 dní?

b) Za kolik dní položí 48 m^3 zdiva, pracuje-li 10 hod. denně?

c) Kolik m^3 zdiva položí za 27 dní při $8\frac{1}{2}$ hodinách denní práce?

21. Postupné poměry. Výrok, že váhy tří chlapců jsou **v postupném poměru** 9 : 11 : 12 nebo krátce **v poměru** 9 : 11 : 12 znamená, že

poměr váhy prvního k váze druhého je 9 : 11,
poměr váhy prvního k váze třetího je 9 : 12 neboli 3 : 4,
poměr váhy druhého k váze třetího je 11 : 12.

Postupný poměr 9 : 11 : 12 má tři členy. Můžeme tvořiti také postupné poměry se čtyřmi (nebo i více) členy. Také u postupných poměrů je dovoleno: (1) všecky členy násobiti týmž číslem; (2) všecky členy děliti týmž číslem.

Příklad 1. Rozdělte 60 Kčs na dvě části v poměru 2 : 3. Máme rozdělit 60 Kčs na stejné díly tak, aby 2 z nich připadly na prvou z hledaných částí a 3 na druhou. Všech dílů bude $2 + 3 = 5$. Tedy poměr prvé části k 60 Kčs je 2 : 5, poměr druhé části k 60 Kčs je 3 : 5. Jest

$$\tfrac{2}{5} \times 60 = 24, \quad \tfrac{3}{5} \times 60 = 36.$$

Prvá část je 24 Kčs, druhá je 36 Kčs. Druhou část můžeme dostati z první odečtením $60 - 24 = 36$.

Příklad 2. Rozdělte 108 Kčs mezi 3 osoby tak, aby první měla 5 krát tolik co druhá, a třetí o polovici více než první.

Zvolíme-li podíl druhé osoby za jednotku, bude podíl první osoby vyjádřen číslem 5 a podíl třetí osoby číslem

$$5 + \tfrac{5}{2} = 7\tfrac{1}{2}.$$

Tedy postupný poměr podílů je

$$5 : 1 : 7\tfrac{1}{2} = 10 : 2 : 15$$

a postupný poměr podílů a celku je

$$10 : 2 : 15 : 27,$$

neboť $10 + 2 + 15 = 27$. Jest

$$\tfrac{10}{27} \times 108 = 40, \quad \tfrac{2}{27} \times 108 = 8, \quad \tfrac{15}{27} \times 108 = 60,$$

$$40 + 8 + 60 = 108.$$

První osoba dostane 40 Kčs, druhá 8 Kčs, třetí 60 Kčs.

Příklad 3. První číslo je k druhému v poměru 4 : 7, druhé k třetímu je v poměru 5 : 3. Určete postupný poměr všech tří čísel.

První poměr lze psáti ve tvarech

$$4 : 7, \ 8 : 14, \ 12 : 21 \text{ atd.}$$

a člen odpovídající druhému číslu je násobek sedmi. Druhý poměr lze psáti ve tvarech

$$5 : 3, \ 10 : 6, \ 15 : 9 \text{ atd.}$$

a člen odpovídající druhému číslu je násobek pěti. Potřebujeme napsati oba poměry v takových tvarech, aby člen odpovídající druhému číslu byl u obou poměrů stejný. Ten stejný člen bude společný násobek obou čísel 7 a 5. Nejlépe volíme nejmenší společný násobek 35. První poměr je 20 : 35, druhý je 35 : 21 a hledaný postupný poměr je 20 : 35 : 21.

Můžeme postupovati také jinak. První číslo je $\frac{4}{7}$ druhého; třetí číslo je $\frac{3}{5}$ druhého (neboť poměr třetího k druhému je převrácený k poměru druhého k třetímu). Tedy hledaný postupný poměr je $\frac{4}{7} : 1 : \frac{3}{5}$, což lze rozšiřováním upraviti na tvar 20 : 35 : 21.

207. Rozdělte 120 Kčs na dvě části v poměru

a) 1 : 3. b) 1 : 5. c) 3 : 5. d) 3 : 7. e) 7 : 8. f) 11 : 13.

208. Rozdělte

a) 8 Kčs na tři části v poměru 5 : 2 : 9.

b) 500 Kčs na tři části v poměru 7 : 4 : 9.

c) 3 m na tři části v poměru $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$.

d) 70 Kčs na čtyři části v poměru 2 : 4 : 5 : 9.

209. Napište v nejjednodušším tvaru postupný poměr pro

a) $2\frac{1}{2}$ m, 5 m, 1 m 2 dm. b) $1\frac{1}{4}$ kg, 2 kg, 60 dkg.

210. Tři rodiny se rozdělily o 120 q uhlí o poměru 2 : 5 : 9. Kolik dostaly jednotlivé rodiny?

211. Strany trojúhelníka jsou v poměru 1 : 1,5 : 2. Obvod je 3 dm. Určete délky stran.

212. Zisk 7500 Kčs byl rozdělen mezi tři osoby v poměru 3 : 4 : 8. Kolik kdo dostal?

213. Rozdělte 105 Kčs na dvě části tak, aby jedna byla o polovici větší než druhá.

214. Rozdělte 25 cm na dvě části tak, aby jedna byla $\frac{2}{3}$ druhé.

215. Tři dědicové zdědili dohromady 66000 Kčs. První dostal dvakrát tolik co druhý, druhý dostal o polovinu více než třetí. Kolik kdo zdědil?

216. Otec, syn a dcera nesou dohromady 95 kg. Syn nese $\frac{1}{3}$ toho co otec. Otec nese 4krát tolik co dcera. Kolik kdo nese?

217. Tři osoby se rozdělily o zisk 2415 Kčs takto: Na každé 4 Kčs, které připadnou prvnímu, připadne druhému 5 Kčs. Na každých 9 Kčs, které připadnou druhému, připadne třetímu 16 Kčs. Kolik kdo dostal?

22. Úměry. Úlohy trojčlenného počtu se někdy řeší způsobem, který má trochu jiný vzhled nežli způsob, který jsme poznali v odst. **19.** Je to řešení pomocí t. zv. **úměr.** Napsati úměru znamená napsati, že dva poměry jsou stejné. Na př.

$$6 : 8 = 9 : 12$$

je správná úměra. Taková úměra se někdy čte slovy: 6 se má k 8 jako 9 ke 12. Číslům 6 a 12 se říká **vnější členy** úměry, číslům 8 a 9 se říká **vnitřní členy** úměry.

Že hořejší úměra je správná, znamená prostě, že $\frac{6}{8}$ a $\frac{9}{12}$ jsou dva tvary téhož zlomku, že tedy

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}.$$

Rovnost obou zlomků zůstane ovšem zachována, když je oba násobíme číslem 8×12. Je tedy

$$\frac{6}{8} \times 8 \times 12 = \frac{9}{12} \times 8 \times 12$$

neboli

$$\frac{6 \times 8 \times 12}{8} = \frac{9 \times 8 \times 12}{12},$$

tedy

$$6 \times 12 = 9 \times 8.$$

Stejnou úvahu můžeme provésti u každé správné úměry. Tím dospějeme k poznatku: **Ve správné úměře je součin členů vnějších stejný jako součin členů vnitřních.** Obráceně: **Když je součin členů vnějších stejný jako součin členů vnitřních, je úměra správná.** Přesvědčme se o tom zase na příkladě. Jest

$$4 \times 20 = 8 \times 10.$$

Tedy také

$$\frac{4 \times 20}{8 \times 20} = \frac{8 \times 10}{8 \times 20}$$

neboli

$$\frac{4}{8} = \frac{10}{20}$$

a to znamená, že $4 : 8 = 10 : 20$ je správná úměra.

Pomocí právě získaného poznatku se dá řešiti tato úloha. V úměře jsou tři členy známé, ale čtvrtý se hledá. Na př.

$$x : 14 = 5 : 7.$$

Součin $7 \times x$ členů vnějších musí býti stejný jako součin 14×5 členů vnitřních, tedy

$$7 \times x = 14 \times 5 = 70,$$

takže

$$x = \frac{70}{7} = 10.$$

Nyní si povíme, jak se řeší úlohy trojčlenného počtu úměrou. Probereme si znovu třeba příklad 1 z odst. **19.** 18 m látky stálo

1500 Kčs. Co bude státi 12 m téže látky? Neznámý počet Kčs si označíme x. Počet m látky a cena látky jsou veličiny přímo úměrné. Proto poměr cen $x : 1500$ je stejný jako poměr množství $12 : 18$ a můžeme napsati úměru

$$x : 1500 = 12 : 18.$$

Součin členů vnějších se rovná součinu členů vnitřních, tedy

$$18 \times x = 12 \times 1500$$

a z toho plyne, že

$$x = \frac{12 \times 1500}{18} = 1000.$$

Vidíte, že řešení úměrou je vlastně úplně stejné jako řešení, které jsme poznali v odst. **19**. Proto stačí tato krátká zmínka, tím spíše, že každou úměru můžeme místo pravidla o součinu členů vnějších a vnitřních řešiti způsobem, který jsme poznali už v odst. **18**. Mějme na př. znovu úměru

$$x : 14 = 5 : 7.$$

To znamená, že číslo x dostaneme z čísla 14, když je zmenšíme v poměru $5 : 7$ Tedy

$$x = 14 \times \frac{5}{7} = \frac{14 \times 5}{7} = 10$$

a to je vlastně týž počet, jakým jsme stejnou úměru výše řešili.

§ 4. Procenta. Úroky.

23. Procenta. Když v zásobě vajec je $\frac{1}{20}$ zkažených, pak 5 vajec z každého sta vajec je zkažených a říkáme, že **pět ze sta** neboli **pět procent** vajec je zkažených. Poměr počtu zkažených vajec k počtu všech vajec je $1 : 20$ neboli $5 : 100$. **Počet procent je poměr, jehož druhý člen je 100, a dá se vyjádřiti zlomkem, jehož jmenovatel je 100.**

Na př. 7 procent, psáno 7%, je poměr $7 : 100$, který můžeme vyjádřiti zlomkem $\frac{7}{100}$.

Značka % povstala ze zkratky cto italského slova cento (čti čento).

V některých případech je zvykem za druhý člen poměru voliti 1000. Když na př. železniční trať má v nějakém úseku spád **12 promile**, psáno 12‰, znamená to, že poměr výšky, o kterou trať stoupne k vodorovné vzdálenosti je $12 : 1000$, že tedy na každý km vodorovné vzdálenosti stoupne výška trati o 12 m. 12‰ je tedy totéž jako 1,2%.

Příklad. Vyjádřete v procentech: Ve škole mají tři žáci ze čtyř své kolo. ($\frac{3}{4}$ žactva mají své kolo.) Počet procent je

$$\frac{3}{4} \text{ ze } 100 = \frac{3}{4} \times 100 = 75.$$

75% žactva má své kolo.

218. (Zpaměti.) Vyjádřete v procentech:

a) Jeden den z pěti byl deštivý.
b) 3 žáci z 50 scházeli ve škole.
c) 7 lidí z 25 zemře ve stáří menším než 50 let.
d) Obilí ztratilo krupobitím $\frac{3}{4}$ své ceny.
e) Polovina mých spolužáků umí plavat.

219. Někdo vydá 70% svého příjmu. Kolik % příjmu ušetří?

220. Při železničním neštěstí zůstalo 85% cestujících bez pohromy. Zabit nebyl nikdo. Kolik % cestujících bylo raněno?

221. Brambory obsahují 55% vody. Kolik vody je v 50 kg brambor?

222. Ve městě tvoří dospělí muži 28% obyvatel a dospělé ženy 30%. Kolik % obyvatel tvoří děti?

223. Někdo vydá 10% svého příjmu na nájemné a 55% na domácnost. Kolik % zbude?

24. Procenta a zlomky. Procenta můžeme vyjádřiti ve tvaru zlomku. Na př. 40% znamená poměr 40 : 100, který můžeme vyjádřiti zlomkem $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ neboli desetinným číslem 0,4.

Obráceně můžeme zlomek (nebo desetinné číslo) vyjádřiti procenty, když jej upravíme tak, aby jmenovatel byl 100. Na př. $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$, tedy zlomek $\frac{3}{4}$ vyjadřuje 75%.

Zlomek	Des. číslo	Procenta	Promile
$\frac{3}{8}$	0,375	37,5	375

Příklad 1. Vyjádřete v procentech: a) $\frac{2}{3}$; b) 0,225.

$$\text{a)}\ \frac{2}{3} = \frac{\frac{2}{3} \times 100}{100} = \frac{66\frac{2}{3}}{100}$$

nebo $\frac{2}{3} = (\frac{2}{3} \text{ ze } 100)\% = (\frac{2}{3} \times 100)\% = 66\frac{2}{3}\%$.

b) $0{,}225 = (0{,}225 \times 100)\% = 22{,}5\%$.

Příklad 2. Kolik je $62\frac{1}{2}\%$ ze 400 Kčs?

$$62\tfrac{1}{2}\% \text{ ze } 400 = \frac{62\frac{1}{2}}{100} \times 400 = \frac{125 \times 400}{200} = 125 \times 2 = 250.$$

$62\frac{1}{2}\%$ ze 400 Kčs je 250 Kčs.

Příklad 3. Povrch zeměkoule je asi 510 milionů km². Z toho připadá na souš asi 145 milionů km². Kolik je to %?

$$\frac{145}{510} = \left(\frac{145}{510} \times 100\right)\% = (1450 : 51)\% \doteq 28{,}4\%.$$

224. Vyjádřete jako zlomek i jako desetinné číslo:

a) 25%, 50%, 75%. b) 5%, 15%, 85%.
c) 2%, 4%, 300%. d) $12\frac{1}{2}\%$, $37\frac{1}{2}\%$, $112\frac{1}{2}\%$.

225. Vyjádřete zlomkem i poměrem:

a) 150%, 200%, 275%. b) $33\frac{1}{3}\%$, $6\frac{2}{3}\%$, $9\frac{3}{8}\%$.

226. Vyjádřete v procentech:

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{5}$. b) $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{36}{25}$.
c) 0,35; 0,08; 1,4; 0,065. d) $1\frac{1}{2}$; 1,75; 4; $1\frac{1}{3}$; 2,3.
e) $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$. f) poměry 1 : 2, 7 : 10, 3 : 8, 5 : 12

227. Vypočtěte

a) 60% ze 450 Kčs. b) 180% ze 25 Kčs.
c) 75% ze 312 Kčs. d) $33\frac{1}{3}\%$ ze 20 tuctů.
e) 235% z 50 Kčs. f) $12\frac{1}{2}\%$ ze 40 Kčs.
g) $66\frac{2}{3}\%$ z 1 kopy. h) 55% z 1 q.
i) 34% ze 2 m.

228. Vyjádřete první hodnotu v procentech druhé:

a) 2 Kčs, 8 Kčs. b) 9 Kčs, 12 Kčs. c) 4 cm, 1 dm.
d) 30 kg, 80 kg. e) 37 l, 1 m³. f) $27\frac{1}{2}$ g, 1 kg.

229. Cestující dostává $7\frac{1}{2}\%$ provise z ceny prodaného zboží. Jakou provisi dostane, prodá-li přijímač za 2400 Kčs?

230. Pán s ročním příjmem 57600 Kčs vydá 3600 Kčs ročně za knihy. Kolik je to %?

231. Kolik kg je 8% ze $2\frac{1}{2}$ q?

232. Na celém světě žije asi 1800 milionů lidí, z toho asi 720 milionů v Evropě. Kolik je to %?

233. Vypočtěte přesně na pětihaléře:

a) 4% ze 378,90 Kčs. b) 7% ze 2150 Kčs.
c) $3\frac{1}{2}\%$ ze 4296 Kčs. d) $5\frac{1}{4}\%$ ze 4329 Kčs.
e) $2\frac{3}{4}\%$ ze 790,20 Kčs. f) $6\frac{3}{8}\%$ ze 275,40 Kčs.

234. Při sčítání lidu r. 1930 bylo v ČSR napočteno celkem 14 729 536 obyvatel. Z toho bylo 10 831 696 osob vyznání římskokatolického, 585 041 osob vyznání řeckokatolického, 1 129 758 osob vyznání evangelického, 793 385 osob vyznání československého, 145 598 osob vyznání pravoslavného, 356 830 osob vyznání israelského. 32 590 osob vyznání jiného nebo neudaného a 854 638 osob bylo bez vyznání. Kolik % připadalo na jednotlivá vyznání? (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

235. Povrch zeměkoule měří 510 milionů km². Z toho připadá na Evropu 10, na Asii 44,6, na Afriku 30, na Ameriku 42, na Australii 9, na Tichý oceán 165,7, na Atlantický oceán 81,7 a na Indický oceán 73,4 milionů km². Vyjádřete v procentech! (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

236. R. 1929 zahynulo v Brně mrazem z 19 350 okrasných stromů 1551, z 3 486 ovocných stromů 463 ze 4620 stromů u silnic 201. Vyjádřete v procentech! (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

237. R. 1930 bylo v Čechách napočteno 256 943 koní, 2 280 554 kusy hovězího dobytka, 65 994 ovce, 600 843 kozy a 1 222 344 vepři. Kolik procent veškerého dobytka připadlo na vepře? (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

238. R. 1920 bylo v ČSR 592 269 koní, r. 1930 747 650 koní.

a) O kolik procent stoupl stav koní od r. 1920 do r. 1930?

b) O kolik procent je stav koní v r. 1920 menší proti stavu z r. 1930?

(Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

239. Celková délka všech železničních tratí v ČSR r. 1933 byla 13 238 km. Z toho připadalo na ředitelství Praha 2100 km, Plzeň 2173 km, Hradec Králové 2232 km, Brno 1461 km Olomouc 1469 km Bratislava 2135 km Košice 1668 km. Vyjádřete v procentech. (Zaokrouhlujte na desetiny procenta.)

25. Změny v procentech. Velikost změny peněžité hodnoty (nebo váhy a pod.) se často udává tak, že se vzrůst nebo pokles vyjádří v procentech **původní** hodnoty. Na př. když nové auto stojí 40000 Kčs a když se jeho cena po roce odhadne na 32000 Kčs, klesla cena o 8000 Kčs. Ale 8000 Kčs je 20% z původní částky 40000 Kčs; proto řekneme, že cena auta klesla po ročním užívání o 20%.

30% vzrůst hodnoty znamená, že na každých 100 jednotek původní hodnoty připadne vzrůst 30 jednotek, t. j. že každých 100 jednotek původní hodnoty dá 130 jednotek nové hodnoty.

Poměr vzrůstu k původní hodnotě je 30 : 100, tedy

$$\text{vzrůst} = \tfrac{30}{100} \times (\text{původní hodnota}).$$

Poměr nové hodnoty k původní hodnotě je 130 : 100, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{130}{100} \times (\text{původní hodnota}).$$

Podobně poměr nové hodnoty ke vzrůstu je 130 : 30, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{130}{30} \times \text{vzrůst atd.}$$

20% pokles hodnoty znamená, že na každých 100 jednotek původní hodnoty připadá pokles 20 jednotek, což dá 80 jednotek nové hodnoty.

Poměr nové hodnoty k původní je 80 : 100, tedy

$$\text{nová hodnota} = \tfrac{80}{100} \times \text{(původní hodnota) atd.}$$

240. Čím se musí číslo násobit, aby se zvětšilo
a) o 17%? b) o 83%? c) o 70%? d) o 20%?
e) o 139%?

241. Čím se musí číslo násobit, aby se zmenšilo
a) o 9%? b) o 37%? c) o 61%? d) o 30%?
e) o 40%?

242. a) Zvětšete 300 o 8%. b) Zmenšete 400 o 20%.
c) Zmenšete 80 o 10%. d) Zvětšete 60 o 30%.

243. Cena zboží stoupla o 9%. Určete
a) poměr nové ceny ke staré ceně;
b) poměr nové ceny ke stoupnutí;
c) zlomek, kterým musíte násobiti novou cenu, abyste dostali starou cenu.

244. Cena zboží klesla o 7%. Určete
a) poměr nové ceny ke staré ceně;
b) poměr poklesu ceny k nové ceně;
c) zlomek, kterým musíte násobiti pokles ceny, abyste dostali novou cenu.

245. Opakujte cvič. **243** při vzrůstu o 10%.

246. Opakujte cvič. **244** při poklesu o 20%.

247. P znamená původní hodnotu, N znamená novou hodnotu. Doplňte:
a) při vzrůstu o 5% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$;
b) při poklesu o 12% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$;
c) při vzrůstu o 6% je $N - P = P \times \ldots$, $N - P = N \times \ldots$;
d) při poklesu o 8% je $P - N = P \times \ldots$, $P - N = N \times \ldots$;
e) při vzrůstu o 10% je $N = (N - P) \times \ldots$;
f) při poklesu o 10% je $N = (P - N) \times \ldots$;
g) při poklesu **na** 70% je $N = P \times \ldots$, $P = N \times \ldots$

Příklad 1. Úředník, který měl 37500 Kčs ročního příjmu, dostal 8% přídavek. Určete zvýšený plat.

Poměr nového platu ke starému je 108 : 100, tedy

$$\text{(nový plat)} = (\tfrac{108}{100} \times 37500) \text{ Kčs} = 40500 \text{ Kčs}.$$

Nebo: Přídavek $= (\frac{8}{100} \times 37500)$ Kčs $= 3000$ Kčs; $37500 + 3000 =$ $= 40500$; tedy nový plat je 40500 Kčs.

Příklad 2. Úředníkův plat stoupl ze 25000 Kčs ročně na 28000 Kčs. O kolik % mu byl plat zvýšen?

Zvýšení je 3000 Kčs. Tedy poměr zvýšení k původnímu platu je $3000 : 25000 = 3 : 25$. Zvýšení v procentech je $(\frac{3}{25} \times 100)\% = 12\%$.

Příklad 3. Ze kterého čísla 36% je 117?

Poměr hledaného čísla ke 117 je $100 : 36$, tedy

$$(\text{hledané číslo}) = 117 \times \frac{100}{36} = 325.$$

Příklad 4. Obchodník slevil kupujícímu 5% z účtu a tento zaplatil 570 Kčs. Na kolik Kčs zněl účet?

Po slevě 5% zbývá zaplatit 95%. Tedy poměr účtu ke 570 Kčs je $100 : 95$. Tedy účet zněl na $(\frac{100}{95} \times 570)$ Kčs $= 600$ Kčs.

248. a) Zvětšete 80 o 35%. b) Zmenšete 75 o 40%.
c) Zmenšete 216 o $37\frac{1}{2}\%$. d) Zvětšete 416 o 125%.

249. Najděte číslo, ze kterého
a) 25% je 7. b) 76% je 57. c) $37\frac{1}{2}\%$ je 84.
d) 30% je 15. e) $7\frac{1}{2}\%$ je 48. f) $16\frac{2}{3}\%$ je 100.

250. a) Které číslo musíme zvětšiti o 20%, abychom dostali 144?
b) Jakou částku peněz musíme zvýšiti o 35%, abychom dostali 2160 Kčs?
c) Které číslo musíme zmenšiti o 20%, abychom dostali 108?
d) Jakou částku peněz musíme snížiti o 35%, abychom dostali 1560 Kčs?

251. Úředníkův plat byl 38000 Kčs ročně. Dostal-li 15% přídavek, jaký je nyní jeho plat?

252. Úředník vydal za rok 44000 Kčs, t. j. 80% svého služného. Určete výši služného.

253. Obdélníková zahrada byla 80 m dlouhá a 25 m široká. Byla zvětšena tak, že každý rozměr vzrostl o 20%. O kolik m² se zvětšil plošný obsah zahrady? O kolik % se zvětšil?

254. Někdo vydá 88% svého ročního příjmu a ušetří ročně 8100 Kčs. Jaký je jeho roční příjem?

255. Z účtu bylo sleveno 10% a zůstalo k placení 2700 Kčs. Na kolik Kčs zněl účet?

256. 15% peněžní částky činí 2775 Kčs. Vypočtěte $16\frac{1}{2}\%$ téže částky.

257. Počet žactva školy stoupl o 5% na 714. Kolik žactva měla škola před tím?

26. Zisk a ztráta v procentech. Když obchodník koupí zboží za 1000 Kčs a prodá je za 1010 Kčs, má poměrně malý zisk. Ale když koupí zboží za 20 Kčs a prodá je za 30 Kčs, má poměrně velký zisk, ačkoli v obou případech získává stejnou částku 10 Kčs. Aby mohl provésti první obchod, musí napřed zaplatiti 1000 Kčs a jeho zisk je pouze 1% této částky. Při druhém obchodu zaplatí napřed jen 20 Kčs a jeho zisk je 50% této částky. Vhodný způsob, jak srovnávati zisky při prodeji různého zboží, je vyjádřiti zisk (někdy také ztrátu) v procentech **kupní ceny,** protože kupní cena je ta peněžní částka, kterou musil obchodník vložit do zboží, které doufá zase prodat.

Když jsme v odst. **25** vyjadřovali změny v procentech, činili jsme tak vždy v procentech **té hodnoty, která přišla dřív.** Obchodník napřed koupí a potom prodá. Proto vyjadřujeme zisk a ztrátu v procentech kupní ceny, ne v procentech prodejní ceny.

Pamatujte: **Zisk a ztráta v % znamená vždy zisk a ztrátu v procentech kupní ceny.**

Příklad. Někdo prodal kolo za 720 Kčs a získal 20%. Zač je koupil?

Na 100 Kčs kupní ceny připadá 20 Kčs zisku, tedy 120 Kčs prodejní ceny. Tedy poměr kupní ceny k prodejní ceně je 100 : 120. Jest

$$\tfrac{100}{120} \times 720 = 600.$$

Koupil kolo za 600 Kčs.

258. Určete prodejní cenu:

a) Kupní cena 200 Kčs, zisk 10%.
b) Kupní cena 200 Kčs, ztráta 10%.
c) Kupní cena 1000 Kčs, ztráta 20%.
d) Kupní cena 800 Kčs, zisk 50%.
e) Kupní cena 600 Kčs, zisk 25%.
f) Kupní cena 400 Kčs, ztráta 30%.

259. Určete kupní cenu:

a) Prodejní cena 1200 Kčs, zisk 20%.
b) Prodejní cena 1500 Kčs, zisk 50%.
c) Prodejní cena 800 Kčs, ztráta 20%.
d) Prodejní cena 1400 Kčs, ztráta 30%.
e) Prodejní cena 700 Kčs, zisk 40%.
f) Prodejní cena 1200 Kčs, ztráta 60%.

260. Určete zisk v % nebo ztrátu v %:

a) Kupní cena 5000 Kčs, zisk 600 Kčs.

b) Kupní cena 2000 Kčs, ztráta 400 Kčs.
c) Prodejní cena 1000 Kčs, zisk 200 Kčs.
d) Prodejní cena 600 Kčs, ztráta 200 Kčs.
e) Kupní cena 500 Kčs, prodejní cena 580 Kčs.
f) Kupní cena 150 Kčs, prodejní cena 120 Kčs.

261. Určete prodejní cenu:

a) Kupní cena 1500 Kčs, zisk 5%.
b) Kupní cena 60 Kčs, zisk $33\frac{1}{3}$%.
c) Kupní cena 75 Kčs, zisk 8%.
d) Kupní cena 840 Kčs, ztráta $17\frac{1}{2}$%.
e) Kupní cena 870 Kčs, ztráta $13\frac{1}{3}$%.
f) Kupní cena 2900 Kčs, zisk $4\frac{1}{2}$%.

262. Určete kupní cenu:

a) Prodejní cena 420 Kčs, zisk 5%.
b) Prodejní cena 120 Kčs, ztráta 4%.
c) Prodejní cena 165 Kčs, ztráta 12%.
d) Prodejní cena 640 Kčs, zisk $6\frac{2}{3}$%.
e) Prodejní cena 517 Kčs, ztráta $31\frac{1}{4}$%.
f) Prodejní cena 1020 Kčs, zisk $13\frac{1}{3}$%.

263. Určete zisk v % nebo ztrátu v %:

a) Kupní cena 45 Kčs, zisk 9 Kčs.
b) Kupní cena 24 Kčs, ztráta 3 Kčs.
c) Kupní cena 65 Kčs, prodejní cena 78 Kčs.
d) Kupní cena 90 Kčs, prodejní cena 110,70 Kčs.
e) Prodejní cena 21 Kčs, ztráta 3,50 Kčs.
f) Prodejní cena 215 Kčs, zisk 27,50 Kčs.

27. Procvičení počtu procentového.

264. Úředník dostal měsíční přídavek 352 Kčs, což je 8% původního měsíčního platu. Jaký byl původní plat a jaký je dnešní?

265. Úředník dostal měsíčně přidáno 420 Kčs, což je 8% zvýšeného platu. Jaký byl jeho původní plat, a jaký je dnešní?

266. Úředník měl dluh 2418 Kčs, což je 6% jeho ročního platu. Jaký je to plat?

267. Úředník vydal 87% svého platu a zbylo mu 2899 Kčs. Kolik má platu a kolik vydal?

268. Zahrada o rozměrech $a = 45$ m, $b = 36$ m byla zvětšena tak, že se délka zvětšila o 7%, šířka o 6%. Jaká byla rozloha zvětšené zahrady, a o kolik % se zvětšila zahrada?

269. Délka zahrady se zvětšila o 7%, což je 5,95 m, šířka o 5%, což je 3,2 m. Jaká byla původní rozloha zahrady, jaká je rozloha zvětšené zahrady, a o kolik % se zvětšila rozloha celé zahrady?

270. Účet stoupl připočtením $2\frac{1}{2}\%$ z prodlení na 3792,5 Kčs. Na kolik zněl původně?

271. Na škole bylo 184 chlapců, což je 46% všeho žactva. Kolik bylo na škole děvčat, a kolik dětí vůbec?

272. Na škole bylo 15% přespolního žactva a 238 žáků místních. Kolik bylo žáků celkem, a kolik přespolních?

273. V poslední třídě propadlo 8 žáků, 24% šlo dále na studie a 60% přímo do praktického života. Kolik bylo ve třídě žáků celkem, a kolik jich kam šlo?

274. Počet žáků na škole se zmenšil o 6% na 235 žáků. Kolik žáků bylo původně ve škole?

275. V Čechách a na Moravě a ve Slezsku je celkem 2329272 ha lesní půdy. Z toho připadá na Čechy 1540005 ha, na Moravu a Slezsko zbytek. Udejte kolik % připadá na jednotlivé země.

276. Lesnatost, t. j. počet % lesní půdy z celkové rozlohy pohybuje se v Čechách kolem 29,6%, na Moravě kolem 29,4%. Udejte z údajů předchozího příkladu v ha celkový výměr půdy v jednotlivých zemích.

277. Ve stavebních podnicích průmyslných i řemeslných (stavitelé, podniky stavební) bylo zaměstnáno v roce 1945 úředníků 11950, vyučených dělníků 34777, učňů 3416, pomocných dělníků 28002. Udejte kolik % ze všech zaměstnanců bylo úředníků, dělníků atd.

278. Železné rudy se dovezlo v měsíci červnu 1938 1369332 q za 26832000 Kčs. V téže době v roce 1946 1253285 q za 37082000 Kčs.

Vypočítejte v % poměr dovezených q i zaplacených obnosů.

Vypočítejte v % zdražení železné rudy v roce 1946.

279. V červnu 1946 bylo do republiky dovezeno zboží v ceně:

1. z Bulharska za 85734000 Kčs,
2. z Maďarska za 84805000 Kčs,
3. ze Švýcarska za 64191000 Kčs,
5. z Belgie za 56917000 Kčs,
6. ze Švédska za 56569000 Kčs,
7. z SSSR za 48099000 Kčs.

V téže době bylo vyvezeno z republiky zboží

1. do Švýcarska za 139593000 Kčs,
2. do Rakouska za 111244000 Kčs,
3. do SSSR za 90425000 Kčs,
4. do Švédska za 69631000 Kčs,
5. do USA za 90167000 Kčs,
6. do Dánska za 56799000 Kčs.

Udejte v % poměr vývozu a dovozu v uvedeném měsíci.

280. Na železnici bylo průměrně v jednom měsíci v roce 1937 přepraveno v 1000 obyvatelích 22395 obyvatel, z toho v rychlíku 909 obyvatel; v roce 1945 nejvyšší počet obyvatel přepravených v jednom měsíci v 1000 obyvatelích 32034, z toho v rychlíku 1610 obyvatel. Vypočítejte v %

a) kolik obyvatel jelo v rychlíku v roce 1937 i v roce 1945,

b) o kolik % bylo zmenšení počtu přepravených obyvatel vůbec i zvlášť v rychlíku.

281. V prvních šesti měsících v roce 1946 bylo v Čechách v lázeňských místech návštěvníků:

stálých 41245, z toho cizinců 200,
přechodných 81688, z toho cizinců 1389,

v prvních šesti měsících v roce 1937 návštěvníků:

stálých 48493, z toho cizinců 30042,
přechodných 93763, z toho cizinců 20314.

Položte si sami otázky, které změny v % můžete z daných údajů vypočísti, a odpovězte na ně!

282. Tak zvané černé ceny v Praze činily:

Druh zboží	Březen 1946	Červen 1946	Cena úřední
Sádlo	451,— Kčs	322,— Kčs	67,— Kčs
Cukr	67,— Kčs	46,10 Kčs	15,40 Kčs
Chléb	9,60 Kčs	12,35 Kčs	5,— Kčs
Maso hovězí	143,— Kčs	148,— Kčs	46,— Kčs
Čokoláda	758,— Kčs	425,— Kčs	85,— Kčs

Zjistěte, o kolik % byly černé ceny v březnu i v červnu 1946 větší než ceny úřední, a o kolik % poklesly nebo stouply ceny v červnu proti cenám v březnu.

283. V roce 1945 studovalo v Praze na vysokých školách 35099 posluchačů, což je 75,1% všech posluchačů v zemích historických, v Brně 22,1%, v Hradci Králové 0,9%, v Plzni 0,5%, v Olomouci 0,3% a v Moravské Ostravě 1,1% posluchačů. Kolik posluchačů na každé škole? (Zaokrouhlete na čísla celá.)

284. Z abiturientů středních škol bylo zapsáno r. 1947 na školách vysokých:

z abit. v roce 1944/45 6240 posl., což je 25,2% všech posluchačů,
„ „ 1943/44 3967 posl.,
„ „ 1942/43 3358 posl.,
„ „ 1941/42 3417 posl.

Vypočítejte v % kolik abiturientů uvedených ročníků studovalo na vys. školách.

285. Z úhrnného počtu 47365 řádných posluchačů v roce 1945/46 škol vysokých studovalo na lékařské fakultě 18,4%, na právech 14,9%, na filosofii 13,3%, obchodní vědy 11,7%, strojní a elektrotechnické inženýrství 19,9%, zemědělství a lesnictví 6,9%.

Kolik posluchačů studovalo na uvedených studijních oborech? Kolik % a kolik posluchačů zbývá na nevyjmenované obory?

286. V roce 1931/32 bylo na vysokých školách 13994 posluchačů, v roce 1945/46 49339 posluchačů. Vypočítejte kolik % posluchačů přibylo?

287. Největší dovolené stoupání na trati je 20‰ (1 promile je 1 tisícina základu). Určete v promilích rozdíl výšek pro vodorovnou vzdálenost 2 míst 350 m, 2547 m při stoupání 14,5‰.

288. Vypočítej, kolik je ‰: 50 dkg z 1 q, 25 kg z 1 t, 6 Kčs z 1800 Kčs, 13,5 Kčs z 4500 Kčs.

289. Silnice stoupá o 5,8 m na 3486 m. Kolik je to ‰?

290. Anglie spotřebovala ročně 7,5 miliard vajec. Z toho dovezli 35% z Dánska, 18% z Holandska, 16% z jiných zemí.

Co všecko z těchto dat můžete vypočítat?

291. Obchodník se vyrovnal na 73% a zaplatil věřitelům celkem 499685 Kčs. Kolik činily jeho dluhy a o kolik přišli věřitelé?

292. Obchodník měl dluh 46458 Kčs a vyrovnal se na 65%. Kolik zaplatil a kolik ztráceli věřitelé?

293. Z dluhu 87000 Kčs mohl dlužník zaplatit jen 34800 Kčs. Na kolik % se vyrovnal?

294. Ze 425 zrn bylo vyloučeno 23 zrn zkažených a ostatek zaseto. Vzešlo z nich 305 zrn. Kolik % zrn nevzešlo? (Zaokrouhlete.)

295. Za rok pršelo celkem 125 dní, a napadlo celkem 512 mm vody. Jednoho dne napršelo nejvíce, a to 45 mm.

Co všecko můžete vypočítat?

296. Obchodník prodal 1 čtvrtinu zboží s výdělkem 20% za 1620 Kčs, druhou čtvrtinu s výdělkem 10%, další čtvrtinu bez výdělku, a poslední čtvrtinu s prodělkem 5%.

Jaká byla kupní cena všeho zboží? Jaká prodejní a kolik % činil zisk?

297. Uvažujte o významu slov a vypočítejte částku ze základu, který si sami zvolíte:

95% líh,
6% roztok soli,
10% menšina,
90% klíčivost,
60% těžba uhlí,
35% zastoupení,
350% zvýšení cen,
97,8% voličů se dostavilo k urnám volebním,
3,7% tučnost mléka.

298. Při dávce z přírůstku z majetku jsou srážky:

5% z prvních 5000 Kčs,
10% z dalších 10000 Kčs,
20% z dalších 10000 Kčs,
30% z dalších 20000 Kčs,

40% z dalších 30000 Kčs,
60% z dalších 50000 Kčs.

Jaké jsou srážky z přírůstku: 17000 Kčs, 24000 Kčs, 39000 Kčs, 67000 Kčs, 95000 Kčs?

299. Jaká část kapitálu jest: $\frac{1}{4}$%, $\frac{1}{3}$%, $1\frac{1}{3}$%, $3\frac{1}{8}$%, $4\frac{1}{6}$%, $16\frac{2}{3}$%?

300. Majitel odstoupil obci pozemek ve výměře 20×35 m, při čemž 1 m² stál 350 Kčs. Od obce dostal za něj jiný pozemek o 28% větší a ještě doplaceno 64120 Kčs. Kolik počítá obec za 1 m² vyměněného pozemku?

301. Antikvář koupil knihu za $\frac{1}{2}$ krámské ceny a prodal ji za $\frac{3}{4}$ krámské ceny. Kolikaprocentní zisk má obchodník?

302. V knize jsou na 12 listech obrazy, což je asi 6,75% všech listů knihy. Kolik má kniha stran?

303. Ve vzduchu je podle objemu 78,06% dusíku, 21% kyslíku a zbytek jsou vodní páry, kysličník uhličitý a jiné plyny. Kolik m³ je ve vaší třídě dusíku a kolik kyslíku?

304. V továrně na celulosu zpracovali 265 vagonů smrkového dřeva a vyrobili 1197 t surové celulosy. Surová celulosa obsahuje $8\frac{1}{2}$% nečistoty. Kolik % celulosy se vyrobí ze smrkového dřeva? Kolik t čisté celulosy bylo vyrobeno?

305. Z 15500 představení v roce bylo 25,4% dramat, 24% veseloher, 2,2% pohádek, 1,6% operet a zbytek přírodních snímků. Kolik bylo kterých filmů?

306. Tržba obchodníka v roce se zvětšila proti loňské o 26%; pokladní obrat (součet tržby a vydání) se zvětšil letos proti loňsku o 45%. Tržba loni byla třikrát větší než vydání. Obrat loni byl 285400 Kčs. Vypočítejte obrat, tržbu a výdaje v letošním roce.

Pojišťovny.

Vyhořel-li za starých časů sedlákovi statek, zničilo-li mu krupobití úrodu, byl sedlák ožebračen a odkázán na pomoc sousedů. Aby si lidé v takových nahodilých neštěstích vzájemně pomáhali, pojišťovali se.

Pojištění zprostředkují pojišťovny.

O každém pojištění se sepíše smlouva mezi pojištěncem, t. j. občanem, který se pojišťuje, a pojišťovnou. Této smlouvě říkáme pojistka. Pojištěnec se zavazuje platit ročně určitý poplatek, kterému říkáme prémie, jejíž výše se řídí výší pojištěného předmětu, druhem pojištění a dobou, na kterou se pojištěnec pojišťuje.

Pojišťovna se opět zavazuje, že v případě neštěstí vyplatí pojištěnci částku podle výše škody.

Pro různé případy pojištění mají pojišťovny sestaveny již tabulky, které musí být státem schváleny.

Pojistiti se dnes můžeme téměř pro všechny druhy nehod a pro jakýkoliv způsob odškodnění.

Můžeme pojistit věci: zařízení v domácnosti, dům proti vloupání nebo proti ohni, úrodu proti krupobití nebo proti jiným živelným pohromám (povodním, suchu), dobytek proti škodám vzniklým jeho vyhynutím nebo nemocí dobytka, rozbití skla ve výkladních skříních, proti povinnému ručení. Tak na př. majitel psa ručí za svého psa, že nikomu bezdůvodně neublíží, domácí za bezpečnou chůzi před svým domem, obec ručí za nehody zaviněné špatným osvětlením, a podobně.

Osoby samostatného povolání (obchodníci, řemeslníci, lékaři) a i zaměstnanci se pojišťují na dožití a úmrtí. Tak na př. třicetiletý muž se zaváže platit po dvacet let určitou prémii s podmínkou, že bude-li živ, vyplatí mu pojišťovna po dvaceti letech určitou částku, na př. 100000 Kčs. Zemře-li dříve, vyplatí pojišťovna tuto částku jeho dědicům. Podobně otec pojistí dceři věno, které jí bude vyplaceno v jejích dvaceti letech, jestliže se jich dožije.

Tato pojištění jsou tak zvaná dobrovolná.

Vedle nich jsou pojištění povinná. Tak na př. osoby se pojistí proti škodám úrazu. Pojišťovny zařazují své pojištěnce podle druhu jejich povolání a nebezpečí úrazu při práci do různých nebezpečenských tříd. Pojistné, t. j. prémie je odstupňováno podle nebezpečí úrazu.

Tato pojištění jsou tak zvaná sociální pojištění.

Jsou to pravidelně tato pojištění: 1. pojištění proti dočasné nezpůsobilosti k práci (nemocenské pojištění); 2. proti trvalé nezpůsobilosti k práci (po úrazu); 3. pro případ úmrtí živitele rodiny (vybavení pohřbu, vdovská pense).

Dnes se pečuje o to, aby tato pojištění byla povinná pro všechny občany, a aby na ně přispíval stejnou částkou pojištěnec a zaměstnavatel.

Dejte si různé případy vysvětlit doma otcem. Zeptejte se ho, jak je on pojištěn, a požádejte ho, aby vám vysvětlil podrobnosti svého pojištění.

307. Obytný dům je pojištěn proti škodám z požáru na 200000 Kčs. Základní prémie je $1\frac{3}{4}$ ‰ pojištěné částky; chlévy jsou pojištěny na 60000 Kčs (4‰ prémie), dobytek na 30000 Kčs ($1\frac{1}{2}$ ‰ prémie), hospodářské stroje na 10000 Kčs (9‰ prémie). Od celkové prémie se odpočítá 7%, poněvadž pojištění je dlouhodobé a proto je prémie menší, a poplatky celkem činí 5% z ryzí prémie již vypočítané po odečtení slevy 7%. — Vypočítejte výši prémie.

308. Zařízení domácnosti je pojištěno v ceně 15000 Kčs proti vloupání ($1\frac{3}{4}$‰ prémie), klenoty v ceně 16000 Kčs (2‰ prémie). Jaká je celková prémie?

309. Majitel auta musí býti pojištěn proti škodám z povinného ručení. Roční pojistné činí 627 Kčs, od ní se odečte 20% slevy při desetiletém pojištění správní poplatky činí 106 Kčs, kolky 30 Kčs. Mělo-li auto cenu 47000 Kčs, kolik % činila prémie?

310. Podobný příklad pro tyto údaje: prémie ročně 650 Kčs, poplatky 180 Kčs, kolkovné 25 Kčs, sleva 15%.

Auto má cenu 45000 Kčs.

311. Pojištěnec pojistil dům v ceně 150000 Kčs a platil ročně prémii 250 Kčs. Kolik % z pojištěné hodnoty činila prémie?

312. Otec pojistil dceři věno 100000 Kčs, které se jí, dnes narozené, vyplatí až se dožije 20 let. Platí měsíčně prémii 350 Kčs. Kolik % z pojištěné částky činí prémie?

313. Pojištěnec je pojištěn na 40000 Kčs a platí roční prémii 1885,60 Kčs. Kolik je to % z pojištěné částky?

314. Pense zaměstnance po 10 letech služby činí 40% hrubého posledního základního platu. Za každý další rok, který zaměstnanec slouží, se zvýší pense o 2% hrubého platu. Pojištěnec sloužil 18 (25) let a poslední jeho plat byl ročních 45600 Kčs (61800 Kčs). Vypočítejte jeho pensi!

Pojištěnec zemřel po 28 (25) letech služby a poslední jeho plat byl ročních 64000 Kčs (58600 Kčs). Vypočítejte jeho pensi. Pense jeho ženy je poloviční.

315. Úroda byla pojištěna na 4350 Kčs, prémie byla 2,5%. Škoda byla odhadnuta na 70% pojištěné částky. Jakou prémii platil pojištěnec, a kolik dostal od pojišťovny. Byl-li pojištěn 10 let, zaplatil víc pojišťovně nebo méně než mu bylo vyplaceno a o kolik?

316. Pojištěnec měl pojištěn dům na 40000 Kčs a platil prémii v hodnotě $2\frac{3}{4}$‰, celkem 15 let. Po vyhoření mu bylo vyplaceno 65% pojištěné částky. O kolik mu bylo vyplaceno víc, než zaplatil celkem pojišťovně?

Z počtů kupeckých.

Váhu zboží i s nádobami, obalem a podobně, na př. váhu uhlí i s vozem, nazýváme hrubou vahou, čili bruttem (brutto); váha obalu (nádoby, sudu, bedny atd.) se jmenuje tára;*) váha pouhého zboží, v našem případě váha uhlí, jest rozdíl hrubé váhy a váhy obalu, je čistá váha čili netto. Tára udává se někdy v procentech brutta.

Obchodníci prodávající zboží v krámech kupují je od velkoobchodníků za levnější cenu. Sleva počítána v procentech krámské ceny jmenuje se rabat.

*) Slova tára, brutto, netto a další užívaná jsou pravidelně původu italského ještě z dob, kdy obchodovali v Evropě převážně Italové, ponejvíce z Benátek.

Na příklad obvyklý knihkupecký rabat bývá $33\frac{1}{3}\%$ při knihách odebraných najisto, při knihách na skladě, jak říkáme v komisi, jen 25%.

Dnes při řízeném hospodářství jest u výrobků, jejichž cena je pevně stanovena (poživatiny), stanovena cena velkoobchodní, a k ní si smí přirazit obchodník určité procento, jehož výše je předepsána jako úhrada výloh spojených s dopravou a režií a jako čistý zisk. U mnohých výrobků je ovšem stanovena konečná hodnota, to jest cena v prodeji v malém a velkoobchodník s obchodníkem si vzájemně vyřeší svůj zisk.

Je-li účet placen obchodníkem ihned, dostává obchodník tak zvanou slevu čili skonto. To znamená, že si smí z ceny na účtu srazit určité procento, které je obvyklé při obchodech, nebo sjednané mezi velkoobchodníkem a obchodníkem.

Děje-li se prodej prostřednictvím komisionářů, t. j. zástupců, dostávají tito za obstarání obchodu provisi, udanou pravidelně v procentech účtované částky.

Ve státě socialistickém směřuje obchodování k tomu, aby výše tyto byly pevně stanoveny, mohly se kontrolovat, a aby jimi nebyla zvyšována neúměrně cena zboží.

317. Brutto zásilky je 260 kg, tára 20%; co stála zásilka, je-li 1 kg netto za 55,60 Kčs.

318. Kolikaprocentní je tára, je-li brutto $64\frac{1}{2}$ kg a váha bedny $16\frac{1}{4}$ kg?

319. Kolik stojí dodávka zboží, je-li hrubá váha 3540 kg, obal 5%, $\frac{1}{2}$ kg čistého zboží (netta) stojí $44\frac{1}{2}$ Kčs, skonto $1\frac{1}{4}\%$.

320. Jak zní účet na 250 pytlů zboží, váží-li celá zásilka úhrnem 18750 kg, jeden prázdný pytel (tára) $1\frac{1}{4}$ kg, je-li cena 50 kg zboží 1500 Kčs, provise $1\frac{1}{2}\%$?

321. Knihy v krámské ceně 2650 Kčs; rabat 24%, dovoz 350 Kčs. Kolik stály v kupní ceně (nakladatelské) a kolik získal obchodník?

322. Zboží v hrubé váze 8700 kg, obal váží 3% z hrubé váhy, $\frac{1}{2}$ kg zboží čisté váhy (netto) stojí 35 Kčs, skonto 2%, provise $1\frac{1}{2}\%$. Kolik zaplatil obchodník za zboží?

28. Úrok. Kdo bydlí v domě, který není jeho, platí majiteli domu (domácímu) poplatek, zvaný nájemné neboli činže, za to, že smí užívati bytu. Když vložíte peníze do peněžního ústavu, dáváte tomuto ústavu právo hospodařiti s vašimi penězi, a za toto právo vám peněžní ústav vyplácí poplatek, zvaný **úrok.** Zrovna tak jako byt, za který nájemník platí činži, zůstává majetkem domácího, také peníze vložené do peněžního ústavu zůstávají vaším majetkem. Roční nájemné z bytu a roční úrok z peněžitého vkladu jsou oprávněné poplatky za právo užívati toho, co bylo na rok zapůjčeno.

Ten, kdo peníze půjčuje, jmenuje se **věřitel.** Ten, kdo si je vypůjčuje, je **dlužník.** Půjčená částka peněz se jmenuje **jistina** nebo **kapitál.** Můžeme tedy sestaviti srovnávací tabulku.

domácí	nájemník	byt	činže
věřitel	dlužník	jistina	úrok

Zrovna tak jako nájemné z bytu, platí se i úrok z vypůjčených peněz obyčejně v pevných časových obdobích, ročně, pololetně, čtvrtletně nebo měsíčně.

Roční úrok se obyčejně vyjadřuje v procentech jistiny. Když si na př. vypůjčíte 100 Kčs na 6%, platíte ročně 6 Kčs úroku, a když si vypůjčíte 1000 Kčs na 6%, platíte ročně 60 Kčs úroku. Platíte-li úrok pololetně, zaplatíte ze 100 Kčs pokaždé 3 Kčs a z 1000 Kčs pokaždé 30 Kčs. Platíte-li úrok čtvrtletně, zaplatíte ze 100 Kčs pokaždé 1,50 Kčs a z 1000 Kčs pokaždé 15 Kčs. Ve všech těchto případech mluvíme o 6% **úrokování** nebo řekneme, že **úroková míra** je 6%, neboť **když vyjadřujeme výši úroku v procentech, máme vždy na mysli úrok za jeden rok.**

Když vložíte peníze do peněžního ústavu, nemusíte si úrok pravidelně vybírat. Peněžní ústav vám úroky, které si nevyberete, připisuje ke vkladu, a to zpravidla jednou ročně. Proto když si vyberete úroky za delší čas, dostanete nejen úroky ze vložené jistiny, nýbrž také úroky z připisovaných úroků. Mluvíme pak o **složeném úrokování** na rozdíl od **jednoduchého úrokování,** při kterém dlužník vyplácí věřiteli úrok v pravidelných (předem smluvených) obdobích. My se budeme zabývati pouze jednoduchým úrokováním.

Kdo si chce peníze vypůjčiti, hledá někoho, kdo by mu peníze půjčil. Kdo má peníze a nemůže nebo nechce s nimi sám podniknouti nějaký obchod, ve kterém by je rozmnožil, rád najde spolehlivého dlužníka, který by mu řádně platil úroky. Styk mezi těmi, kdo chtějí peníze půjčiti a kdo si je chtějí vypůjčiti, zprostředkují **peněžní ústavy.** Peněžní ústavy přijímají **vklady** a poskytují **půjčky.** Ze vkladů úroky vyplácejí, z půjček úroky přijímají. Úroková míra pro půjčky je vždycky vyšší nežli úroková míra pro vklady. Proč?

Nejdůležitější peněžní ústavy jsou **záložny, spořitelny a banky.** Záložny jsou peněžní ústavy, které bývají zakládány společnostmi živnostníků, obchodníků, rolníků atd., aby členové takového společenstva snadno našli úvěr. Záložny přijímají vklady od členů i nečlenů a poskytují půjčky hlavně členům. Spořitelny jsou peněžní ústavy, zakládané nejčastěji správami měst, aby občané i méně zámožní si mohli bezpečně ukládati svoje úspory; čistý zisk bývá obrácen k všeobecnému prospěchu. Banky jsou větší peněžní ústavy, které samy provozují velké obchody a mají rozmanité obory působnosti.

29. Výpočet úroku úsudkem. Při výpočtu ročního úroku není nic vám nového. Je-li jistina 2700 Kčs a úroková míra 4%, jest

$$4\% \text{ ze } 2700 = \tfrac{4}{100} \times 2700 = 108,$$

tedy roční úrok je 108 Kčs. Úrok za 2 roky je 216 Kčs ($108 \times 2 = 216$), úrok za 3 roky je 324 Kčs ($108 \times 3 = 324$). Úrok za $\frac{1}{2}$ roku je 54 Kčs ($108 : 2 = 54$), úrok za $\frac{1}{4}$ roku je 27 Kčs ($108 : 4 = 27$), úrok za měsíc neboli za $\frac{1}{12}$ roku je 9 Kčs ($108 : 12 = 9$). Kolikrát větší doba, tolikrát větší úrok. Kolikrát menší doba, tolikrát menší úrok. **Výše úroku je přímo úměrná době.**

Tedy úrok počítáme takto: **Napřed vypočteme roční úrok;** ten je 5% jistiny při úrokové míře 5%, 6% jistiny při úrokové míře 6% atd. Z ročního úroku vypočteme úrok za jinou dobu podle pravidla: **v jakém poměru se změnila doba, v takovém poměru se změní úrok.**

323. Vypočtěte zpaměti úrok, bylo-li půjčeno

a) 100 Kčs na 1 rok při 3%. b) 100 Kčs na 1 rok při $4\frac{1}{2}$%.
c) 100 Kčs na 3 roky při 4%. d) 100 Kčs na 4 roky při 5%.
e) 100 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}$%. f) 100 Kčs na 6 roků při $2\frac{1}{2}$%.
g) 100 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 8%. h) 100 Kčs na 3 měsíce při 6%.
i) 200 Kčs na 1 rok při 4%. j) 300 Kčs na 1 rok při 7%.
k) 400 Kčs na 2 roky při 3%. l) 800 Kčs na 3 roky při 4%.
m) 200 Kčs na 4 roky při $2\frac{1}{2}$%. n) 400 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}$%.
o) 600 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 5%.

324. Les, jehož cena byla odhadnuta na 1 250 000 Kčs, vynáší majiteli $1\frac{1}{2}$%. Určete výnos lesa za 4 roky.

Příklad 1. Vypočtěte úrok z jistiny 4758 Kčs za 7 měsíců při úrokové míře $5\frac{3}{4}\%$.

Jest

$$5\tfrac{3}{4}\% \text{ ze } 4758 = \frac{5\frac{3}{4} \times 4758}{100} = \frac{23 \times 4758}{100 \times 4}.$$

To je úrok za rok. Ten musíme zmenšit v poměru 7 : 12 a dostaneme

$$\frac{23 \times 4758 \times 7}{100 \times 4 \times 12}.$$

Nyní provedeme výpočet.

$23 \times 7 = 161$	4758×161	$766038 : 4800$
	28548	$7660{,}38 : 48$
$100 \times 4 \times 12 = 4800$	4758	$1276{,}73 : 8$
	766038	$159{,}59$
		$48 = 6 \times 8$

Hledaný úrok je 159,60 Kčs.

Počítáme na dvě desetinná místa; výsledek zaokrouhlíme na desetihaléře.

325. Vypočtěte písemně úrok

a) Ze 4160 Kčs za 16 měsíců při $4\frac{1}{2}\%$.
b) Ze 6320 Kčs za 14 měsíců při $5\frac{1}{4}\%$.
c) Z 1685 Kčs za $1\frac{1}{2}$ roku při 4%.
d) Ze 3426 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $3\frac{1}{2}\%$.
e) Ze 47114 Kčs za 4 roky při $2\frac{1}{2}\%$.
f) Ze 16935 Kčs za 2 roky při $4\frac{1}{4}\%$.
g) Ze 60413 Kčs za 5 měsíců při 4,75%.
h) Z 9461 Kčs za 11 měsíců při 3,87%.

Úrok se počítá zásadně tak, jakoby byl rok rozdělen na 12 stejně dlouhých měsíců po 30 dnech, tedy jakoby rok měl 360 dní. Nepočítá se ani den, kdy byl vklad učiněn, ani den, kdy byl vybrán. Úrok se počítá jen z celých korun a zaokrouhluje se na desetihaléře.

Příklad 2. Vypočtěte úrok z jistiny 7264,65 Kčs při úrokové míře $4\frac{1}{2}\%$ za dobu od 14. března do 12. října.

Máme 30 — 14 = 16 dní za březen, potom $30 \times 6 = 180$ dní za duben až září, konečně 11 dní za říjen, celkem 207 dní, které považujeme za $\frac{207}{360} = \frac{23}{40}$ roku. Roční úrok v Kčs je

$$4\tfrac{1}{2}\% \text{ ze } 7264 = \frac{4\frac{1}{2} \times 7264}{100} = \frac{9 \times 7264}{100 \times 2}.$$

To zmenšíme v poměru 23 : 40 a dostaneme

$$\frac{9 \times 7264 \times 23}{100 \times 2 \times 40} = \frac{9 \times 23 \times 7264}{1000 \times 8} = \frac{9 \times 23 \times 908}{1000}.$$

Nyní provedeme výpočet.

```
23 × 9         908 × 207        187956 : 1000
207            1816..               187,956
                 6356
               187956
```

Hledaný úrok je 188 Kčs.

326. Vypočtěte úrok

a) Ze 30000 Kčs od 5. února do 15. května při 6%.
b) Ze 45260 Kčs od 18. dubna do 23. června při $2\frac{1}{2}\%$.
c) Ze 3678,90 Kčs od 23. srpna do 8. září při $5\frac{1}{4}\%$.
d) Z 18946,45 Kčs od 1. ledna do 19. ledna při 4,23%.
e) Z 23658 Kčs od 17. května do 8. listopadu při 5,02%.

30. Výpočet úroku vzorcem. Způsob, jak se počítá úrok, si snadno zapamatujeme, když si jej naznačíme vhodnými zkratkami. Zavedeme si písmena $j, p, r, ú$.

j . . . . . znamená jistinu,
p . . . . . znamená úrokovou míru (počet procent),
r . . . . . znamená počet roků,
$ú$ . . . . . znamená úrok.

Roční úrok ze 100 Kčs je dán prostě písmenem p. Na př. při úrokové míře 5% roční úrok ze 100 Kčs je 5 Kčs. Úrok za 3 roky je 3 × (roční úrok), úrok za 7 roků je 7 × (roční úrok), úrok za $\frac{1}{2}$ roku je $\frac{1}{2}$ × (roční úrok) atd. Tedy úrok ze 100 Kčs za libovolný počet roků si můžeme vyznačit zkratkou

$$p \times r.$$

Na př. při úrokové míře 5% úrok ze 100 Kčs za 3 roky je (5×3) Kčs neboli 15 Kčs.

Úrok z jistiny 1 Kčs je stokrát menší než úrok z jistiny 100 Kčs. Proto při jistině 1 Kčs zkratka $p \times r$ neznamená úrok, nýbrž stonásobný úrok. Tedy při jistině 1 Kčs je

$$100 \times ú = p \times r,$$

t. j. stonásobný úrok z jistiny 1 Kčs se dostane, když se počet procent násobí počtem roků.

Když je jistina 4 Kčs, je úrok 4 × větší než z jistiny 1 Kčs. Když je jistina 735 Kčs, je úrok 735 × větší než z jistiny 1 Kčs. Proto při libovolné jistině je

$$\boxed{100 \times ú = j \times p \times r}$$

neboli slovy: **když úrok násobíme stem, dostaneme totéž, jako když znásobíme mezi sebou tři čísla, jistinu, úrokovou míru a počet roků.** Ve tvaru vyjádřeném pomocí písmen si to pravidlo velmi snadno zapamatujeme. Takové početní pravidlo zapsané pomocí písmen se jmenuje **vzorec.** Tedy to, co je vytištěno v rámečku, je vzorec úrokového počtu. Musíme ovšem nejen umět odříkat vzorec, ale také vědět, co které písmeno znamená. Ale písmena byla volena tak, že je jejich význam hned patrný.

Jak se úrok počítá pomocí vzorce, vysvětlíme si na příkladě. Je to velmi snadné.

Příklad 1. Vypočtěte úrok z jistiny 5200 Kčs za 8 měsíců při 5% úrokové míře.

Napíšeme si vzorec

$$100 \times ú = j \times p \times r.$$

Nyní do tohoto vzorce **dosadíme.** To znamená, že (1) místo písmene j napíšeme číslo 5200, (2) místo písmene p napíšeme číslo 5, (3) místo písmene r napíšeme $\frac{8}{12}$ nebo $\frac{2}{3}$, neboť 8 měsíců je $\frac{8}{12}$ roku. Naproti tomu písmeno $ú$ ponecháme, neboť úrok ještě neznáme; ten máme právě počítat. Tedy „dosazením do vzorce“ dostaneme

$$100 \times ú = 5200 \times 5 \times \tfrac{2}{3};$$

to nám říká, jak se dá počítati stonásobný úrok. Úrok sám dostaneme ovšem ze stonásobného úroku, když dělíme stem. Tedy

$$ú = \frac{5200 \times 5 \times \frac{2}{3}}{100} = 52 \times 5 \times \frac{2}{3} = \frac{52 \times 5 \times 2}{3} = \frac{520}{3} =$$

$$= 520 : 3 \doteq 173{,}33.$$

Úrok je 173,30 Kčs (neboť zaokrouhlujeme na desetihaléře).

Příklad 2. Vypočtěte úrok z jistiny 4768 Kčs za dobu od 14. ledna do 7. února při $3\frac{1}{2}\%$ úrokové míře.

Víme, že do vzorce máme dosaditi: za j číslo 4768, za p číslo $3\frac{1}{2}$. Co máme dosaditi za r? Ani 14. leden ani 7. únor nepočítáme. Tedy máme 16 dní v lednu (počítáme, jakoby měl leden 30 dní) a 6 dní v únoru; celkem 22 dní. Rok počítáme v úrokovém počtu za 360 dní. Tedy 22 dní považujeme za $\frac{22}{360}$ roku a do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme za r číslo $\frac{22}{360}$. To nám dá

$$100 \times ú = 4768 \times 3\tfrac{1}{2} \times \tfrac{22}{360},$$

tedy

$$ú = \frac{4768 \times 3\frac{1}{2} \times \frac{22}{360}}{100} = \frac{4768 \times 7 \times 22}{100 \times 2 \times 360} = \frac{4768 \times 7 \times 11}{100 \times 360} =$$

$$= \frac{1192 \times 7 \times 11}{100 \times 90} = \frac{91784}{9000} = 91{,}784 : 9 \doteq 10{,}19.$$

Úrok je 10,20 Kčs.

327. Pomocí vzorce vypočtěte úrok

a) Z 8450 Kčs za $3\frac{1}{2}$ roku při 6%.

b) Ze 7650 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $5\frac{1}{3}\%$.

c) Ze 6250 Kčs za $2\frac{1}{4}$ roku při $3\frac{1}{5}\%$.

d) Ze 3750 Kčs za 2 roky 8 měs. při $4\frac{1}{2}\%$.

e) Z 8793 Kčs za 7 měs. při $5\frac{1}{4}\%$.

f) Ze 12796 Kčs za 5 měs. při $7\frac{3}{4}\%$.

g) Ze 25873 Kčs za 46 dní při 3%.

h) Ze 100000 Kčs za 17 dní při $2\frac{3}{4}\%$.

i) Z 18976 Kčs za dobu od 25. února do 4. dubna při 4%.

j) Ze 21734 Kčs za dobu od 17. června do 5. září při 5%.

k) Z 19683 Kčs za dobu od 17. října do konce roku při $6\frac{1}{2}\%$.

31. Obrácené úlohy úrokového počtu. Výpočet úroku je **základní úloha úrokového počtu.** Při této úloze musíme míti dány tři číselné údaje: jistinu, úrokovou míru a dobu. Úrok potom počítáme pohodlně vzorcem, ve kterém musíme vyjádřiti dobu v rocích způsobem, který jsme poznali a procvičili.

Při **obrácených úlohách úrokového počtu** známe ze zmíněných tří číselných údajů (jistina, úroková míra a doba) pouze dvě, kdežto třetí počítáme; za to výše úroku je také známa. Jsou tedy tři takové úlohy:

(1) výpočet jistiny, známe-li úrok, úrokovou míru a dobu;

(2) výpočet úrokové míry, známe-li jistinu, úrok a dobu;

(3) výpočet doby, známe-li jistinu, úrok a úrokovou míru.

Všecky tři úlohy se řeší snadno pomocí vzorce.

Příklad 1. Která jistina dá při $4\frac{1}{2}\%$ úrokové míře za 7 měsíců úrok 190,40 Kčs?

Do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme: za *ú* číslo 190,4; za *p* číslo $4\frac{1}{2}$; za *r* číslo $\frac{7}{12}$. Dostaneme

$$100 \times 190{,}4 = j \times 4\tfrac{1}{2} \times \tfrac{7}{12}.$$

Jest $100 \times 190{,}4 = 19040$. Dále

$$4\tfrac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{9 \times 7}{2 \times 12} = \frac{3 \times 7}{2 \times 4} = \frac{21}{8}.$$

Tedy

$$19040 = j \times \tfrac{21}{8}.$$

To znamená: kdybychom neznámou jistinu násobili číslem $\frac{21}{8}$, dostali bychom číslo 19040. Proto dojdeme k neznámé jistině, budeme-li číslo 19040 děliti číslem $\frac{21}{8}$. Tedy

$$j = 19040 : \frac{21}{8} = 19040 \times \frac{8}{21} = \frac{19040 \times 8.}{21}$$

Nyní počítáme

$$\begin{array}{l} 19040 \times 8 \\ \hline 152320 \end{array} \qquad 21 = 3 \times 7 \qquad \begin{array}{l} 152320 : 21 \\ \hline 50773{,}3 : 7 \\ \hline 7253{,}3 \end{array}$$

Hledaná jistina je 7253 Kčs.

Jistinu neudáváme ve výsledku přesněji než na Kčs, protože se úrok počítá pouze z celých korun. Ale dělení jsme podle zásady, kterou jsme si osvojili už v první třídě, provedli napřed na 1 des. místo a teprve výsledek jsme zaokrouhlili na celky.

Poznámka. Snadno se přesvědčíte, že nalezená odpověď je správná, neboť jistina 7253 Kčs dá při $4\frac{1}{2}\%$ úrokové míře za 7 měsíců opravdu přesně 190,40 Kčs úroku. (Při tom musíme úrok počítati tak, jak se opravdu počítá, t. j. zaokrouhliti na desetihaléře.) Ale nalezená odpověď není jediná správná odpověď, neboť jistina 7254 Kčs dá za touž dobu při téže úrokové míře také přesně 190,40 Kčs úroku.

Příklad 2. Jistina 3872 Kčs dala za 9 měsíců úrok 152,45 Kčs. Jaká byla úroková míra?

Ačkoli jsme v příkladě 1 hledali jistinu, kdežto nyní hledáme úrokovou míru, je postup při řešení docela stejný. Do vzorce

$$100 \times ú = j \times p \times r$$

dosadíme: za $ú$ číslo 152,45; za r číslo $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$; za j číslo 3872. Dostaneme

$$100 \times 152{,}45 = 3872 \times p \times \tfrac{3}{4}.$$

Jest $100 \times 152{,}45 = 15245$. Dále

$$3872 \times \tfrac{3}{4} = \frac{3872 \times 3}{4} = 968 \times 3 = 2904.$$

Tedy

$$15245 = 2904 \times p.$$

Kdybychom neznámý počet procent násobili číslem 2904, vyšlo by 15245. Tedy počet procent dostaneme dělením

$$\begin{array}{l} p = 15245 : 2904 \doteq 5{,}24 \\ \quad\quad\; 7250 \\ \quad\quad\; 14420 \\ \quad\quad\;\; 2804 \end{array}$$

Hledaná úroková míra je $5\frac{1}{4}\%$.

Zaokrouhlíme na čtvrtiny procenta, protože právem očekáváme, že se hledaná úroková míra dá přesně vyjádřit ve čtvrtinách procenta.

Poznámka. Snadno se přesvědčíte, že nalezená odpověď je správná, neboť jistina 3872 Kčs dá při $5\frac{1}{4}\%$ úrokové míře za 9 měsíců opravdu úrok 152,45 Kčs. Za předpokladu, že se úroková míra dá přesně vyjádřit ve čtvrtinách procenta, je to jediná správná odpověď, neboť při úrokové míře 5% dostaneme úrok 145,20 Kčs a při úrokové míře $5\frac{1}{2}\%$ úrok 159,70 Kčs.

Příklad 3. Za jakou dobu dá jistina 3694 Kčs při $6\frac{1}{2}\%$ úrokové míře úrok 220,10 Kčs?

Postup je zase stejný jako u předešlých dvou příkladů. Do vzorce

$$100 \times \acute{u} = j \times p \times r$$

dosadíme: za $\acute{u}$ číslo 220,1; za j číslo 3694; za p číslo $6\frac{1}{2}$. Dostaneme

$$100 \times 220{,}1 = 3694 \times 6\tfrac{1}{2} \times r$$

neboli

$$22010 = 24011 \times r.$$

Tedy hledaný počet **roků** znásoben číslem 24011 by dal číslo 22010, takže k němu dojdeme dělením

$$r = 22010 : 24011.$$

Ale nebylo by vhodné, prováděti toto dělení obvyklým způsobem, protože rok nemáme rozdělen podle desítkové soustavy, nýbrž na 12 měsíců, které v úrokovém počtu si představujeme všecky stejně dlouhé. Proto budeme hledati místo počtu roků počet měsíců. Ten je dvanáctkrát větší než počet roků. Proto dělence 22010 znásobíme dvanácti, kdežto dělitele 24011 ponecháme beze změny, tedy provedeme dělení

$$\begin{array}{l} 264120 : 24011 \doteq 10{,}99 \\ \ \ 240100 \\ \ \ \ 24001 \end{array}$$

Výsledek se liší od 11 měsíců o méně než $\frac{1}{100}$ měsíce, tedy o méně než $\frac{1}{2}$ dne. Proto:

Hledaná doba je 11 měsíců.

Snadno se přesvědčíte, že jistina 3694 Kčs dá za 11 měsíců při $6\frac{1}{2}\%$ úrokové míře úrok přesně 220,10 Kčs.

328. Určete neznámou hodnotu:

	jistina	úrok	doba	úroková míra
a)	1200 Kčs	180 Kčs	3 roky	...
b)	6400 Kčs	560 Kčs	$2\frac{1}{2}$ roku	...
c)	2400 Kčs	270 Kčs	...	$4\frac{1}{2}\%$
d)	9600 Kčs	1980 Kčs	...	$5\frac{1}{2}\%$
e)	...	480 Kčs	$1\frac{1}{4}$ roku	$5\frac{1}{3}\%$
f)	...	420 Kčs	$1\frac{2}{3}$ roku	$4\frac{1}{2}\%$
g)	1560 Kčs	245,70 Kčs	$3\frac{1}{2}$ roku	...
h)	2050 Kčs	20,50 Kčs	144 dni	...
i)	2000 Kčs	422,50 Kčs	...	$3\frac{1}{4}\%$
j)	8400 Kčs	735 Kčs	...	$3\frac{1}{2}\%$
k)	8350 Kčs	125,25 Kčs	3 měsíce	...
l)	2800 Kčs	448 Kčs	4 roky	...
m)	...	341,25 Kčs	1 rok	5%

Smíšené příklady:

329. Dlužník si vypůjčil 4500 Kčs na $4\frac{2}{3}\%$. Kolik zaplatil i s úroky za jeden rok (4 roky, 9 měsíců)?

330. Jmění 34500 Kčs je uloženo jednou polovinou na 3%, jednou čtvrtinou na $2\frac{1}{2}\%$, zbytek na 2%. Na kolik vzroste jmění za jeden rok (3 roky 3 měsíce, 5 roků 6 měsíců)?

331. Spořitelna přijala 6600 Kčs (12600 Kčs, 15000 Kčs) od vkladatele na 2% a půjčila tuto částku ihned na $4\frac{1}{2}\%$. Kolik vydělala za jeden rok (8 měsíců, 2 roky 9 měsíců)?

332. Dlužník si vypůjčil částku 26400 Kčs na 5%; druhý dlužník tutéž částku na úrokovou míru o $\frac{1}{2}\%$ menší. O kolik zaplatí první víc úroků za 2 roky 5 měsíců ($3\frac{2}{3}$ roku, 5 roků 9 měsíců)?

333. Jistina 21600 Kčs je uložena na $2\frac{1}{4}\%$. Vypočítejte, kolikátou část základní jistiny činí úroky za 2 roky (3 roky, $4\frac{1}{2}$ roku)? Záleží tato část na počáteční jistině?

334. Dlužník má platiti dne 30. června 200 Kčs úroků, platí ale až 18. srpna téhož roku. Kolik Kčs úroků bude platiti při 4% z prodlení?

335. Živnostníkovi dluhují zákazníci celkem 12500 Kčs již 8 měsíců. Kolik tím ztrácí živnostník za tuto dobu při $2\frac{1}{2}\%$ úroků, které by mohl dostat, kdyby peníze vložil do spořitelny?

336. Živnostníkovi dluhují zákazníci po dobu 6 měsíců (9 měsíců) celkem 15600 Kčs. Tuto částku k výplatě dělníků a ke koupi materiálu si musel živnostník vypůjčit u peněžního ústavu a platil $4\frac{3}{4}\%$ úroků. Jakou ztrátu utrpěl?

337. Dlužník zaplatil na dluh 120000 Kčs při $4\frac{3}{4}\%$ úrokové míře na konci prvního roku 60000 Kčs, koncem druhého roku 30000 Kčs. Jaký dluh mu ještě zbyl? Kolik zaplatil na dluh koncem třetího roku, aby byl tento zaplacen?

338. Student si ukládá prvního každého měsíce počínaje 1. lednem 200 Kčs. Vklad se mu ihned úrokuje 2%. Kolik si uložil celkem za jeden rok?

339. Otec odevzdal jednomu synovi 200000 Kčs. Druhému dal studie a to středoškolská (8 let) při ročním vydání na syna 14400 Kčs, a vysokoškolská (5 let) při ročním vydání 17000 Kčs. O kolik dostal druhý syn více nebo méně, počítáte-li úroky do konce třináctého roku studia. Kapitál 200000 Kčs byl vydán synovi na konci studií druhého syna. Úroková míra $2\frac{1}{2}\%$.

340. Za zboží má zaplatiti obchodník ihned 65000 Kčs, nebo později s úrokem 4%. Obchodník zaplatil ihned třetinu, polovinu ze 6 měsíců, zbytek za 9 měsíců. Jak veliký byl zbytek?

341. Střadatel si uložil 1000 Kčs na úrok 2%. Úroky nevybíral první 2 roky a dával si je na konci každého roku připsat k jistině. Na kolik vzrostl vklad za 3 roky? Kolik činily úroky víc, než při jednoduchém úrokování?

342. Vypočítejte, jaká jistina vynese:

	úroků	za	při % úrokování
a)	475,— Kčs	8 roků	3
b)	567,— Kčs	9 měsíců	$2\frac{1}{4}$
c)	266,— Kčs	3 měsíce 15 dní	$2\frac{3}{8}$
d)	154,— Kčs	10 dní	$2\frac{3}{4}$
e)	58,— Kčs	24 dni	2

343. Výměnkář má místo stravy 45 Kčs denně. Které jistině odpovídá výměnek při $2\frac{1}{2}\%$ úrokování za 1 rok? (Výměnkář ukládá peníze do spořitelny jednou za čtvrt roku.)

344. Která jistina vzroste i s 2% ($2\frac{1}{2}\%$) úroky celoročními za 1 rok na 56100 Kčs?

345. Kolik bych musel zaplatit nyní ve spořitelně, abych se zbavil povinnosti platit za 1 rok 2045 Kčs i s úroky při $2\frac{1}{4}\%$ úrokování?

346. Jaká jistina vynese při $2\frac{1}{2}\%$ úrokování za 10 měsíců takový úrok jako jistina 12500 Kčs při 2% úrokování za 1 rok?

347. Určete, kolik zaplatím nyní místo 2700 Kčs splatných za 25 let při úrokování 2%?

348. Invalida dostává ročně 12000 Kčs po 10 let. Počítáme-li, že by se mu tento kapitál úrokoval 3%, jaký kapitál vlastně obdržel?

349. Dluh 100000 Kčs je umořován ročně 10000 Kčs. To znamená na dluh 100000 Kčs je každým rokem splaceno 10000 Kčs. Jaký bude stav dluhu na konci prvního, druhého a třetího roku při úrokování 3% ?

350. Soukromník si koupil dům a vypůjčil si na něj peníze na 4%. Za 4 roky platil celkem úroků 14686 Kčs. Kolik si na něj vypůjčil?

351. Věřitel měl peníze ve spořitelně. Tím, že spořitelna snížila úrokovou míru o $\frac{1}{2}$%, zmenšil se mu úrok za 1 rok o 123 Kčs. Kolik měl uloženo?

352. Dům vynáší ročně $3\frac{1}{2}$% a dává majiteli domu činži měsíčně 6370 Kčs. Jakou má dům hodnotu?

353. Dům vynesl 7% kupní ceny za 1 rok. Činže činila za 5 let 45000 Kčs. Poplatky činily jednu čtvrtinu, na opravu přišla jedna osmina činže. Kolik % čistého zisku z domu činila činže, a jaká byla hodnota domu?

354. Vypočítejte na kolik % byla uložena

	jistina	která vynesla za	úroků
a)	4200 Kčs	4 roky	462,— Kčs
b)	8600 Kčs	4 roky	817,— Kčs
c)	14000 Kčs	1 rok 6 měsíců	420,— Kčs
d)	32400 Kčs	3 měsíce 6 dní	151,20 Kčs
e)	720 Kčs	5 měsíců 10 dní	8,— Kčs

355. Na kolik % půjčil věřitel dlužníkovi 8000 Kčs, chce-li za 1 rok vrátit 10000 Kčs.

356. Na kolik % je uložena jistina 10000 Kčs, vynese-li za 10 měsíců tolik úroků jako jistina 20000 Kčs při $2\frac{1}{2}$% za 6 měsíců?

357. Jistina 5000 Kčs nese z jedné poloviny ročně 75 Kčs úroků, z druhé poloviny o 7,5 Kčs více za tutéž dobu. Na kolik % byla každá polovina z dané jistiny uložena?

358. Na kolik % je nutné uložit jistinu, aby vynesla za 20 (25) let stejně úroků, jako je hodnota jistiny? (Aby se za 20 let zdvojnásobila?).

359. Dům v hodnotě 860000 Kčs nese čtvrtletní činže 5125 Kčs. Kolik % nese dům za jeden rok?

360. Věřitel bral z každých 100 Kčs měsíčního úroku 4 Kčs, z 5200 Kčs měsíčního úroku 15 Kčs, jiný věřitel z 5200 Kčs týdně 15 Kčs úroků; na kolik % byly uvedené jistiny půjčeny?

361. Dlužník platil věřiteli z 10000 Kčs každoročně 350 Kčs úroků, z 5000 Kčs pololetně 125 Kčs úroků a z 5000 Kčs čtvrtletně 75 Kčs úroků, na kolik % byla každá jistina uložena?

362. Za jakou dobu vynese

	jistina	při % úrokování	úrok
a)	350,— Kčs	2	70,— Kčs
b)	300,— Kčs	$2\frac{1}{4}$	31,50 Kčs
c)	3000,— Kčs	$2\frac{1}{2}$	750,— Kčs
d)	1800,— Kčs	$4\frac{1}{2}$	297,— Kčs
e)	74160,— Kčs	$2\frac{1}{4}$	92,70 Kčs

363. Na jistinu 2000 Kčs vypůjčenou dne 1. ledna na $4\frac{1}{2}\%$ platil dlužník 75 Kčs úroků; kdy vrátil dlužník dluh?

364. Dlužník si vypůjčil 15000 Kčs a zaplatil i s pětiprocentním úrokem celkem 17600 Kčs. Za jakou dobu splatil dlužník dluh?

365. Na jakou dobu je uložena jistina 3600 Kčs, má-li při $2\frac{1}{2}\%$ úrokování vynésti tolik úroků jako jistina 600 Kčs při 2% za 9 měsíců?

366. Dlužník si vypůjčil peníze na 6%; za jakou dobu převyšovaly celkové úroky půjčený kapitál?

367. Za jakou dobu se jistina při úrokování 2% ($2\frac{1}{2}\%$) zdvojnásobí, ztrojnásobí?

368. Zjistěte z uvedené tabulky, jsou-li dané příklady správně vypočítány:

	jistina	úroková míra %	doba	úrok
a)	7000 Kčs	4	3 roky	840,— Kčs
b)	6000 Kčs	$2\frac{1}{2}$	7 měsíců	70,— Kčs
c)	950 Kčs	$2\frac{3}{4}$	8 měsíců	28,50 Kčs
d)	10000 Kčs	$2\frac{1}{2}$	90 dní	75,— Kčs
e)	720 Kčs	$2\frac{1}{2}$	20 dní	2,— Kčs
f)	1800 Kčs	2	5 měsíců 10 dní	16,— Kčs
g)	2150 Kčs	$4\frac{3}{4}$	8 roků	81,70 Kčs
h)	4200 Kčs	$2\frac{3}{4}$	2 roky 6 měsíců	288,80 Kčs

Ve špatně vypracovaných příkladech vypočítejte, jaký správný úrok měl být uveden při daných ostatních veličinách (jistina, úroková míra, doba) a v každém špatně uvedeném příkladě dále z veličin: jistiny, úrokové míry a hodnoty úroku, vypočítejte správnou dobu, která měla být v tabulce uvedena.

Tak se přesvědčíte, zda jste počítali po prvé správně. Takto kontrolované výpočty zapište si do tabulky, abyste dostali správné hodnoty.

Směnka.

Půjčuje-li věřitel dlužníkovi peníze, sepíší oba tak zvaný dlužní úpis, který obsahuje jména věřitele i dlužníka, obnos, který je půjčen a podmínky, t. j. úrokovou míru a dobu, kdy má splatit dlužník dluh, nebo jiné určení.

V obchodním jednání bývá zvykem užívat veřejné listiny jako dlužního úpisu, kterému říkáme směnka.

Směnka bývá již vytištěna podle předepsaného vzoru, ale je možno ji napsat na čistý papír. Bývá pravidelně opatřena kolkem. Musí obsahovat tyto údaje:

1. místo a datum vydání,
2. datum splatnosti,
3. jméno prvého majitele směnky, t. j. věřitele,
4. sumu směnečnou, t. j. výši dluhu vyjádřenou slovy,
5. podpis směnečného dlužníka.

Nejjednodušší text na př.:

V Praze dne 4. dubna 1947.

Ode dneška za půl roku zaplatím za tuto směnku na řád p. Josefa Kubaly peněz korun čs. sedm tisíc.

František Krejcar, Praha II, 1132.

Takovýto úpis podléhá právu, zvanému směnečnému.

Majitel směnky může ji prodat peněžnímu ústavu, nebo i osobě soukromé.

Jak se vypočítává v obchodní praxi úrok a hodnota směnky?

Směnka zní na hodnotu 10000 Kčs, splatnou za 1 rok při 4% úrokování.

Dlužník nedostane ovšem 10000 Kčs, poněvadž tato hodnota jest počáteční jistina spolu s úrokem z ní za 1 rok. Obvyklý způsob počítání základní jistiny, t. j. obnosu, který je půjčen dlužníkovi je takový, že vypočítáme úrok při úrokové míře 4% z jistiny 10000 Kčs za 1 rok, t. j. 400 Kčs. Dlužník nedostane tedy 10000 Kčs, ale 9600 Kčs a vrátí za 1 rok částku 10000 Kčs.

Přemýšlejte: je to správné? Pro koho je tento způsob výpočtu spravedlivý, a pro koho nevýhodný? Pokusme se vypočítat správně původní hodnotu, které v tomto případě říkáme diskontovanou.

10000 jest jistina i s úrokem za 1 rok, tedy:

$$10000 = j + ú = j + \frac{j \times 4}{100} = j + \frac{j}{25} = \frac{26}{25} j.$$

Počítejme nyní jistinu: jedna pětadvacetina jistiny je hodnota: $\frac{10000}{26}$ t. j. přibližně 392,30 Kčs.

Diskontovaná jistina musí být pětadvacetkrát větší, tedy 9807,50 Kčs.

Z výpočtu je patrné, že dlužník dostal méně o 207,50 Kčs, než ve skutečnosti měl dostati.

Diskontovanou jistinu vypočteme tím, že vypočítáme úrok z částky, na niž zní směnka, t. j. z částky, která je součtem počáteční (diskontované) jistiny a úroku. Tuto hodnotu odečteme od konečné jistiny, t. j. částky, na niž směnka zní.

369. Vypočítejte diskontovanou hodnotu jistiny:

Směnka

	na Kčs	splatná	vydaná téhož roku	úrok. míra %
a)	3400,—	1. VI.	1. II.	6
b)	25000,—	1. XI.	1. III.	5
c)	3720,—	5. IV.	5. I.	4
d)	9720,—	15. VII.	15. IV.	5
e)	5600,—	25. XII.	1. VII.	$4\frac{1}{2}$

V životě se velmi často setkáváte s názvem poštovní spořitelna a Národní banka. Víte, jaký je jejich úkol?

U poštovní spořitelny si můžete také ukládati peníze jako v každé jiné spořitelně. Úroková míra je o něco menší, 2%. Z vkladu můžete si vyzdvihnouti nějakou částku, denně nejvýše 1000 Kčs u kteréhokoliv poštovního úřadu a ovšem vložit můžete také kdekoliv na poštovním úřadě.

Ke spořitelní knížce obdržíte ještě kontrolní lístek, bez kterého vám nemůže být vklad vydán. Ukládat můžete i v poštovních známkách.

Přemýšlejte o výhodách tohoto ukládání.

Vedle této služby je při poštovní spořitelně zřízena tak zvaná šeková služba. Obchodník, nebo každý, který přijímá a vydává často od lidí z různých končin republiky peníze, složí kmenový vklad 100 Kčs a zřídí si tak u poštovní spořitelny šekový účet. Dostane ke koupi tak zvané šekovní vplatní lístky a šeky označené jménem jeho účtu. Jeho účet obdrží určité číslo.

Chce-li mu občan zaslati nějaké peníze, napíše na složenku s jménem adresáta, který má otevřený účet u poštovní spořitelny částku a složí peníze u poštovního úřadu s poplatkem 1 Kčs za jakoukoliv zaslanou částku. Poštovní spořitelna připíše k účtu adresáta tuto hodnotu k dobru a oznámí mu připsání částky písemně.

Chce-li naopak zaslati osoba, která má účet u poštovní spořitelny někomu peníze, vyplní šek (příkaz) a pošle poštovní spořitelně. Ta obstará výplatu určenému adresátu. Je-li adresát bez účtu poštovní spořitelny, dostane vyplacenu částku v hotovosti; má-li adresát účet poštovní spořitelny, připíše mu tato zaslanou částku k účtu a oznámí mu písemně provedené zaúčtování.

Peníze možno poslati obchodníkovi, známe-li číslo jeho účtu také tak zvanou bianko složenkou. Je to složenka, kterou možno koupiti kdekoliv na poštovním úřadě bez vyplněného čísla účtu a adresy toho, komu peníze posíláme. Vyplníme perem jeho adresu a číslo účtu a pošleme peníze stejně, jako jeho příslušnou složenkou.

Vyplňte si jednu bianko složenku adresou i číslem adresáta.

Úkoly Národní banky jsou velmi různé a složité. Pro nás bude nejdůležitější, že vydává bankovky, kterými doplňuje kovové peníze podle potřeb hospodářského života. Mimo to určuje úrokovou míru ve státě a udržuje domácí měnu na stejné kursové výši v cizině. Pro obchod a průmysl je to velmi důležité. Přečetli jste si někdy v novinách výkaz o stavu jejího jmění? Je uveřejňován čtyřikrát měsíčně a dá se z něho ledacos pro vás srozumitelného a zajímavého vyčíst.

Obsahuje hlavně, vedle mnohých věcí pro vás nejasných, zásobu zlata, pohledávky v cizině, eskontované směnky a cenné papíry. Co je to eskontovaná směnka? Národní banka koupí směnky, proplatí je a tím umožní obchodníkovi, aby obdržel peníze dříve než v době, na kterou zní výplata směnky. Podobné je to u eskontovaných cenných papírů, jako jsou půjčky vydané státem. Zeptejte se otce, nemá-li doma nějakou státní půjčku. Tyto údaje jsou v tak zvaných aktivech. V pasivech je nejdůležitější oběh bankovek, starých i nových. Je-li poptávka po úvěru značná, rozmnožuje se oběh bankovek. Rozšiřuje se a zavádí se nová výroba, výrobní činnost, která potřebuje mít peníze v oběhu. Vidíte, jak je důležité neschovávati peníze doma.

Vedle papírových peněz máme ještě kovové peníze. Co víte o nich? Jak a kde se zhotovují?

Tyto peníze se razí ve státní mincovně v Kremnici na Slovensku. Ve slévárně se roztavují kovy, z kterých jsou kovové peníze vyráběny a slévají se v kov, tak zvaný mincovní kov do formy prutů. Teplota, při které se kovy taví je až 1400° C.

Tyto pruty přijdou do válcovny, kde se vylisují v plechy takové tloušťky, jako jsou peníze. Z těchto pásů kovových se vysekávají plíšky tvaru peněz. Ty přijdou do razírny. Na každý plíšek se vyrazí znaky ihned z obou stran. Toto ražení je velmi důmyslné. Z razírny se dají peníze do kotlů, nalejí se na ně kyseliny a tím, že se v kotli pohybují velkou rychlostí, třou se o sebe a čistí se.

Jedná-li se o kovové peníze stříbrné, nebo zlaté, odvažují se tyto velmi přesně a ty, které nevyhovují vahou (váží-li více nebo méně) přijdou zpět do slévárny a znovu se roztavují.

§ 5. Druhá mocnina a odmocnina.

32. Druhá mocnina. Často se vyskytují součiny, které mají oba činitele stejné; na př.

$$32 \times 32 = 1024.$$

Takový součin se často značí tak, že se číslo, které máme znásobiti samo sebou, napíše pouze jednou, ale vpravo nahoře se připíše malá dvojka. Tedy 32^2 znamená totéž jako 32×32, tedy

$$32^2 = 1024.$$

Říkáme, že 32^2 neboli 1024 je **druhá mocnina** čísla 32 neboli **čtverec** čísla 32; značku 32^2 čteme 32 **na druhou.**

Čtverce 1^2 až 12^2 znáte zpaměti:

$1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$,
$7^2 = 49$, $8^2 = 64$, $9^2 = 81$, $10^2 = 100$, $11^2 = 121$, $12^2 = 144$.

Příklad 1. 500^2.

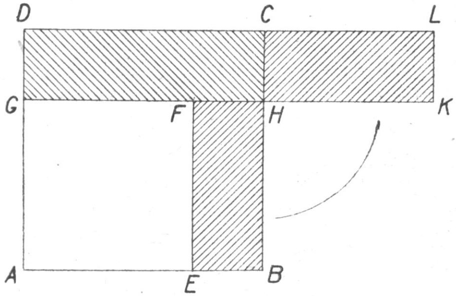
Máme počítati 500×500. Víme už z primy, že to můžeme provésti tak, že vypočteme $5 \times 5 = 25$ a potom posuneme všecky cifry o čtyři místa nalevo. Tedy $500^2 = 250\,000$.

Příklad 2. $0{,}008^2$. Protože každý činitel součinu $0{,}008 \times 0{,}008$ vznikl z jednociferného čísla 8 posunutím cifry o tři místa napravo, vypočteme $8 \times 8 = 64$ a posuneme cifry o šest míst napravo. Tedy $0{,}008^2 = 0{,}000064$.

370. a) 6000^2; b) $0{,}06^2$; c) 70000^2; d) $0{,}7^2$;
e) $1{,}1^2$; f) $0{,}11^2$; g) $0{,}12^2$; h) $0{,}0012^2$.

Druhou mocninu libovolného čísla můžeme vždy vypočísti násobením. Ale naučíme se jinému způsobu. Povede nás k němu zajímavá geometrická úvaha.

Narýsujte si na list papíru dva čtverce $ABCD$ a $AEFG$ v takové poloze jako v tištěném obrazci. První čtverec je větší než druhý. Plocha, kterou musíme přidati ke druhému čtverci, je v obrazci rozdělena na obdélník $CDGH$ a na obdélník $BEFH$. Ale úsečky CH a BE jsou si rovny, neboť



$$\overline{CH} = \overline{DG} = \overline{AD} - \overline{AG},$$
$$\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE},$$

takže $\overline{CH} = \overline{BE}$ je rozdíl délek stran našich čtverců. Proto můžete obdélník $BEFH$ vystřihnouti a přiložiti jej k obdélníku $CDGH$ v nové poloze, která je v tištěném obrazci označena $CHKL$. Vidíte, že rozdíl ploch našich dvou čtverců je tak veliký jako obdélník $DGKL$. Jedním rozměrem obdélníka $DGKL$ jest, jak jsme si už všimli, rozdíl délek stran našich čtverců. Druhý rozměr je

$$\overline{GK} = \overline{GH} + \overline{HK} = \overline{GH} + \overline{EF},$$

je to tedy součet délek stran našich čtverců.

Výsledek: Jsou-li dány dva čtverce, dostaneme obsah většího z nich, když k obsahu menšího přičteme obsah obdélníka, jehož rozměry jsou součet a rozdíl délek stran daných čtverců.

Má-li větší čtverec stranu dlouhou 63 cm a menší 60 cm, jsou jejich obsahy, jak víte, 63^2 cm^2 a 60^2 cm^2. Obdélník, který se nám vyskytl, má rozměry

$$\begin{aligned}(63 + 60)\ \text{cm} &= 123\ \text{cm},\\ (63 - 60)\ \text{cm} &= 3\ \text{cm},\end{aligned}$$

takže jeho obsah je

$$(123 \times 3)\ \text{cm}^2.$$

Tedy 63^2 cm^2 dostaneme, když k 60 cm^2 přičteme (123×3) cm^2 neboli

$$63^2 = 60^2 + 123 \times 3.$$

Výpočet zapisujeme takto:

$$\begin{array}{c c r}
\underline{63^2} & & \\
6^2 & \qquad & 36\,.\,. \\
123\,.\,3 & & \underline{369} \\
 & & 3969
\end{array}$$

Když jsme vypočetli $63^2 = 3969$, najdeme jako v příkladech 1 a 2, že

$$\begin{aligned}6300^2 &= 39690000,\\ 6{,}3^2 &= 39{,}69,\\ 0{,}063 &= 0{,}003969 \text{ atd.}\end{aligned}$$

371. a) 84^2; b) 77^2; c) 39^2; d) 68^2;
e) $7{,}6^2$; f) $0{,}054^2$; g) 5300^2; h) 290^2;
i) $0{,}87^2$; j) $0{,}0064^2$; k) 99000^2; l) $0{,}00027^2$.

Porovnáme-li obsahy čtverců se stranami 637 cm a 630 cm, dostaneme

$$637^2 = 630^2 + 1267\,.\,7$$

a podobně dostaneme ještě na př.

$$6378^2 = 6370^2 + 12748\,.\,8.$$

Protože už víme, že $63^2 = 3969$, můžeme vypočísti 637^2 takto:

$$\begin{array}{c c r}
\underline{637^2} & & \\
63^2 & \qquad & 3969\,.\,. \\
1267\,.\,7 & & \underline{8869} \\
 & & 405769
\end{array}$$

Když už je vypočteno $637^2 = 405769$, počítáme 6378^2 takto:

$$\begin{array}{lr}
\underline{\quad 6378^2} & \\
\quad 637^2 & 405769.. \\
12748.8 & \underline{101984} \\
 & 40678884
\end{array}$$

Ale když ještě neznáme 63^2, tím méně 637^2 a máme počítati 6378^2, upravíme počet tak, že sčítáme až najednou podle následujícího vzoru:

$$\begin{array}{lr}
\underline{\quad 6378^2} & \\
\quad 6^2 & 36.. \quad\;\; \\
123.3 & 369.. \quad \\
1267.7 & 8869.. \\
12748.8 & \underline{101984} \\
 & 40678884
\end{array}$$

Vyložte sami postup výpočtu!

Jedno malé zrychlení je možné. Číslo 123 jsme dostali tak, že jsme vypočetli $6 \,.\, 2 = 12$ a k výsledku připsali cifru 3. Na tom se nedá nic změnit. Ale následující číslo 1267 jsme dostali tak, že jsme vypočetli $63 \,.\, 2$ a k výsledku připsali cifru 7. Ale násobení dvěma $63 \,.\, 2$ nemusíme už provádět, neboť už máme zapsáno číslo $123 = 63 + 60$, k němuž stačí přičísti 3, abychom dostali $63 \,.\, 2$. Tedy číslo 1267 dostaneme tak, že sečteme $123 + 3$ a k výsledku připíšeme cifru 7. Podobně další číslo 12748 dostaneme nejkratčeji tak, že sečteme $1267 + 7$ a k výsledku připíšeme cifru 8.

Nezapomínejte, že při každém dalším kroku postoupíme o dvě místa napravo!

372. a) 427^2; b) 739^2; c) 405^2; d) 524^2;
e) $45{,}7^2$; f) 6830^2; g) 50900^2; h) $8{,}26^2$;
i) $0{,}306^2$; j) $0{,}756^2$; k) $0{,}0753^2$; l) 369000^2.

373. a) 2469^2; b) 3854^2; c) 7603^2; d) 5029^2;
e) 36804^2; f) 37795^2; g) 44444^2; h) 54321^2.

374. a) $82{,}57^2$; b) 399600^2; c) $0{,}8426^2$; d) $0{,}05757^2$.

Z příkladů, které jste počítali, získali jste tu zkušenost, že
druhá mocnina jednociferného čísla má počet cifer 1 nebo 2,
druhá mocnina dvojciferného čísla má počet cifer 3 nebo 4,
druhá mocnina trojciferného čísla má počet cifer 5 nebo 6
atd.

Příklad 3. Jest $68*^2 = 467856$. Určete neznámou cifru (označenou hvězdičkou).

Napřed si vypočteme, že $68^2 = 4624$. Proto jest $680^2 = 462400$ a tedy

$$68*^2 = 462400 + 136* \times *.$$

Protože $467856 - 462400 = 5456$, jest

$$5456 = 136* \times *,$$

takže neznámá cifra je podíl $5456 : 136*$, který se přibližně rovná podílu $5450 : 1360$ neboli podílu $545 : 136$. Z toho soudíme, že neznámá cifra je pravděpodobně 4. Opravdu je

$$5456 = 1364 \times 4,$$

tedy $684^2 = 467856$.

Výpočet, který jsme provedli, můžeme upraviti takto:

$$\begin{array}{ll} \underline{68^2} & \\ 6^2 & 36.. \\ 128.8 & \underline{1024} \\ & 4624 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 6\,8\,*^2 = 4\,6\,7\,8|5\,6 \\ \underline{-\,4\,6\,2\,4} \\ 5\,4\,5\,\lfloor 6 : 1\,3\,6\,4\,.\,4 \\ 0 \end{array}$$

Popis. V čísle 4678 si zatím nevšímáme posledních dvou cifer 56, které si oddělíme svislou čarou, takže nám vznikne číslo 4678. Od tohoto čísla odečteme číslo $68^2 = 4624$, které jsme si vypočetli stranou. Dostaneme rozdíl 54, k němuž připíšeme cifry 56, které zůstaly za svislou čarou. Tak vznikne číslo 5456, ve kterém si nevšímáme poslední cifry 6. Tu oddělíme malým háčkem, takže máme číslo 545, které dělíme (ale jen na jednu cifru) číslem 136, t. j. dvojnásobkem čísla 68. Podíl je 4. Cifru 4 připíšeme k číslu 136, takže vznikne číslo 1364. Toto číslo násobíme čtyřmi a součin hned odčítáme od čísla 5456. Protože vyjde rozdíl 0, jsme hotovi. Cifra označená hvězdičkou je čtyřka.

375. Určete neznámou cifru (označenou hvězdičkou).

a) $76*^2 = 582169$; b) $26*^2 = 71289$; c) $53*^2 = 287296$.

Příklad 4. Dejte neznámé cifře (označené hvězdičkou) co největší takovou hodnotu, aby bylo

$$56*^2 < 321482,$$

t. j. aby druhá mocnina čísla $56*$ byla menší než 321482.

Napřed si zase vypočteme, že $56^2 = 3136$, takže $560^2 = 313600$.

Protože

$$56{*}^2 = 560^2 + 112{*} \times {*} = 313600 + 112{*} \times {*}$$

a protože rozdíl 321482 — 313600 se rovná 7882, musí býti

$$112{*} \times {*} < 7882.$$

Tím spíše bude

$$1120 \times {*} < 7882.$$

Proto neznámá cifra je menší než podíl 7882 : 1120, který je přibližně rovný podílu 788 : 112. První cifra podílu 788 : 112 je sedmička. Z toho nejprve soudíme, že hledaná cifra je asi sedmička. Ale v našem případě není tento odhad hledané cifry přesný. Je totiž sice pravda, že

$$1120 \times 7 < 7882,$$

ale není pravda, že

$$1127 \times 7 < 7882.$$

Proto cifra 7 se musí o jedničku snížit. Místo cifry 7 vezmeme cifru 6 a přesvědčíme se, že

$$1126 \times 6 < 7882.$$

Hledaná cifra je šestka.

Výpočet, který jsme provedli, můžeme upraviti takto:

$$\begin{array}{cr}
\underline{56^2} & \\
5^2 & 25\,.\,. \\
106.6 & \underline{636} \\
 & 3136
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
56{*}^2 < 3214|82 \\
\underline{-\;3136} \\
788\underline{2} : 1126\,.\,6
\end{array}$$

Popis můžeme říci stručně, protože je podobný jako u příkladu 3. Oddělíme 82 svislou čarou. Od čísla 3214 odečteme $56^2 = 3136$. K rozdílu 78 připíšeme 82 a cifru 2 oddělíme háčkem. Dělíme 788 : 112. Číslo 112 je v čísle 788 obsaženo sedmkrát, ale rozdíl je 4, je tedy velmi malý. Proto jsme opatrní. K číslu 112 si jen myslíme připsáno 7 a zkoušíme zatím bez psaní, zdali lze od 7882 odečísti součin 1127.7. Přesvědčíme se, že nelze. Proto k číslu 112 připíšeme 6 (tedy o 1 méně) a zkoušíme, lze-li od 7882 odečísti 1126.6. Najdeme, že to lze a rozdíl je 1136. Cifra označená hvězdičkou je šestka.

Jaký význam má rozdíl, který nám při právě provedeném výpočtu vyšel? Tento rozdíl nám udává, oč je číslo 321482 větší než 566^2. Neboť 566^2 se počítá takto:

$$\begin{array}{ll} \overline{566^2} & \\ 56^2 & 3136.. \\ 1126.6 & \underline{\quad 6756} \\ & 320356 \end{array}$$

Abychom našli, oč je 321482 větší než 566^2, můžeme od čísla 321482 nejprve odečísti 313600 a potom od výsledku odečísti 1126.6. Ale když se podíváme na hořejší výpočet, vidíme, že jsme ta dvě odčítání již provedli. Po prvním odečtení vyšlo číslo 7226, po druhém číslo 1136. Je tedy číslo 321482 opravdu o 1136 větší než 566^2.

V následujícím cvičení také pokaždé udejte, oč je číslo vpravo větší než druhá mocnina vlevo.

376. Jaká je největší možná hodnota neznámé cifry?

a) $51*^2 < 264730$; b) $79*^2 < 631928$; c) $27*^2 < 77536$.

33. Druhá odmocnina. Když jedno číslo je druhou mocninou druhého, říkáme o druhém čísle, že je **druhou odmocninou** prvého. Na př.

druhá mocnina čísla 6 je 36, což píšeme $6^2 = 36$,
druhá mocnina čísla 63 je 3969, což píšeme $63^2 = 3969$,
druhá mocnina čísla 637 je 405769, což píšeme $637^2 = 405769$.

Proto

druhá odmocnina čísla 36 je 6, což píšeme $\sqrt{36} = 6$,
druhá odmocnina čísla 3969 je 63, což píšeme $\sqrt{3969} = 63$,
druhá odmocnina čísla 405769 je 637, což píšeme $\sqrt{405769} = 637$.

Tedy

$\sqrt{36} = 6$ znamená totéž jako $6^2 = 36$,
$\sqrt{3969} = 63$ znamená totéž jako $63^2 = 3969$,
$\sqrt{405769} = 637$ znamená totéž jako $637^2 = 405769$.

Místo „druhá odmocnina" se také říká „druhý kořen". Slovo kořen zní latinsky radix a ze začátečního písmene slova radix vznikla značka $\sqrt{\ }$.

Příklad 1. Vypočtěte $\sqrt{2209}$.

Hledáme číslo, jehož druhá mocnina je 2209. Protože číslo 2209 je čtyrciferné, bude hledané číslo dvojciferné. První cifra bude 4, neboť

$$40^2 = 1600 < 2209, \text{ ale } 50^2 = 2500 > 2209.$$

Tedy hledané číslo je mezi 40 a 50, takže máme úlohu určiti neznámou cifru tak, aby bylo $4*^2 = 2209$. Tuto úlohu umíme řešiti:

$$\begin{array}{l} 4*^2 = 22|09 \\ \quad -16 \\ \hline \quad\quad 60\lfloor 9 : 8\,7\,.\,7 \\ \quad\quad\quad 0 \end{array}$$

Tedy druhá cifra je 7 a $\sqrt{2209} = 47$. Menšitele 16 obyčejně ani nepíšeme, nýbrž jej odečteme od 22 zpaměti. Výpočtu dáváme zpravidla tuto úpravu:

$$\begin{array}{l} \sqrt{22|09} = 47 \\ \quad 60\lfloor 9 : 8\,7\,.\,7 \\ \quad\quad 0 \end{array}$$

Popis. V čísle 2209 oddělíme svislou čarou poslední dvě cifry a všímáme si zatím jen čísla 22. K tomuto číslu hledáme největší čtverec jednociferného čísla, který jej nepřesáhne. Je to $16 = 4^2$ a proto první cifra druhé odmocniny je 4. Zapíšeme ji za rovnítko. Od čísla 22 odečteme $4^2 = 16$ a k rozdílu 6 připíšeme cifry 09. Máme číslo 609, ve kterém oddělíme háčkem cifru 9; vznikne nám číslo 60, které dělíme 8 (t. j. dvojnásobkem čísla 4). Protože $87 . 7$ odečteno od 609 dá rozdíl 0, druhá cifra druhé odmocniny je 7. Zapíšeme ji také za rovnítko a jsme hotovi.

377. a) $\sqrt{289}$; b) $\sqrt{5184}$; c) $\sqrt{2809}$; d) $\sqrt{676}$; e) $\sqrt{8836}$; f) $\sqrt{4356}$; g) $\sqrt{961}$; h) $\sqrt{1681}$.

Příklad 2. Které je největší z těch celých čísel, jejichž druhá mocnina je menší než 761?

Hledané číslo je jistě dvojciferné. Proč? Jeho první cifra je 2, neboť

$$20^2 = 400 < 761, \text{ ale } 30^2 = 900 > 761.$$

Tedy hledané číslo má tvar $2*$ a určení neznámé cifry je úkol, který jsme řešili ve cvič. 376. Výpočtu dáváme stejnou úpravu jako v předešlém příkladě:

$$\begin{array}{l} \sqrt{7|61} \doteq 27 \\ \;36\lfloor 1 : 4\,7\,.\,7 \\ \;\;32 \end{array}$$

Popis umíte jistě provésti sami, protože je vše skoro stejné jako v příkladě 1. Jsou jen dva rozdíly. Předně nad rovnítko napíšeme tečku, protože není $27^2 = 761$, nýbrž $27^2 < 761$. Za druhé po odečtení součinu 47.7 od čísla 361 nevyjde zbytek 0, nýbrž zbytek 32. Víme, že to znamená, že číslo 27^2 je o 32 menší než 761. Přesvědčte se o tom!

Příklad 3. Vypočtěte $\sqrt{76176}$.

Zatím jde o to, abyste porozuměli početnímu postupu. Proto nevadí, prozradí-li se vám předem, že vyjde číslo 276. Jde ovšem o to, jak bychom k číslu 276 dospěli, kdybychom je neznali.

Že 276 je správný výsledek, plyne z výpočtu:

$$\begin{array}{lr} 276^2 & \\ 2^2 & 4\,.\,. \\ 47.7 & 329\,.\,. \\ 546.6 & 3276 \\ \hline & 76176 \end{array}$$

Jest $276^2 = 76176$, takže

$$270^2 < 76176, \text{ ale } 280^2 > 76176.$$

Protože čísla 270^2 a 280^2 končí dvěma nulami, je také

$$270^2 < 76100, \text{ ale } 280^2 > 76100$$

a proto je

$$27^2 < 761, \text{ ale } 28^2 > 761.$$

Z toho je patrné, jak lze dospěti k číslu 27, které se skládá z prvních dvou cifer konečného výsledku 276. Číslo 27 je největší číslo celé, jehož čtverec je menší než číslo 761, které vznikne z daného čísla 76176 tím, že nedbáme na poslední dvě cifry.

Určení čísla 27 je tedy týž úkol, který jsme řešili v příkladě 2. Provedení jsme dali tuto úpravu:

$$\begin{array}{l} \sqrt{7|61} \doteq 27 \\ \;\;361 : 47\,.\,7 \\ \;\;\;32 \end{array}$$

Víme z tohoto výpočtu také, že číslo 761 je o 32 větší nežli 27^2. Jakmile máme číslo 27 nalezeno, máme ještě jen určiti neznámou cifru tak, aby bylo $27*^2 = 76176$. To je úkol, který jsme řešili ve cvič. **375**. Provedení jsme dávali tuto úpravu:

$$\begin{array}{ll} \underline{27^2} & \\ 2^2 & 4\,.\,. \\ 47.7 & \underline{329} \\ & 729 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,7\,{*}^2 = 7\,6\,1|7\,6 \\ \underline{-7\,2\,9} \\ 3\,2\,7\,\llcorner\underline{6} : 5\,4\,6\,.\,6 \\ 0 \end{array}$$

Při tom jsme napřed vypočetli $27^2 = 729$ a potom $761 - 729 = 32$. Ale to je zbytečné, protože víme předem, že $761 - 27^2 = 32$. Celému výpočtu dáváme tuto úpravu:

$$\begin{array}{l} \sqrt{7|6\,1|7\,6} = 2\,7\,6 \\ 3\,6\,\llcorner\underline{1} : 4\,7\,.\,7 \\ \quad 3\,2\,7\,\llcorner\underline{6} : 5\,4\,6\,.\,6 \end{array}$$

Popis. Číslo 76176 rozdělíme svislými čarami na dvojciferné skupiny, při čemž začínáme od jednotek. První skupina vlevo je v našem případě jednociferná. K číslu 7 (t. j. k první skupině) určíme největší číslo, jehož čtverec ji nepřesáhne. Je to číslo 2; proto cifru 2 zapíšeme za rovnítko. Od čísla 7 odečteme $2^2 = 4$, k rozdílu 3 připíšeme 61 (t. j. druhou skupinu) a háčkem oddělíme poslední cifru 1. Nyní provedeme odhad $36 : 4$, ale opatrně! 9 je příliš mnoho, neboť 49.9 je větší než 361; také 8 je ještě příliš mnoho, neboť i 48.8 je větší než 361. Teprve 47.7 je menší než 361, takže 7 je správná druhá cifra, kterou zapíšeme za rovnítko. Od čísla 361 odečteme 47.7 a k rozdílu 32 připíšeme 76 (t. j. třetí skupinu). Háčkem oddělíme 6 a provedeme odhad $327 : 54$. (Jest $54 = 27.2$ nebo jednodušeji $54 = 47 + 7$.) Ten nám dá poslední cifru 6, kterou zapíšeme za rovnítko. Od čísla 3276 odečteme 546.6. Dostaneme rozdíl 0 a jsme hotovi.

Poznámka. Obyčejně je to jenom první odhad, který je choulostivý. Při něm jsme v čísle 47 cifru 7 (v tom okamžiku ještě neznámou) nahradili cifrou 0 a číslo 40 je příliš hrubé přiblížení k číslu 47. Při druhém odhadu jsme v čísle 546 cifru 6 (v tom okamžiku ještě neznámou) nahradili cifrou 0 a číslo 540 je už mnohem lepší přiblížení k číslu 546 nežli bylo 40 k číslu 47.

Příklad 4. Vypočtěte $\sqrt{14876449}$.

Výsledek je nyní čtyrciferné číslo, ale postup je docela stejný jako v příkladě 3. Provedení:

$$\begin{array}{l}
\sqrt{1\,4|8\,7|6\,4|4\,9} = 3\,8\,5\,7 \\
\quad 5\,8\,\underline{7} : 6\,8\,.\,8 \\
\quad\quad 4\,3\,6\,\underline{4} : 7\,6\,5\,.\,5 \\
\quad\quad\quad 5\,3\,9\,4\,\underline{9} : 7\,7\,0\,7\,.\,7 \\
\quad\quad\quad\quad\quad 0
\end{array}$$

378. a) $\sqrt{273529}$; b) $\sqrt{334084}$; c) $\sqrt{466489}$;
d) $\sqrt{599076}$; e) $\sqrt{769129}$; f) $\sqrt{891136}$.

379. a) $\sqrt{649636}$; b) $\sqrt{259081}$; c) $\sqrt{94249}$.

380. a) $\sqrt{4704561}$; b) $\sqrt{17749369}$; c) $\sqrt{36012001}$.

Podle příkladu 4 je $3857^2 = 14876449$. Proto je také na př.

$$3{,}857^2 = 14{,}876449;$$
$$0{,}03857^2 = 0{,}0014876449$$

neboli

$$\sqrt{14{,}876449} = 3{,}857;$$
$$\sqrt{0{,}0014876449} = 0{,}03857.$$

Výpočet takových druhých odmocnin je vlastně stejný jako výpočet $\sqrt{14876449}$. Provedení:

$$\begin{array}{l}
\sqrt{1\,4,|8\,7|6\,4|4\,9} = 3{,}8\,5\,7 \\
\quad 5\,8\,\underline{7} : 6\,8\,.\,8 \\
\quad\quad 4\,3\,6\,\underline{4} : 7\,6\,5\,.\,5 \\
\quad\quad\quad 5\,3\,9\,4\,\underline{9} : 7\,7\,0\,7\,.\,7 \\
\quad\quad\quad\quad\quad 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\sqrt{0,|0\,0|1\,4|8\,7|6\,4|4\,9} = 0{,}0\,3\,8\,5\,7 \\
\quad\quad\quad 5\,8\,\underline{7} : 6\,8\,.\,8 \\
\quad\quad\quad\quad 4\,3\,6\,\underline{4} : 7\,6\,5\,.\,5 \\
\quad\quad\quad\quad\quad 5\,3\,9\,4\,\underline{9} : 7\,7\,0\,7\,.\,7 \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0
\end{array}$$

Tyto věci musíme míti na paměti: Rozdělování na dvojciferné skupiny se děje tak, že desetinná čárka je na rozhraní dvou skupin. Každé skupině v čísle, které odmocňujeme, odpovídá jedna cifra výsledku. Při překročení desetinné čárky přijde i do výsledku desetinná čárka. Když se několik prvých skupin skládá jen z nul, odpovídají jim také nuly ve výsledku.

381. a) $\sqrt{6{,}76}$; b) $\sqrt{15{,}21}$; c) $\sqrt{0{,}2704}$; d) $\sqrt{0{,}0784}$;
e) $\sqrt{0{,}003364}$; f) $\sqrt{0{,}023104}$; g) $\sqrt{1{,}2996}$; h) $\sqrt{0{,}014161}$;
i) $\sqrt{1552{,}36}$; j) $\sqrt{0{,}111556}$; k) $\sqrt{25{,}8064}$; l) $\sqrt{0{,}368449}$;
m) $\sqrt{50{,}2681}$; n) $\sqrt{64{,}6416}$; o) $\sqrt{0{,}00041616}$; p) $\sqrt{0{,}091809}$.

Čísla, jejichž druhou odmocninu jsme dosud počítali, byla volena tak, že se výsledek dal napsati přesně ve tvaru desetinného čísla. Ale tak jako při dělení, lze i při odmocňování obyčejně psáti výsledek ve tvaru desetinného čísla pouze přibližně. Při dělení připisujeme nuly, zde připisujeme skupiny dvou nul.

Příklad 5. Vypočtěte $\sqrt{2{,}7}$ na čtyři desetinná místa (na pět platných cifer). Provedení:

$\sqrt{2{,}|7} \doteq 1{,}6\,4\,3\,1\,7 \doteq 1{,}6\,4\,3\,2$
1 7 0 : 2 6 . 6
1 4 0 0 : 3 2 4 . 4
1 0 4 0 0 : 3 2 8 3 . 3
5 5 1 0 0 : 3 2 8 6 1 . 1
2 3 2 3 9 0 0 : 3 2 8 6 2 7 . 7
2 3 5 1 1

Počítáme (jako při dělení) o jedno místo více a potom zaokrouhlíme.

382. Počítejte na tři platné cifry.
a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{20}$; c) $\sqrt{0{,}3942}$; d) $\sqrt{0{,}03942}$;
e) $\sqrt{0{,}8168}$; f) $\sqrt{8627}$; g) $\sqrt{0{,}00909}$; h) $\sqrt{0{,}104}$.

383. Počítejte na tolik destinných míst, kolik je udáno v závorce.
a) $\sqrt{7{,}094}$ (2); b) $\sqrt{0{,}6085}$ (3); c) $\sqrt{0{,}1}$ (3);
d) $\sqrt{0{,}0932}$ (3); e) $\sqrt{0{,}001656}$ (4); f) $\sqrt{0{,}00036}$ (3).

§ 6. Opakování a doplňky.

34. Zlomky. V nauce o zlomcích musíme míti stále na paměti, že se každý zlomek dá psáti v různých tvarech. To jste poznali už v prvé třídě a letos jsme si to zopakovali v odst. **1** této učebnice. Mimoto byla tato okolnost zdůrazněna i v přehledném odst. **11**, který byste si měli nyní znovu pročíst.

Jednotlivé početní výkony se zlomky byly probrány v odst. **2**, **4** a **7** této učebnice, kde jsou také příklady, podle nichž jste ty výkony procvičovali. Smíšené příklady k opakování jsou v odst. **12**.

Když se někdo učí nějaké práci, musí se především snažiti o to, aby v jeho výkonu nebyly chyby, které by celou práci znehodnotily. Teprve po překonání základních potíží může si s úspěchem všímati různých méně důležitých drobností, které mohou práci urychliti a při tom nesníží její hodnotu. O několika takových drobnostech při počítání se zlomky si promluvíme v tomto odstavci.

Při násobení a dělení zlomků jsme se dosud řídili všeobecně platným postupem, kterého jsme užívali i tehdy, když obě daná čísla jsou zlomky, i tehdy, když jedno z daných čísel je celé. Nyní si všimneme znovu pouze případu, kdy máme zlomek násobit nebo dělit číslem celým. Pro násobení platí pravidla:

I. Zlomek násobíme číslem celým, když jím násobíme čitatele a jmenovatele ponecháme beze změny.

II. Zlomek násobíme číslem celým, když jím dělíme jmenovatele a čitatele ponecháme beze změny.

Podle pravidla I je na př. $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{20}{8}$ a krácením dojdeme k výsledku $\frac{5}{2}$. Podle pravidla II dostaneme $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2}$ hned bez krácení. Odůvodnění pravidla I je zřejmé: toto pravidlo vlastně není nic jiného než obecné pravidlo pro násobení dvou zlomků, užité na ten zvláštní případ, kdy jeden činitel je číslo celé. Pravidlo II plyne z pravidla I podle zásady, že u zlomku je dovoleno dělit čitatele i jmenovatele týmž číslem. Pravidlo II je výhodnější, dá-li se ho užít, t. j. je-li jmenovatel daného zlomku dělitelný číslem, kterým máme zlomek násobit. Pravidla I se dá užít vždycky.

Nedá-li se užít pravidla II, můžeme si často pomoci tím, že celé číslo, kterým máme zlomek násobit, vhodně rozložíme na tvar součinu.

Příklad 1. $\frac{5}{18} \times 30$.

Rozložíme $30 = 6 \times 5$, násobíme šesti podle druhého pravidla a výsledek násobíme pěti podle prvního pravidla. Dostaneme nejprve $\frac{5}{18} \times 6 = \frac{5}{3}$, potom $\frac{5}{3} \times 5 = \frac{25}{3}$, tedy výsledek je $\frac{25}{3}$ neboli $8\frac{1}{3}$.

384. a) $\frac{5}{6} \times 8$. b) $\frac{2}{9} \times 6$. c) $\frac{9}{8} \times 12$. d) $\frac{3}{10} \times 15$. e) $\frac{3}{10} \times 75$. f) $\frac{9}{20} \times 16$. g) $\frac{7}{30} \times 12$. h) $\frac{7}{30} \times 27$. i) $\frac{8}{25} \times 20$. j) $\frac{5}{24} \times 36$.

III. Zlomek dělíme číslem celým, když jím násobíme jmenovatele a čitatele necháme beze změny.

IV. Zlomek dělíme číslem celým, když jím dělíme čitatele a jmenovatele necháme beze změny.

Podle pravidla III je na př. $\frac{9}{8} : 3 = \frac{9}{24}$ a krácením dojdeme k výsledku $\frac{3}{8}$. Podle pravidla IV dostaneme $\frac{9}{8} : 3 = \frac{3}{8}$ hned bez krácení. Odůvodnění pravidla III je zřejmé, uvědomíme-li si, že $\frac{9}{8} : 3 = \frac{9}{8} \times \frac{1}{3}$

a počítáme-li tento součin podle obecného pravidla o násobení zlomků. Pravidlo IV vychází z pravidla III podle zásady, že zlomek lze beze změny jeho hodnoty krátit.

Příklad 2. $2\frac{7}{9} : 15$.

Nejprve převeďme smíšené číslo $2\frac{7}{9}$ na tvar nepravého zlomku $\frac{25}{9}$. Potom rozložíme $15 = \underline{5} \times 3$, dělíme pěti podle pravidla IV a výsledek dělíme třemi podle pravidla III. Dostaneme nejprve $\frac{25}{9} : 5 = \frac{5}{9}$, potom $\frac{5}{9} : 3 = \frac{5}{27}$. Tedy $2\frac{7}{9} : 15 = \frac{5}{27}$.

385. a) $\frac{12}{13} : 10$. b) $\frac{12}{13} : 15$. c) $\frac{12}{13} : 20$. d) $\frac{4}{7} : 16$. e) $\frac{8}{11} : 24$. f) $2\frac{2}{3} : 6$. g) $2\frac{2}{3} : 16$. h) $3\frac{2}{11} : 14$. i) $3\frac{2}{11} : 40$. j) $3\frac{2}{11} : 105$.

Protože $\frac{4}{7}$ je totéž jako podíl $4 : 7$, sedmkrát $\frac{4}{7}$ je 4. **Zlomek násobený svým jmenovatelem dá jako výsledek čitatele.** To plyne také z pravidla II. Na př.

$$\frac{4}{7} \times 7 = 4; \quad \frac{9}{10} \times 10 = 9; \quad 3\frac{1}{2} \times 2 = \frac{7}{2} \times 2 = 7.$$

Když máme smíšené číslo násobiti číslem celým, je často výhodné nepřeváděti smíšené číslo na tvar nepravého zlomku.

Příklad 3. $9\frac{4}{15} \times 12$.

Počítáme nejprve 9×12, potom $\frac{4}{15} \times 12$ a oba výsledky sečteme. Jest $9 \times 12 = 108$. $\frac{4}{15} \times 12$ počítáme jako ve cvičení **384.** Jest $12 = \underline{3} \times 4$, $\frac{4}{15} \times 3 = \frac{4}{5}$, $\frac{4}{5} \times 4 = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$. Tedy $9\frac{4}{15} \times 12 = 108 + 3\frac{1}{5} = 111\frac{1}{5}$.

386. a) $3\frac{4}{5} \times 9$. b) $8\frac{2}{3} \times 7$. c) $5\frac{3}{11} \times 30$. d) $3\frac{3}{4} \times 25$. e) $16\frac{3}{10} \times 9$. f) $3\frac{3}{4} \times 4$. g) $3\frac{2}{5} \times 5$. h) $7\frac{1}{8} \times 8$. i) $4\frac{7}{10} \times 10$. j) $27\frac{2}{9} \times 9$. k) $2\frac{3}{4} \times 2$. l) $28\frac{4}{15} \times 5$. m) $7\frac{3}{8} \times 28$. n) $9\frac{5}{6} \times 30$. o) $4\frac{5}{24} \times 60$.

Nauka o dělitelnosti, jejíž začátky jste poznali v primě, je s naukou o zlomcích v souvislosti mnohem těsnější, nežli bylo možné vám vyložiti. Mějme na př. dva zlomky (v základním tvaru), jejichž jmenovatelé jsou nesoudělná čísla, třeba zlomky $\frac{8}{9}$ a $\frac{7}{10}$ (9 a 10 jsou nesoudělná čísla). Nejmenší společný násobek dvou nesoudělných čísel je jejich součin. Máme-li tedy dva takové zlomky sečíst (nebo odečíst), uvedeme je na nový tvar, jehož jmenovatel je součin daných jmenovatelů, potom sečteme čitatele a na konec pátráme, zdali se dá výsledek krátit. Toto pátrání je však zbytečné, neboť se dá ukázat, že v tomto případě se jistě výsledek krátit nedá. Odůvodnění by vás snad ani nezajímalo, ale sestavte si několik příkladů a přesvědčte se sami o správnosti učiněného tvrzení. Na př.

$$\frac{8}{9}+\frac{7}{10}=\frac{80+63}{90}=\frac{143}{90}=1\frac{53}{90},$$
$$\frac{8}{9}-\frac{7}{10}=\frac{80-63}{90}=\frac{17}{90}.$$

Ani $\frac{53}{90}$ ani $\frac{17}{90}$ se krátit nedá. Je mnohem více případů, ve kterých se dá při větší znalosti nauky o dělitelnosti předpovědět, že se výsledek sčítání nebo odčítání krátit nedá. Když na př. sčítáme dva zlomky (v základním tvaru), jejichž jmenovatelé mají největšího společného dělitele 4, a když si je uvedeme na nový tvar, jehož jmenovatel je nejmenší společný násobek daných jmenovatelů a potom čitatele sečteme, pak platí toto. Je-li jeden z daných jmenovatelů násobek osmi, potom se výsledek jistě krátit nedá; není-li žádný z daných jmenovatelů násobek osmi, dá se výsledek jistě krátit a to buďto dvěma nebo čtyřmi (ne větším číslem). Přesvědčte se o tom na nějakých příkladech.

Když jsme sčítali více než dva zlomky, převáděli jsme je hned všecky na společného jmenovatele. Ale je často možné zkrátiti počet tím, že sčítance vhodně seskupíme a sčítáme postupně.

Příklad 4. $\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}.$

Jest $\frac{7}{12}+\frac{1}{6}=\frac{7+2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4},$

$$\frac{4}{5}+\frac{7}{10}=\frac{8+7}{10}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2},$$

tedy

$$\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}=\frac{3}{4}+\left(\frac{7}{12}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{5}+\frac{7}{10}\right)=$$
$$=\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3.$$

To je jednodušší počet nežli

$$\frac{7}{12}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{7}{10}=\frac{35+48+45+10+42}{60}=\frac{180}{60}=3.$$

Poznali jste v tomto odstavci, že si můžeme při počítání se zlomky často zkrátiti počet rozmanitými obraty. Ale na vás se žádá pouze, abyste uměli postupovati způsobem, který vám byl vyložen v § 1. a abyste při tom nedělali chyby.

35. Slovní úlohy.

Příklad 1. 15 dělníků, kteří pracují 8 hodin denně, mělo vykonati určitou práci za 27 pracovních dní. Po 10 pracovních dnech byla práce přerušena na 5 dní. Aby byla dokončena včas, byli přibráni další dělníci a všichni potom pracovali $8\frac{1}{2}$ hodiny denně. Kolik dělníků bylo třeba přibrati?

Tato úloha se zdá na první pohled těžká. Ale snadno si pomůžeme, rozdělíme-li si celou práci na dva úseky. První pracovní úsek trval 10 dní a nebude nás už zajímati. Druhý pracovní úsek měl býti podle původního plánu vykonán 15 dělníky při 8 hodinách denně za 17 dní (neboť 27 — 10 = 17). Podle změněného plánu má vykonati druhý pracovní úsek neznámý počet dělníků při $8\frac{1}{2}$ hodinách denně za 12 dní (neboť 17 — 5 = 12). To je složená trojčlenka. Jako v odst. 25 napíšeme

$$\begin{array}{ll|ll} \downarrow & 8 \text{ prac. hodin} \ldots\ldots & \downarrow\ 17 \text{ dní} \ldots\ldots & 15 \text{ dělníků} \\ & 8\tfrac{1}{2} \text{ prac. hodin} \ldots\ldots & \ 12 \text{ dní} \ldots\ldots & x \text{ dělníků} \end{array}$$

a vypočteme

$$x = \frac{8}{8\frac{1}{2}} \times \frac{17}{12} \times 15 = \frac{16 \times 17 \times 15}{17 \times 12} = \frac{16 \times 15}{12} = \frac{4 \times 15}{3} = 4 \times 5 = 20.$$

Jest 20 — 15 = 5. Tedy bylo přibráno 5 dělníků.

387. V obleženém městě bylo dosti potravy pro 10000 lidí na 35 dní. Ale po 5 dnech přibylo do města 2500 uprchlíků. Všichni potom dostávali jen poloviční dávku. Jak dlouho ještě mohli se zásobami vystačit?

388. V kanceláři svítili 11 lampami a měli zásobu petroleje na 100 dní. Ale po 35 dnech začali svítit ještě dvěma dalšími lampami. Na kolik dní jim celkem vystačila zásoba petroleje?

389. Na stavbě silnice bylo zaměstnáno 75 lidí pracujících 10 hodin denně. Stavba byla rozpočtena na 150 dní. Po 60 dnech odešlo 15 dělníků na jinou stavbu. Kolik hodin denně by musili ostatní potom pracovati, aby byla práce dokončena pouze o 10 dní později, nežli bylo zamýšleno původně?

Příklad 2. Z jednoho kohoutku se naplní vana za 12 minut, ze druhého za 15 minut. Plná vana se vyprázdní za 10 minut. Vana byla plněna z obou kohoutků najednou, ale odtok zůstal omylem otevřen. Za jak dlouho se naplnila vana?

Za jednu minutu nateče z prvního kohoutku $\frac{1}{12}$ vany. Za jednu minutu nateče z druhého kohoutku $\frac{1}{15}$ vany. Za jednu minutu vyteče otvorem $\frac{1}{10}$ vany. Tedy, když jsou otevřeny oba kohoutky a také odtok, přibude za jednu minutu vody do

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) - \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$$

vany. Tedy vana se naplní za 20 minut.

Příklad 3. Určitou práci by vykonal A za 3 dni, B za 9 dní a C za $4\frac{1}{2}$ dne. Za jak dlouho ji vykonají, budou-li pracovati všichni tři?

Za den vykoná A $\frac{1}{3}$ práce, B $\frac{1}{9}$ práce, C

$$\frac{1}{4\frac{1}{2}} = \frac{2}{9}$$

práce. Tedy všichni dohromady vykonají za den

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$$

práce. Práce jim bude trvati

$$\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

dne.

390. Určitou práci by vykonal A za 30 dní, B za 6 dní. Za jak dlouho ji vykonají společně?

391. Vana se naplní z jednoho kohoutku za 10 minut, ze druhého za 15 minut. Za jak dlouho se naplní vana, jsou-li otevřeny oba kohoutky?

392. Ze dvou kohoutků najednou se naplní vana za 4 minuty. Z prvního se naplní za 7 minut. Za jak dlouho se naplní z druhého?

393. Vana se naplní za 15 minut. Plná vana se vyprázdní za 12 minut. Vana je plná a otevře se přítok i odtok. Za jak dlouho se vyprázdní?

394. Vodní nádrž má tři odtoky. Jsou-li otevřeny všecky tři, vyprázdní se za 3 hodiny. Prvním odtokem by se vyprázdnila za 6 hodin, druhým za 9 hodin. Za jakou dobu by se vyprázdnila třetím odtokem?

395. Určitá částka peněz stačí na výplatu mzdy u jednoho podniku na 21 dní, u druhého podniku na 28 dní. Na kolik dní stačí ta částka pro oba podniky dohromady?

396. A, B a C píší společně adresy a jsou hotovi za 30 minut. A a B by byli s touž prací hotovi za 40 minut, B a C by potřebovali 45 minut. Za jak dlouho by tu práci provedl

a) A sám? b) B sám? c) C sám?

Příklad 4. A by zoral pozemek za 60 hodin, B za 48 hodin, C za 50 hodin. Pracují takto: nejprve oře A 12 hodin, potom B 12 hodin, na konec C. Jak dlouho oře C?

Za hodinu zorá A $\frac{1}{60}$ pozemku, B $\frac{1}{48}$ pozemku. A pracoval 12 hodin, B také 12 hodin. Tedy zorali

$$\frac{12}{60} + \frac{12}{48} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$$

pozemku. Zbývá zorati $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ pozemku. C zorá celý pozemek za 50 hodin, tedy $\frac{11}{20}$ pozemku za $(\frac{11}{20} \times 50)$ hodin $= 27\frac{1}{2}$ hodiny.

397. Vodní nádrž má tři přítoky. Z prvního by se naplnila za 24 minuty, ze druhého za 10 minut, ze třetího za 27 minut. Nádrž je prázdná, potom se na dobu $4\frac{1}{2}$ minuty otevrou všecky tři přítoky, načež se druhý a třetí uzavrou a zůstane otevřen jen první. Za jak dlouho se nádrž doplní?

398. Určitou práci by vykonal dělník A za 15 dní, dělník B za 18 dní. První 3 dni pracují A a B společně. Potom B odejde a další tři dni pracuje A sám. Potom se přibere dělník C a práci dokončí A s C dohromady za 4 dni. Za jak dlouho by C sám vykonal celou práci?

399. A má psáti adresy na 270 obálek. Kdyby mu pomáhal B, vykonali by to za hodinu. Kdyby tu práci konali B a C společně, provedli by to za 45 minut. A začne psáti, píše dvě hodiny a 50 obálek mu zbude. Práci dokončí C. Jak dlouhý čas potřebuje C?

Příklad 5. Když cena uhlí stoupla o 40%, někdo snížil svoji roční spotřebu o 20%. O kolik % stouplo jeho vydání na uhlí?

S jeho vydáním na uhlí se stala dvojí změna: předně stoupla cena a tím stouplo jeho vydání v poměru $140 : 100 = 7 : 5$; potom snížil spotřebu a tím kleslo jeho vydání v poměru $80 : 100 = 4 : 5$. Tedy nové vydání dostaneme z původního vydání tím, že původní vydání násobíme zlomkem $\frac{7}{5}$ a potom ještě výsledek zlomkem $\frac{4}{5}$. K témuž výsledku dojdeme najednou, když násobíme původní vydání zlomkem

$$\frac{7}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{25}.$$

Tedy poměr nového vydání k původnímu je $28 : 25 = 112 : 100$. Vydání na uhlí stouplo o 12%.

400. Cena benzinu stoupla o 15%, ale automobilista spotřeboval méně benzinu o 15%. Stouplo nebo kleslo jeho vydání na benzin? O kolik procent?

401. O kolik procent se musí zvýšiti rychlost auta, aby se doba cesty zkrátila o 20%?

402. Z laťky bylo odříznuto 10% a tím se její délka zkrátila na 1,8 m. Nač by se byla zkrátila délka laťky, kdyby se bylo odřízlo 20%?

Příklad 6. Společnost pěti lidí má průměrný věk 46 roků. Průměrný věk prvých čtyř je 43 roky. Kolik let je pátému?

Průměrný věk 46 roků dostaneme, když součet věků všech pěti lidí dělíme pěti. Tedy tento součet je 46×5 roků neboli 230 roků. Podobně součet věků prvých čtyř je 43×4 roků neboli 172 roků. Protože $230 - 172 = 58$, je pátému 58 roků.

403. Hrubý příjem podniku za měsíce červenec až listopad byl

87750 Kčs; 78960 Kčs; 79070 Kčs; 85640 Kčs; 87530 Kčs.

Průměrný měsíční hrubý příjem za druhé pololetí byl 84720 Kčs. Jaký byl hrubý příjem za prosinec?

36. Násobení a dělení čísly 25 a 125. Již v odst. **10** jsme násobili desetinné číslo zlomkem tak, že jsme je napřed násobili čitatelem a co vyšlo, jsme dělili jmenovatelem (viz cvič. **77**). Toho můžeme užíti k výhodnému násobení čísly 25 a 125. Neboť

$$25 = \tfrac{100}{4},\quad 125 = \tfrac{1000}{8},$$

takže dvacetipěti lze násobiti tak, že nejprve násobíme stem a co vyjde, dělíme čtyřmi, stodvacetipěti lze násobiti tak, že nejprve násobíme tisícem a co vyjde, dělíme osmi. Dále víme, že děliti číslem 25 je totéž jako násobiti číslem

$$\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$$

a že děliti číslem 125 je totéž jako násobiti číslem

$$\frac{1}{125} = \frac{8}{1000}.$$

Proto dvacetipěti lze děliti tak, že nejprve násobíme čtyřmi a co vyjde, dělíme stem; stodvacetipěti lze děliti tak, že nejprve násobíme osmi a co vyjde, dělíme tisícem.

404. a) 8763 × 25; b) 79,24 × 25; c) 0,8426 × 25; d) 0,0359 × 25.

405. a) 6491 × 125; b) 28,06 × 125; c) 0,7653 × 125; d) 0,00289 × 125.

406. a) 62825 : 25; b) 73,246 : 25; c) 0,8765 : 25; d) 0,02637 : 25.

407. a) 53875 : 125; b) 36513 : 125; c) 0,7428 : 125; d) 0,08375 : 125.

408. Přesvědčte se na příkladě, že při dělení dvacetipěti můžeme také postupovati obráceně, t. j. napřed děliti stem a potom násobiti čtyřmi! Podobně při dělení číslem 125!

Ve cvič. **406** a **407** jsme dělili beze zbytku, což je při dělitelích 25 a 125 v oboru desetinných čísel vždycky možné. Procvičíme si ještě trochu dělení těmito čísly v oboru čísel celých, kde zpravidla vyjde zbytek. Postup si vyložíme na příkladech.

$$\begin{array}{ll} 62384 : 25 & \qquad 62384 : 125 \\ \overline{2495}\ (\text{zb. } 9) & \qquad \overline{499}\ (\text{zb. } 9) \end{array}$$

Popis prvého příkladu (u druhého je to podobné). Číslo 62384 si rozvedeme na tvar 62300 + 84. Provedeme napřed dělení 84 : 25

(zpaměti). Vyjde podíl 3 a zbytek 9. Zbytek zapíšeme, podíl 3 si pamatujeme. Teď musíme ještě dělit 62300 : 25, ale k podílu musíme přičísti 3 (t. j. podíl při dělení 84 : 25). Dělení 62300 : 25 provedeme tak, jak je naznačeno ve cvič. **408.** Napřed dělíme stem, vyjde 623, což si poznamenáme pouhým podtržením. Potom máme násobit čtyřmi a přičísti tři, tedy provedeme najednou $623 \times 4 + 3$, což dá žádaný podíl 2495.

Podle tohoto vzoru si počínejte ve cvič. **409** a **410.**

409. a) 8297 : 25; b) 89117 : 25; c) 64873 : 25.

410. a) 17328 : 125; b) 89117 : 125; c) 48736 : 125.

37. Druhá odmocnina. Podle pravidla o násobení zlomků je na př.

$$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{4^2}{7^2},$$

tedy také na př.

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2} = \frac{3}{5}, \quad \text{takže} \quad \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

a podobně

$$\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}, \quad \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad \text{atd.}$$

Chceme-li vypočísti číslo

$$\sqrt{\frac{5}{7}} \quad \text{neboli} \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$

třeba na tři platné cifry, není výhodné vypočísti napřed $\sqrt{5}$ a $\sqrt{7}$ a potom provésti dělení, nýbrž raději postupujeme jedním z následujících dvou způsobů.

První způsob. Zlomek $\frac{5}{7}$ rozšíříme tak, aby se jmenovatel dal odmocnit:

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 7}{7 \times 7} = \frac{35}{7^2}, \quad \text{tedy} \quad \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}.$$

Počítáme na čtyři platné cifry (o jednu víc než žádáno) a výsledek zaokrouhlíme na tři. Jest

$\sqrt{35} \doteq 5{,}916$

1000 : 109.9

1900 : 1181.1

71900 : 11826.6

944

$$\frac{5{,}916 : 7}{0{,}8451}$$

Na tři platné cifry tedy jest

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \doteq 0{,}845.$$

Druhý způsob. Převedeme obyčejný zlomek na desetinný, který odmocníme. Zase počítáme na čtyři platné cifry a výsledek zaokrouhlíme na tři. Jest

$5 : 7 \doteq 0{,}7142$

$\sqrt{0{,}71|42} \doteq 0{,}8451$

742 : 164.4

8600 : 1685.5

175000 : 16901.1

599

Vyjde 0,845 jako při prvém způsobu.

411. Vypočtěte na tři platné cifry:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $\frac{6}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; e) $\frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$; f) $\frac{7}{\sqrt{11}} + \frac{11}{\sqrt{7}}$.