Eduard Čech; Alfons Fišer; Vítězslav Jozífek; Karel Komínek; Jan Vyšín; Rudolf Zelinka

Geometrie pro první třídu středních škol

Státní nakladatelství učebnic, Praha, 1951, 115 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501366

GEOMETRIE

PRO PRVNÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ UČEBNIC

GEOMETRIE

PRO PRVNÍ TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

1951

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ UČEBNIC

V PRAZE

ÚVODNÍ POZNÁMKY.

Úkolem geometrie v první třídě je:

a) dobře seznámit žáky se základními geometrickými výrazy,

b) naučit je sestrojovat jednoduché geometrické obrazce podle textu učebnice,

c) naučit žáky popisovat jednoduchými, ale jednoznačně srozumitelnými slovy konstrukce, které provedli,

d) naučit žáky pozorovat sestrojený geometrický obrazec a vésti je k tomu, aby si všímali (zatím bez odůvodňování) vztahů mezi prvky obrazce.

V 1. třídě má být žák teprve uveden do počátků geometrie a na základě názoru a vlastních zkušeností se má seznámit se základními prvky geometrie. Je důležité, aby nabyl pro další práci určité technické zručnosti. Má tedy učivo I. třídy ráz propedeutický a je základem pro soustavné budování poznatků v dalších třech třídách.

Prvá část seznamuje žáka s pomůckami pro rýsování, učí ho rýsovat tužkou, zacházet s pravítky a s kružítkem. Zejména je třeba věnovat náležitou pozornost příkladům na kontrolu přesnosti konstrukce, i když nelze na tomto stupni kontrolu odůvodniti.

V dalších částech se seznamuje žák s některými vlastnostmi obrazců, při čemž se opírá o názor a geometrický pokus.

Ve stereometrii rozvíjíme žákovu prostorovou představivost. Při obsazích klademe první základy funkcionální závislosti mezi veličinami. Budujeme na žákově zájmu, který se mění věkem.

Má-li učebnice splnit své poslání, musí jí žáci skutečně užívat. Výklad v učebnici je poněkud odlišný od výkladu učitelova, jehož slova nemají být pouhou reprodukcí učebnice. Učitel musí naučit žáka v učebnici číst, a proto je třeba občas některou partii učebnice po předběžném výkladu přečíst a učit žáky samostatnému studiu z učebnice. Nácvik studia se nemá omezovat jen na volnou reprodukci přečteného úseku, nýbrž musí obsahovat výklad geometrické symboliky, nácviky k rozboru textů, k jeho zkonkretňování náčrtem a nácvik samostatného řešení jednotlivých úloh a cvičení.

Úlohy v I. třídě se vyskytující nemají bezprostřední význam pro denní praxi. Jsou však článkem, který převádí žáka k dalším poznatkům, z nichž bude moci později přímo těžit, ať již v dalším studiu, nebo v zaměstnání jako spolubudovatel socialismu v naší vlasti.

Rozvrh učiva.

Září	Přímky, úsečky, kružnice (úvod). Rýsování přímých čar. Velikost úseček.
Říjen	Rýsování kružnic. Přenášení obrazců kružítkem.
Listopad	Rýsování kolmic a rovnoběžek.
Prosinec	Vlastnosti čtverce a obdélníka.
Leden	Obsah čtverce a obdélníka.
Únor	Vlastnosti kvádru a krychle.
Březen	Sítě a obrazy kvádru a krychle. Povrch a objem kvádru a krychle.
Duben Květen	Pojem úhlu. Přenášení a měření úhlů. Úhly v trojúhelníku. Pravidelný šestiúhelník.
Červen	Opakování.

Upozornění!

V tomto vydání byly provedeny změny a úprava textu na straně 11; 15; 19; 22; 26; 79 a 94.
Opraveny byly výsledky příkladů 7; 10; 16; 48; 64; 70; 72; 77; 80; 90; 140b; 143b; 151b; 152; 155; 158; 170; 203; 213; 225; 242; 253; 277.

Při práci podle učebnice je třeba sestavovat slovní úlohy, ukazující úspěchy budování socialismu, především úspěšný rozvoj našich JZD.

Čemu se budete učit.

Geometrie je pro vás vlastně novým předmětem, i když jste již na národní škole mluvili o přímkách a úsečkách, obdélníku nebo čtverci, krychli, kvádru a kouli. Letos se budete těmito útvary zabývat podrobněji.

Již od nejstarších dob věnovali národové velkou pozornost geometrii. Dosud se obdivujeme jejich stavbám (pyramidy, zavodňovací stavby, ústřední topení). Ani tyto stavby, ani naše mosty, tunely a stroje našich továren nemohly by vzniknout, kdyby jejich tvůrci neovládali nauku o vztazích útvarů v rovině a v prostoru, zvanou geometrii.

Abyste porozuměli sestrojování nákresů staveb, jejich propočítání, musíte začít poznáváním nejjednodušších útvarů, obrazců. I když se hned nebudete zabývat tělesy užívanými v praxi, nesmíte se domnívat, že toho, čemu se budete učit, neužijete v praxi a ve svém zaměstnání.

Nejdříve se budete učit rýsovat dané obrazce. Snažte se, aby narýsované obrazce byly pokud možno úhledné a co nejpřesněji narýsované. Tak jako v aritmetice řešíte úlohy z daných číselných údajů, budete i v geometrii z daných údajů (délek nebo úhlů) sestrojovat žádané útvary. K tomu, abyste mohli řešit geometrickou úlohu, musíte se seznámit s body, přímkami, úsečkami, úhly a pozorovat obrazce z nich sestrojené. Tak poznáte nové, zajímavé vlastnosti a vztahy mezi nimi. Budete nuceni nejen přesně rýsovat, ale také slovně vyjádřit, co a jak rýsujete. Poznáte, jak záleží na každém slově, které vyslovíte. V geometrii je oboje, sestrojování i slovní vyjadřování, stejně důležité.

Kromě obrazců jste poznali i mnohá tělesa. Letos si všimnete jejich vlastností a budete se učit zobrazovat tělesa v sešitě, abyste z obrázku poznali, které těleso jste zobrazili a v jaké je poloze. Budete také počítat, jak velký je váš sešit, kolik vody se vejde do nádoby daného tvaru a daných rozměrů, kolik papíru byste spotřebovali, kdybyste si chtěli z něho udělat krabičku ve tvaru kvádru, a pod.

Poznáte, kolikrát se zvětší plocha obrazce, zvětšíte-li několikrát jeden jeho rozměr.

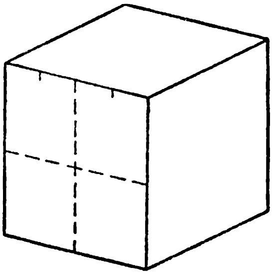
Snažte se poctivě, abyste dobře ovládali tyto základní poznatky. Až budete zaměstnáni, ať v továrně, v dílně, v zemědělství, v kanceláři, užijete svých poznatků a svou prací přispějete k budování našeho lidově demokratického státu, k budování lepšího života v nové společnosti.

I. PŘÍMKY, ÚSEČKY, KRUŽNICE.

1. Úvod.

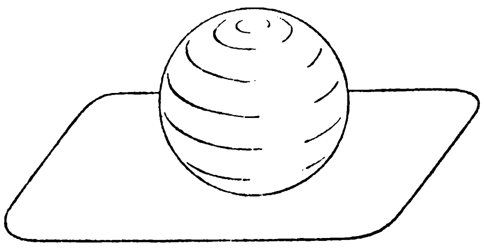
Ve svém okolí vidíme mnoho různých předmětů. Na příklad v učebně jsou okna, dveře, tabule, věšáky, křída a pod. Některé předměty jsou ze skla, jiné ze dřeva, jiné zase ze železa nebo z jiné hmoty. Některé jsou černé, některé hnědé, jiné mají jinou barvu. Některé předměty jsou těžké, jiné lehké; některé předměty jsou tvrdé, jiné měkké. Ale hmotu, barvu, váhu, tvrdost a jiné vlastnosti předmětů v geometrii neprobíráme. V geometrii se zajímáme pouze o **velikost** a **tvar** jednotlivých předmětů a o vzájemnou **polohu** různých předmětů a jejich částí.

Většina předmětů má složitý a nepravidelný tvar. Ale často se vyskytují předměty velmi jednoduchého tvaru, a tyto jednoduché tvary jsou důležité také proto, že i u předmětů složitějšího tvaru se vyskytují části, které mají tvar velmi jednoduchý. Takové předměty se v geometrii nazývají **tělesa.** Jedním z nejjednodušších těles je na příklad krychle (obr. 1). Krychle má jako každý předmět **vnitřek** a **povrch.** Povrch krychle se skládá ze šesti částí, kterým říkáme **stěny.** Všecky stěny krychle mají stejnou velikost a stejný tvar; nazývají se **čtverce.** Na povrchu krychle pozorujeme dále ostré **hrany,** kterých je celkem dvanáct (čtyři vodorovné hrany nahoře, čtyři vodorovné hrany dole a čtyři hrany svislé). Dále pozorujeme na povrchu krychle určitá místečka, zvaná **vrcholy,** kterých je celkem osm (čtyři nahoře a čtyři dole). Z každého vrcholu vycházejí tři hrany (dvě vodorovné a jedna svislá) a tři stěny (jedna vodorovná a dvě svislé).



Obr. 1.

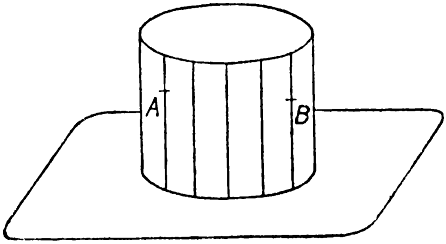
Každou stěnu krychle si můžeme rozdělit na menší části; na př. v obr. 1 je přední stěna krychle rozdělena na čtyři čtverce. Rovněž každou hranu krychle si můžeme rozdělit na menší části; na př. v obr. 1 je naznačeno rozdělení horní přední hrany krychle na čtyři části. Naproti tomu vrchol krychle se už nedá rozdělit na části. Takové zcela určité místečko v prostoru, které se už nedá dále rozdělit, jako je třeba vrchol krychle, nazývá se v geometrii **bod.** Bod nemá žádnou velikost; v praxi ovšem často považujeme za jediný bod předměty nepatrných rozměrů, při čemž slovo nepatrný má v různých případech různé významy. Na př. při určování vzdálenosti mezi Prahou a Moskvou (asi 1500 km vzdušnou čarou) můžeme považovat Prahu i Moskvu za jediný bod, protože v poměru ke vzdálenosti mezi oběma městy je jejich rozloha zcela nepatrná. Mluvíme-li o vzdálenosti Země od Slunce, považujeme dokonce Slunce (i Zemi) za jediný bod, protože největší vzájemná vzdálenost dvou bodů na povrchu Slunce (asi 1 400 000 km), ač je proti vzdálenostem nám běžným obrovská, je proti vzdálenosti Země od Slunce (asi 150 000 000 km) nepatrná. Často se také stává, že i když je poloha bodu zcela jednoznačně popsána, že je prakticky obtížné tu polohu přesně stanovit. Na př. v obr. 2 je znázorněna **koule,** spočívající na vodorovné podložce. Koule se opírá o podložku v jediném bodě, ale stanovit přesně tento bod není tak jednoduché a prakticky je to vlastně nemožné, protože neumíme sestrojit dokonalou kouli ani dokonale hladkou rovnou podložku.



Obr. 2.

Body jsou základní geometrické prvky, z kterých jsou složeny všecky ostatní geometrické útvary. Pohybem bodu vzniká **čára.** Jako praktický příklad vezměme třeba pražskou tramvaj číslo 1. V poměru k délce trati jsou rozměry tramvaje nepatrné a můžeme tramvaj považovat za bod a trať mezi oběma konečnými stanicemi (dlouhou asi 12 500 m) za čáru, spojující tyto konečné stanice.

Rozeznáváme **čáry přímé** a **křivé.** Přímou čarou je na př. každá hrana krychle. Naproti tomu na povrchu koule nelze vést vůbec žádnou přímou čáru. Všimněme si ještě třeba válce (obr. 3). Povrch válce se skládá ze tří částí: z vodorovné **dolní podstavy,** kterou toto těleso spočívá na vodorovné podložce, z vodorovné **horní podstavy** a z **pláště.** Každé dva body na horní podstavě dají se spojit přímou čarou, která probíhá celá v horní podstavě; totéž platí také o dolní podstavě. Mimo to lze také na plášti válce vésti svislé přímé čáry, z nichž několik je vyznačeno v obr. 3. Ale body na plášti, které jsou v obr. 3



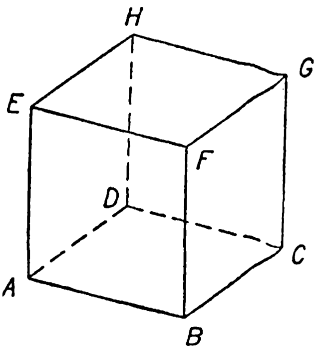
Obr. 3.

Obr. 4.

označeny písmeny *A* a *B*, nelze spojit přímou čarou, která by probíhala celá na plášti; každá taková čára je křivá. Rozhraní mezi pláštěm a horní podstavou je křivá čára jednoduchého a důležitého tvaru; je to **kružnice.** Rovněž rozhraní mezi pláštěm a dolní podstavou je kružnice.

Řekli jsme si již, že každá čára vznikne pohybem bodu. Děje-li se pohyb stále ve stejném směru, máme čáru přímou, kdežto na křivé čáře se směr pohybu stále mění. Prakticky důležité jsou **lomené čáry,** složené z několika přímých čar. Na př. v obr. 4 vidíme lomenou čáru složenou ze čtyř přímých čar. V těch místech, v kterých se směr pohybu mění, vznikají tak zvané **úhly**; na obr. 4 jsou vyznačeny obloučky.

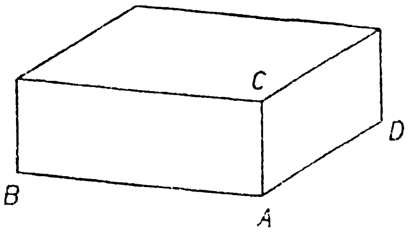
V obr. 5 máme znovu naznačenu krychli, jejíž vrcholy jsou označeny písmeny *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*. Označíme krátce *AB* hranu, která spojuje vrchol *A* s vrcholem *B*; podobně máme hrany *BC*, *CD*, *DA*, *EF*, *FG*, *GH*, *HE*, *AE*, *BF*, *CG*, *DH*.



Obr. 5.

Hrany *AD*, *CD*, *DH* jsou při naznačené poloze neviditelné (není-li krychle z průhledného materiálu) a jsou v obrazci **vyčárkovány.** Každá hrana krychle je přímá čára. Vrcholy krychle spojené hranou se jmenují **sousední;** ke každému vrcholu krychle máme tři sousední vrcholy, na př. k vrcholu *A* máme sousední vrcholy *B*, *D*, *E*. Vrcholy, které nejsou sousední, dají se na povrchu krychle spojit lomenou čarou složenou z několika hran. Na př. vrcholy *A*, *F* můžeme spojit lomenou čarou složenou ze dvou hran *AB*, *BF* nebo ze dvou hran *AE*, *EF* nebo také na př. ze čtyř hran *AD*, *DH*, *HG*, *GF*.

Vedle čar jsou v geometrii důležité také **plochy.** Plochou je na příklad každá stěna krychle (již jsme si řekli, že taková plocha se jmenuje čtverec), dále každá podstava válce (taková plocha se jmenuje **kruh,** a řekli jsme si již, že čára, která omezuje kruh, se jmenuje kružnice); plochou je také plášť válce, a konečně jsme už poznali **kulovou plochu,** t. j. povrch koule. Čtverec a kruh jsou důležité příklady tak zvaných **rovných ploch,** kdežto plášť válce a kulová plocha jsou důležité příklady tak zvaných **zakřivených ploch.** Na rovné ploše lze vésti každým bodem ve všech směrech přímé čáry, což nelze říci o zakřivených plochách. Na kulové ploše nelze vésti vůbec žádné přímé čáry, jak jsme se již zmínili. Na plášti válce sice lze vésti svislé přímé čáry, ale přesto je plocha zakřivená, protože přímé čáry na plášti válce se nedají vésti v libovolném směru.



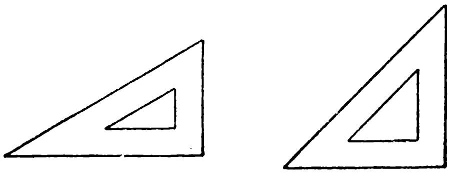
Obr. 6.

Slovo geometrie je řeckého původu (gé = země, metrein = měřiti), je to tedy podle názvu nauka o měření země; odtud pochází český název měřictví, kterého se však již málo užívá. Měření je důležitá část geometrie. Základní měření záleží v tom, že si všimneme na předmětu důležitých bodů a změříme, jak jsou tyto body od sebe vzdáleny. Na př. velikost bedny (obr. 6) je úplně určena, jestliže změříme tři vzdálenosti bodu v obrazci označeného písmenem *A* od bodů v obrazci vyznačených písmeny *B*, *C*, *D*. Tato tři čísla jsou t. zv. **rozměry** bedny.

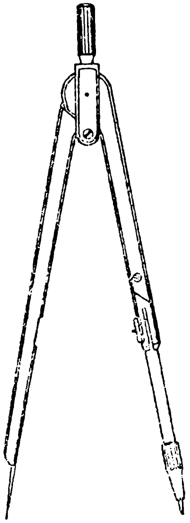
Avšak měření není jediný úkol geometrie, ba není to ani nejdůležitější část geometrie. Velmi důležité je v geometrii **rýsování.** Při rýsování máme určitou rovnou plochu (na př. list papíru, stranu sešitu nebo tabuli), zvanou **nákresna,** na které rýsovacími nástroji vyznačujeme (rýsujeme) určité čáry přímé i křivé. Rýsovati budeme t u ž k o u; ve čtvrté třídě budeme užívati také r ý s o v a c í h o p e r a. Přímé čáry rýsujeme podle t r o j ú h e l n í k o v é h o p r a v í t k a. Každý žák má míti dvě trojúhelníková pravítka (obr. 7). Z křivých čar budeme prozatím rýsovati pouze kružnice, a to kružítkem (obr. 8). Každý žák má míti svoje kružítko.

Měření a rýsování není jediným úkolem geometrie v I. třídě. Každý se také máte důkladně seznámit s geometrickým názvoslovím. Věnujete-li v této třídě důkladnou pozornost tomu, abyste si náležitě osvojili základní geometrické názvosloví, ulehčíte si tím práci ve vyšších třídách.

V tomto úvodním článku jste poznali tyto nové geometrické názvy:



Obr. 7.



Obr. 8.

těleso — krychle — čtverec — hrana krychle — vnitřek, povrch a stěny krychle — vrcholy krychle — bod — čára (přímá, křivá, lomená) — válec — horní a dolní podstava válce — plášť válce — koule — kružnice — úhel — plocha rovná a zakřivená — kruh — kulová plocha — nákresna.

Dovedete si pod těmito názvy představit příslušné předměty a obrazce? Budete se ještě o nich podrobněji učit.

Výčet nových geometrických názvů bude uveden vždy na konci každého článku. Věnujte těmto názvům a rčením co největší pozornost, abyste si ulehčili další práci.

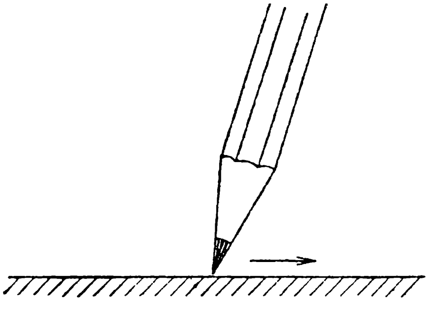
Cvičení.

1. Které vám známé předměty mají tvar koule? Liší se ty předměty jeden od druhého velikostí nebo tvarem? Jmenujte některé vlastnosti předmětů, které v geometrii nezkoumáme!
2. Které vám známé předměty mají tvar válce? Jmenujte také některé předměty složitějšího tvaru, jejichž některá část má tvar válce nebo jejichž několik částí má tvar válce.
3. Porovnejte krabičku zápalek s krychlí. Je rozdíl v počtu vrcholů, v počtu hran, v počtu stěn? Jsou všecky hrany krabičky stejně dlouhé? Můžete ke zvolené hraně ukázat jiné hrany s ní stejně dlouhé? Kolik? Mají všecky stěny krabičky stejnou velikost? Mají dvě stejně veliké stěny také stejný tvar?

   Cvičení 4 až 7 se týkají krychle znázorněné v obr. 5.
4. Vrcholy A, G se dají šesterým způsobem spojit lomenou čarou, složenou ze tří hran krychle. Je to na př. lomená čára, složená ze tří hran AB, BC, CG. Jmenujte ostatních pět takových trojic hran, které tvoří dohromady lomenou čáru, spojující vrchol A s vrcholem G.
5. Dá se vrchol A spojit s některým jiným vrcholem než G lomenou čarou složenou ze tří hran krychle? (Jsou tři takové vrcholy.)
6. Jmenujte všecky lomené čáry složené ze čtyř hran krychle, které vedou od vrcholu A k vrcholu F. (Je celkem šest takových čar; tři z nich vedou přes vrchol C a ostatní tři přes vrchol H.)
7. Jmenujte několik lomených čar složených z pěti hran krychle, které vedou od vrcholu A k vrcholu B. (Je celkem osm takových čar; čtyři z nich začínají hranou AD a ostatní čtyři hranou AE.)

2. Rýsování přímých čar.

Přímé čáry rýsujeme na papír ostrou tvrdou tužkou č. 3 nebo č. 4 podle d o l n í h r a n y dobrého trojúhelníkového pravítka. Tužka musí být dobře ořezána do dlouhého kuželovitého hrotu (obr. 9); ořezaná část dřeva má délku asi 15 mm, tuhový hrot asi 4 až 6 mm. Tužka je při rýsování mírně vychýlena ze svislé polohy, jak je naznačeno na obrázku. Veškeré čáry rýsujeme zprvu co možná slabě; neryjeme do papíru! Pravítko nastavujeme při rýsování vždycky

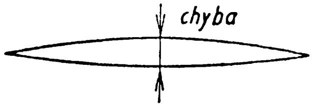


Obr. 9.

tak, abychom jím neclonili světlo, abychom dobře na rýsování viděli a nekazili si zrak.

Nesprávné nebo zbytečné čáry odstraníme gumou; guma musí být měkká, aby nedřela papír. Rýsujeme pečlivě a pozorně, abychom gumu potřebovali co nejméně. Máme ovšem čisté ruce a také pravítka udržujeme v čistotě, abychom nešpinili papír.

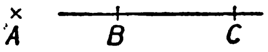
Nejprve se přesvědčte, zdali vaše pravítko má přímé hrany. Narýsujte čáru podle jedné hrany, potom pravítko obraťte a rýsujte znovu podle téže hrany čáru tak, aby spojovala krajní body čáry už narýsované. Budou-li se obě čáry krýt, je hrana přímá. Objeví-li se malá mezera (obr. 10), je hrana křivá a pravítko není dobré. Přezkoušejte všecky hrany obou pravítek, celkem šest hran.



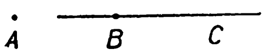
Obr. 10.

Na tabuli rýsujeme křídou. Jak se křída správně ořezává, vysvětlí vám pan učitel. Musíte sami dbáti o to, aby křída byla před hodinou geometrie správně ořezána.

Pro označování bodů a čar užíváme ležatého tiskacího typu, tak zvané *kursivy*. Body označujeme písmeny velké abecedy, čáry a jejich délky písmeny malé abecedy. Navykněte si psát v geometrických obrazcích písmena určité velikosti, určitého tvaru, určitého směru. Vzorem vám mají být obrazce v učebnici. Na konci učebnice na str. 108 máte vzor t. zv. **normalisovaného písma.**



Obr. 11a.



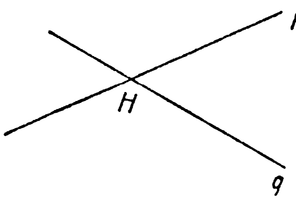
Obr. 11b.

Abychom si znázornili bod na narýsované čáře, přetneme ji od ruky (t. j. bez pravítka) kratičkou přímou čarou. Bod, který neleží na narýsované čáře, znázorníme křížkem; viz bod v obr. 11a. Proč to děláme jako v obr. 11a, a ne jako v obr. 11b?

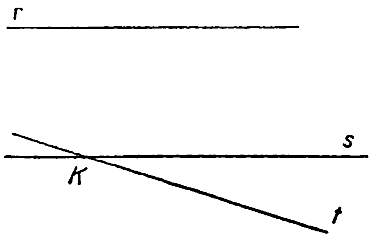
Přímá čára narýsovaná podle pravítka je vždy omezená. Můžeme narýsovanou čáru **prodloužit.** Při prodlužování přiložíme pravítko tak, aby se dotýkalo pokud možno dlouhé části již narýsované čáry, jinak by bylo těžké dosáhnouti toho, aby obě narýsované čáry tvořily dohromady jednu přímou čáru. Ačkoli rýsované přímé čáry jsou vždy omezené, můžeme si je *myslit* v obou směrech prodlouženy bez omezení. Taková v obou směrech neomezená přímá čára se jmenuje **přímka.** Pojem přímky je vedle pojmu bodu nejzákladnější pojem v geometrii vůbec. V obr. 12 je naznačena přímka; narýsovanou část si myslíme v obou směrech neomezeně prodlouženu, jak je v obrazci naznačeno šipkami. Dále jsou v obrazci vyznačeny dva body A, B a tučně je vyznačena ta část přímky, která jde od bodu A do bodu B (nebo od bodu B do bodu A) a která je omezena těmito dvěma body A, B. Taková dvěma body omezená část přímky se v geometrii nazývá **úsečka;** body A, B se jmenují **krajní body** té úsečky. Musíte se naučit dobře rozlišovat oba tyto důležité názvy: přímka a úsečka. Úsečka je v obou směrech omezena svými krajními body, kdežto přímka je v obou směrech neomezená.

Obr. 12.

V obr. 13 jsou narýsovány dvě přímky, z nichž každá je označena jedním malým písmenem. Všimněte si, že písmena p, q jsou na okraji narýsovaných částí přímek. Navykněte si už nyní písmena, která jsou názvy rýsovaných přímek, psáti vždy na okraj narýsovaných částí, protože při složitějších obrazcích bude třeba později vpisovati pojmenování některých bodů na narýsovaných přímkách a je důležité, aby zbylo místo na takový popis. Přímky p a q narýsované v obr. 13 mají jeden společný bod, který je označen písmenem H. Říkáme, že *bod H leží na přímce p*; říkáme také, že *přímka p prochází bodem H*; stejně ovšem také leží bod H na přímce q a přímka q prochází bodem H. Abychom vyjádřili, že bod H



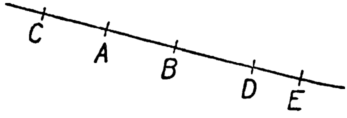
Obr. 13.



Obr. 14.

leží zároveň na obou přímkách p a q, pravíme, že bod H je **průsečík** přímek p a q. Místo toho také říkáme, že přímky p a q se **protínají** v bodě H. Přímky s a t v obr. 14 mají průsečík K neboli protínají se v bodě K. Také přímky r a s v obr. 14 se protínají, ačkoli ty omezené části přímek r a s, které jsou v obr. 14 skutečně narýsovány, nemají žádný společný bod. Nesmíme však zapomenout na to, že slovem přímka označujeme vždy n e o m e z e n o u přímou čáru, takže přímky r a t se protínají, ovšem **v nepřístupném bodě,** t. j. v bodě, který je mimo nákresnu (v našem případě mimo list učebnice). Naproti tomu přímky r a s v obr. 14 nemají žádný společný bod, i když si narýsované části myslíme jakkoli prodlouženy. Jsou to t. zv. rovnoběžné přímky, o kterých budeme mluviti později (v. článek 6 na str. 44).

Zvolte si nyní v sešitě bod A; vyznačíte si jej křížkem. Je patrné, že je možno narýsovat libovolné množství přímek, které procházejí bodem A. Toto pozorování vyjádříme slovy: j e d n í m b o d e m n e n í p ř í m k a u r č e n a. Jestliže si však vedle bodu A zvolíme v sešitě ještě bod B (vyznačíme si jej také křížkem), je patrné, že je možno narýsovat přímku, která prochází oběma body, bodem A i B, že však taková přímka je už jenom jediná. Tento velmi důležitý poznatek vyjádříme slovy: **Přímka je určena dvěma body.** Přímku procházející body A, B nazýváme stručně přímka AB nebo také přímka BA. (Obě písmena A, B píšeme těsně vedle sebe.) Abychom narýsovali přímku AB, vezmeme do pravé ruky tužku, do levé ruky pravítko. Pravítkem pohybujeme z l e h k a, až je umístíme do správné polohy. V této poloze potom pevně přitiskneme levou rukou pravítko a tím také sešit. Poté rýsujeme přímku pečlivě, zvolna a jedním tahem; obyčejně rýsujeme od levé strany k pravé.



Obr. 15.

Na narýsované přímce AB o m e z u j í oba body, A i B, úsečku, jejímiž krajními body jsou právě body A, B. Tuto úsečku nazýváme stručně úsečka AB nebo také úsečka BA. Musíme tedy dobře rozlišovat mezi přímkou AB a úsečkou AB. Přímka AB se skládá ze tří částí: předně z úsečky AB, za druhé z **prodloužení úsečky** AB **za bod** A, za třetí z prodloužení úsečky AB za bod B. V obr. 15 je bod C na prodloužení úsečky AB za bod A, body D a E jsou na prodloužení úsečky AB za bod B.

Rýsujeme-li přímku AB, říkáme často, že spojujeme bod A s bodem B nebo že vedeme přímku body A a B. Přímce AB říkáme často také **spojnice** bodu A s bodem B. Máte-li spojit bod A s bodem B, nerýsujte nikdy pouze úsečku AB, nýbrž přímou čáru, která v obou směrech přesahuje úsečku AB. Je důležité, abyste si již nyní osvojovali tento návyk; budete se jím řídit, budete později musit při složitějších úlohách jen zřídka prodlužovat již narýsované čáry a tím zvýšíte přesnost rýsování.

Při rýsování přímky se objevují jednotlivé body přímky v určitém pořádku za sebou. Je-li přímka narýsována, je na ní možný dvojí pořádek. Na př. v obr. 15 jde za sebou pět bodů na narýsované přímce označených písmeny, v pořádku $CABDE$ nebo v pořádku $EDBAC$, ale nejdou na ní za sebou na př. v pořádku $ABCDE$. Mnohdy je účelné pojmenovat přímku ne dvěma na ní ležícími body, nýbrž více než dvěma body, při čemž vždy přihlížíme k pořádku bodů. Na př. přímku z obr. 15 můžeme pojmenovat přímka BAC nebo přímka CAB (ne však na př. přímka ABC). Řekneme-li, že máme dánu přímku BAC, není tím vyjádřeno pouze to, že body A, B, C leží na té přímce, nýbrž je v tom obsaženo také to, že bod A leží na úsečce BC.

Narýsovat přímku, která spojuje dva dané body, je úloha, kterou se musíte naučit provádět zručně a přesně; k tomu je třeba pečlivého a pozorného výcviku. Mezi následujícími cvičeními je několik takových, která vám pomohou, abyste nabyli náležité zručnosti. Provádějte tato cvičení pečlivě několikrát za sebou, až vám vyjde přesně výsledek ve cvičení naznačený.

Vaše obrazce v sešitě musí být čisté, úhledné a přesné; je to velmi důležité pro váš další pokrok v geometrii. Rýsujte obrazce veliké, mnohem větší, nežli jsou obrazce v této učebnici. Mimo sešit noste na geometrii po každé také několik listů čistého papíru. Linkovaný sešit se na geometrii nehodí.

Vedle rýsování pravítkem (a později také kružítkem) je v geometrii stejně důležité také rýsování od ruky. Obrazce rýsované od ruky nejsou ovšem přesné, ale musí býti úpravné a přehledné. Přímé čáry nechť jsou rovné!

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: přímka *AB* neboli úsečka *BA* — úsečka *AB* neboli úsečka *BA* — krajní body úsečky — bod leží na přímce (nebo na úsečce) — přímka (nebo úsečka) prochází bodem — průsečík dvou přímek — protínání přímek — nepřístupný bod — prodloužení úsečky za jeden její krajní bod — pořádek bodů na přímce — přímka *ABC* — vésti přímku dvěma body — spojiti dva body přímkou — spojnice dvou bodů.

Cvičení.

8. Na přímce *ST* byl vyznačen bod *U* tak, že lze mluvit: 1. o přímce *UST*; 2. o přímce *SUT*, 3. o přímce *STU*. V které části přímky *ST* leží bod *U*?

9. (Obr. 15.) V které části přímky leží: 1. body *B, C, E* vzhledem k úsečce *AD*; 2. body *A, D, E* vzhledem k úsečce *BC*; 3. body *B, C, D* vzhledem k úsečce *AE*?

10. Narýsujte od ruky obrazec složený: 1. z přímky *HKL* a z přímky *HMN*; 2. z přímky *KHL* a z přímky *HMN*; 3. z přímky *KHL* a z přímky *MNH*. V kterém z těchto tří případů se musí protnout přímka *KM* s přímkou *LN*? V kterém případě se musí protnout přímka *KN* s přímkou *LM*?

11. Z kolika úseček se skládají písmena A, E, N? Která jiná písmena se skládají jen z úseček? Napište nejdříve písmena složená jen ze dvou úseček, potom ze tří, potom ze čtyř.

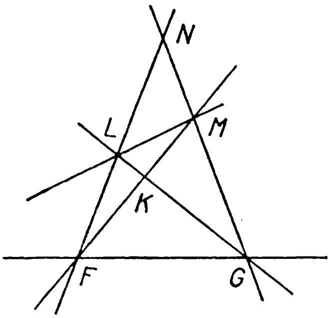
12. Rozhodněte s použitím malého obrazce od ruky, kolik spojnic můžete rýsovat, zvolíte-li si pět různých bodů. Nevolte je tak, aby tři z nich byly v jedné přímce; říkáme, že tři ze zvolených bodů nemají býti nikdy v jedné přímce.

13. Zvolte si pět bodů, *A, B, C, D, E*, a to tak, aby tři z nich nebyly nikdy v jedné přímce. Narýsujte pravítkem všechny jejich spojnice a označte každou narýsovanou přímku malým písmenem. Označte si písmeny všecky další průsečíky dvou narýsovaných přímek, pokud jsou ty průsečíky přístupné. (Z vašeho obrazce musí býti naprosto zřetelně patrné, ke které přímce a ke kterému bodu které písmeno patří.)

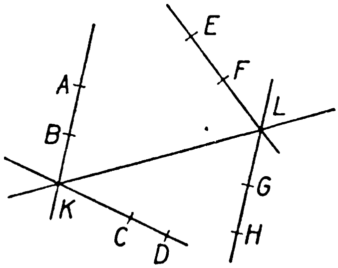
14. Narýsujte na volném listu papíru obrazec podobný obr. 16, ale mnohem větší. Zvolte si napřed body *F, G, L, M*, ovšem v takové poloze, aby se celý obrazec vešel na list. Po narýsování obrazce propíchněte papír přesně v bodech *F, G,*

L, M, obraťte papír a narýsujte stejný obrazec na rubu. Jestliže jste rýsovali přesně, musí body *K, N* na líci přesně splynout s body *K, N* na rubu. Přesvědčte se o tom propíchnutím papíru v bodech *K, N*. Nevyšlo-li vám to, opakujte na novém listu papíru a rýsujte pozorněji.

Text cvičení 15. a 16. čtěte pomalu a pozorně. Při čtení si dělejte zároveň na volném listu papíru předběžný obrazec od ruky, dosti veliký. Nesmíte čísti celou úlohu najednou, nýbrž čtěte po malých částech a postupně si obrazec doplňujte. Když se takto dobře seznámíte se smyslem celé úlohy, rýsujte znovu přesně pravítkem do sešitu. Velký obrazec!



Obr. 16.



Obr. 17.

15. Zvolte si přímku *ABC* a přímku *DEF*; volte je tak, aby měly nepřístupný průsečík na prodloužení úsečky *AB* za bod *A* a na prodloužení úsečky *DE* za bod *D*. Označte průsečík přímek *AE* a *BD* písmenem *X*. Označte písmenem *Y* průsečík přímek *BF* a *CE*. Označte písmenem *Z* průsečík přímek *AF* a *CD*. Spojte bod *X* s bodem *Y*. Zapište, co pozorujete.

16. Zvolte přímky *PTQ* a *RTS*. (Pozor na pořádek bodů.) Zvolte bod *U* na úsečce *PR*. Zvolte bod *V* na úsečce *QR*. Označte průsečík přímek *PT* a *SU* písmenem *H*. Označte průsečík přímek *QT* a *SV* písmenem *K*. Označte průsečík přímek *HR* a *TU* písmenem *L*. Označte průsečík přímek *KR* a *TV* písmenem *M*. Označte průsečík přímek *LP* a *MQ* písmenem *N*. Zapište, co pozorujete.

17. Narýsujte si obrazec podobný obr. 17, ale větší. Dovedli byste popsat jedinou větou všechno, co jste narýsovali?

Průsečík *K* přímek *AB* a *CD* jsme spojili s průsečíkem *L* přímek *EF* a *GH*.

3. Velikost úseček.

V praxi se často vyskytuje úloha porovnat dvě dané úsečky *AB* a *CD* co do jejich **velikosti.** Výsledek takového porovnání může býti trojí. Buďto jsou obě úsečky sobě **rovny,** což píšeme

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} = \overline{AB},$$

nebo je úsečka *AB* menší než úsečka *CD* a zároveň úsečka *CD* větší než úsečka *AB*; to píšeme

$$\overline{AB} < \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} > \overline{AB},$$

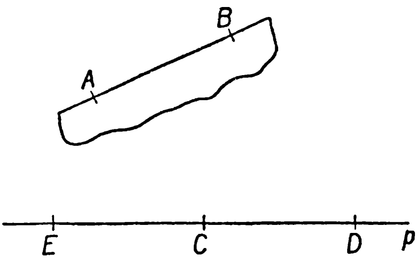
nebo posléze je úsečka *AB* větší než úsečka *CD* a zároveň úsečka *CD* menší než úsečka *AB*, což píšeme

$$\overline{AB} > \overline{CD} \text{ nebo } \overline{CD} < \overline{AB}.$$

Porovnávat rozměry dvou předmětů je snadné, jsou-li oba předměty lehce přenosné. Máme na př. dvě tužky; jejich tloušťka je proti délce tak malá, že k ní nemáme přihlížet, a obě můžeme považovat za úsečky. Jejich velikost porovnáme snadno, jestliže je přiložíme těsně k sobě. Podobně možno na př. porovnávat délky, šířky a výšky dvou krabic a j.

Mnohdy je výhodnější porovnánat rozměry dvou předmětů nepřímo tak, že je porovnáváme s pomocnou úsečkou. Tak můžeme na př. porovnat výšku dvou žáků: jednoho postavíme ke dveřím a vyznačíme křídou jeho výšku, t. j. na dveřích máme úsečku (od podlahy k bodu vyznačenému křídou) rovnající se výšce prvního žáka; s touto úsečkou porovnáme potom výšku druhého žáka.

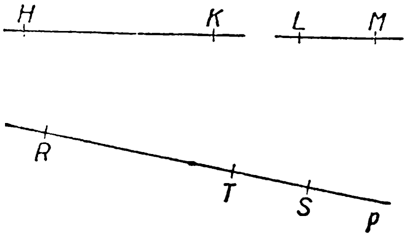
Pomocnou úsečkou můžeme porovnávat velikost dvou úseček narýsovaných v sešitě. K tomu účelu můžeme užít proužku papíru, jak je naznačeno v obr. 18. Proužek přiložíme nejprve k úsečce *AB* a vyznačíme si na něm krátkými čárečkami polohu bodů *A* a *B*. Na proužku papíru máme potom pomocnou úsečku rovnající se úsečce *AB* a změnou polohy proužku



Obr. 18.

porovnáme tuto pomocnou úsečku s druhou danou úsečkou CD. Místo proužku papíru můžeme k pozorování velikosti dvou narýsovaných úseček užíti také **k r u ž í t k a**; o tom se zmíníme v článku 4 na str. 30.

V obr. 18 je také naznačeno, jak můžeme za pomoci proužku papíru **přenésti úsečku** AB na danou přímku p od daného bodu C této přímky, t. j. jak můžeme určiti proužkem papíru na přímce p bod D tak, aby bylo $\overline{CD} = \overline{AB}$. Z obrazce je patrné, že tato úloha má d v o j í ř e š e n í, neboť vedle bodu D je na přímce p ještě jeden bod E tak, že též $\overline{CE} = \overline{AB}$. Přenášení úsečky dá se také prováděti kružítkem.



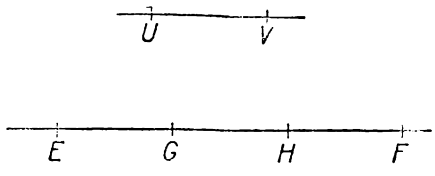
Obr. 19.

V obr. 19 je znázorněno **sčítání úseček**. Úsečka RS je součet úseček HK a LM, což píšeme $\overline{HK} + \overline{LM} = \overline{RS}$.

To znamená, že na úsečce RS je určitý bod T, který rozdělí úsečku RS na dvě úsečky RT a ST, takže jest

$$\overline{RT} = \overline{HK},\ \overline{ST} = \overline{LM}.$$

Máme-li určiti součet dvou daných úseček HK a LM, zvolíme si libovolně přímku p a na ní bod T. Potom proužkem papíru (nebo kružítkem) přeneseme úsečky HK a LM na přímku p od bodu T, t. j. určíme na přímce p body R, S tak, že $\overline{RT} = \overline{HK}$, $\overline{ST} = \overline{LM}$, při čemž to zařídíme tak, abychom měli na přímce p pořádek RTS. Sčítání úseček takto popsané děje se geometricky bez počítání. Mluvíme o **grafickém sčítání** úseček; řecké slovo grafein znamená psáti nebo rýsovati.



Obr. 20.

Je patrné, jak lze graficky sčítat tři, čtyři i více úseček. Zvláště důležitý je případ, kdy sčítáme několik s o b ě r o v n ý c h úseček. Tu dospějeme k pojmu dvojnásobku, trojnásobku, čtyrnásobku... dané úsečky neboli k pojmu **součinu celého čísla** a **úsečky.** Na př. v obr. 20 je úsečka EF trojnásobek úsečky UV, neboli

$$\overline{EF} = 3 \,.\, \overline{UV},$$

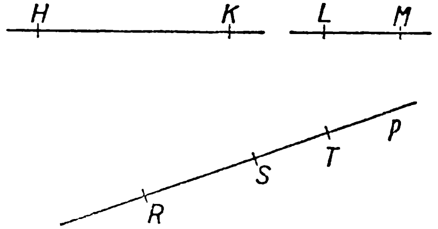
neboť úsečka EF se skládá ze tří úseček EG, GH, HF, z nichž každá se rovná dané úsečce UV. Je patrné, jak se násobení úsečky číslem provede graficky proužkem papíru.

(Zase lze místo proužku papíru užít také kružítka.)

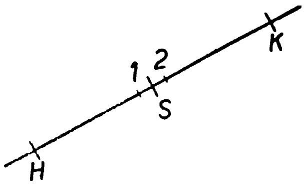
Ke sčítání je obráceným výkonem **odčítání.** V obr. 21 je naznačeno **grafické odčítání**

$$\overline{HK} - \overline{LM} = \overline{RS}.$$

Provede se podobně jako grafické sčítání úseček HK a LM naznačené v obr. 19. Zase si zvolíme přímku p a na ní bod T a přeneseme



Obr. 21.



Obr. 22.

(proužkem papíru nebo kružítkem) úsečky HK a LM na přímku p od bodu T, t. j. určíme na přímce p body R, S tak, že $\overline{RT} = \overline{HK}$, $\overline{ST} = \overline{LM}$, ale nyní při odčítání to zařídíme vše tak, abychom na přímce p měli pořádek RST.

Poznámka. Dvě libovolné úsečky je vždy možno sečíst; odečísti však můžeme pouze menší úsečku od větší.

V obr. 18 máme úsečku DE a na ní bod C v takové poloze, že $\overline{DC} = \overline{EC}$; takový bod C se jmenuje střed úsečky DE. Najít **střed úsečky** neboli jak se také říká, **rozpůlit úsečku** můžeme zkusmo (obr. 22). Máme-li rozpůlit úsečku HK, vytkneme si na ní bod *1*, který se nám od oka jeví jako střed úsečky HK. Potom za pomoci proužku papíru nebo kružítka najdeme na úsečce HK bod *2* tak, aby bylo $\overline{H1} = \overline{K2}$. Úsečka *12* bude kratičká (zpravidla mnohem menší než v obr. 22) a snadno najdeme od oka její střed, který je také středem úsečky *HK*. Příčky vyznačující polohu bodů *1*, *2* rýsujeme velmi tenké a velmi krátké, aby je bylo sotva vidět. Také ty body nijak neoznačujeme. (V obr. 22 jsou ty body označeny číslicemi *1*, *2* jen pro jasnost výkladu.)

Dosud jsme mluvili pouze o velikosti úsečky. Prakticky je důležitá velikost lomené čáry. Lomená čára se skládá z úseček a součet všech těchto úseček je úsečka, jejíž velikost je velikost dané lomené čáry. V této třídě nebudeme vyšetřovat velikost křivé čáry. Poznamenejme pouze, že prakticky můžeme s dostatečnou přesností nahradit každou křivou čáru lomenou čarou, složenou z velkého počtu úseček. Sledujeme-li na př. pohyb auta jedoucího po silnici, můžeme jej pouze zřídka považovat za pohyb přímočarý, ale zpravidla můžeme dráhu auta rozložit na úseky velmi přibližně přímočaré, t. j. můžeme považovat tu dráhu za lomenou čáru.

Z názoru i ze zkušenosti je patrné, že úsečka má nejmenší velikost ze všech (lomených i křivých) čar vedoucích od bodu *A* do bodu *B*. Tento poznatek nám bude v dalším užitečný. Vezměme na př. provaz, který nám znázorňuje čáru spojující jeden konec s druhým; velikost této čáry je (při dané poloze konců) nejkratší možná, je-li provaz napjatý; ale napjatý provaz znázorňuje přímou čáru.

Velikost úsečky *AB* dává nejkratší vzdálenost od bodu *A* do bodu *B*, kterou v geometrii nazýváme prostě **vzdáleností** bodu *A* od bodu *B*. Jestliže na př. dvě města, třeba Brno a Bratislavu, znázorníme jako dva body, pak jejich geometrická vzdálenost je vzdušná vzdálenost obou měst po přímé čáře. Skutečná vzdálenost po železnici nebo po silnici je větší; není to velikost přímé čáry, nýbrž (velmi přibližně) velikost lomené čáry.

Porovnávání velikostí úseček (a lomených čar) je prakticky nesmírně důležité a setkáváme se s ním v životě na každém kroku. Přímé porovnávání nejrozmanitějších úseček by bylo nadmíru nepohodlné a proto se od pradávna užívalo určitých základních úseček jako jednotek, s nimiž se všecky jiné úsečky porovnávaly. Takové jednotky byly dříve voleny na základě rozměrů lidského těla: stopa, loket, sáh a pod. Protože lidská těla jsou různá, bralo se za základ tělo panovníka. Ale stejně pojmenované jednotky u různých národů a v různých dobách nebyly stejně veliké, ba mnohdy nebyly ani příliš přesně určeny. Teprve Velká francouzská revoluce přinesla mezinárodní jednotku; je to m e t r, původně desetimiliontá část zemského kvadrantu, t. j. nejkratší vzdálenost od severního pólu k rovníku. Protože však porovnávání velikostí úseček moderními vědeckými prostředky lze prováděti mnohem přesněji, než jak je dodnes možno určiti velikost zemského kvadrantu, je přesná vědecká definice metru dnes poněkud jiná. O tom se budete podrobněji učit až v příštím roce ve fysice. Řekneme-li, že velikost úsečky je na př. 25 metrů, znamená to, že se ta úsečka rovná součinu čísla 25 a úsečky, jejíž velikost se rovná jednomu metru. Daná úsečka se ovšem nemusí p ř e s n ě rovnat žádnému součinu celého čísla s úsečkou rovnou jednomu metru, tedy velikost úsečky při zavedené jednotce (ať už je to metr či kterákoli jednotka jiná) nedá se přesně vyjádřiti celým číslem. Dá se však vždy vyjádřit s prakticky postačující přesností desetinným zlomkem.

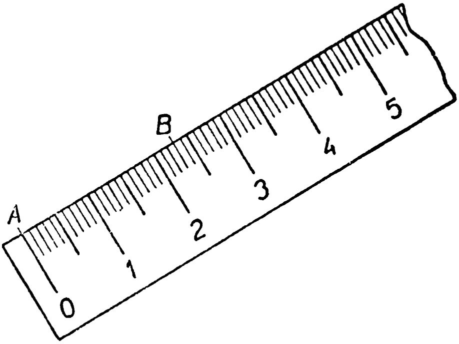
Podrobněji se o jednotkách délky budete učit v aritmetice. V geometrii pro úsečky rýsované v sešitě volíme za jednotku obyčejně 1 cm (centimetr), to je jednotku stokrát menší než metr.

Mnohdy volíme také za jednotku 1 mm (milimetr), který je desetkrát menší než 1 cm. Pro úsečky rýsované na tabuli volíme za jednotku 1 dm (decimetr); to je jednotka desetkrát menší než metr, tedy desetkrát větší než 1 cm. Proto obrazce na tabuli rýsujeme obyčejně desetkrát větší než obrazce v sešitě. Při určování vzdáleností měst a pod. volíme za jednotku 1 km (kilometr), jednotku tisíckrát větší než metr.

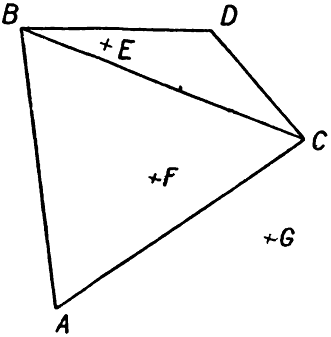
K určení číselné velikosti úsečky (v centimetrech nebo v milimetrech) užíváme zpravidla papírového nebo celuloidového m ě ř í t k a. Takové měřítko má malou tloušťku a velmi dobře přiléhá k papíru. K měření úseček nepoužívejte dřevěného pravítka, protože tloušťka pravítka je na závadu přesnému měření. Na druhé straně zase nepoužívejte měřítka k rýsování přímek, protože nemá pevný okraj. Měření velikosti úsečky měřítkem je naznačeno v obr. 23.

Zapíšeme: $\overline{AB} = 23$ mm nebo $\overline{AB} = 2{,}3$ cm. Měřítka užíváme také k n a n á š e n í ú s e č k y na danou přímku, je-li velikost úsečky dána číslem; na př. obr. 23 znázorňuje, jak lze pomocí měřítka nanésti na danou přímku úsečku rovnou 23 mm. Jestliže však máme přenést úsečku již narýsovanou, je přesnější a rychlejší provésti to proužkem papíru nebo kružítkem nežli měřítkem. Všimněte si v obr. 24 úseček *AB*, *AC*, *BC*. (Zatím si nevšímejte úseček *BD* a *CD*.)

Tyto tři úsečky omezují v nákresně plochu, která se jmenuje **trojúhelník** *ABC*. Body *A*, *B*, *C* jsou **vrcholy** trojúhelníka *ABC*, úsečky *AB*, *AC*, *BC* jsou jeho **strany.** V obr. 24 vidíme také trojúhelník *BCD*; jmenujte jeho vrcholy a jeho strany! V obr. 24 je



Obr. 23.



Obr. 24.

bod *F* **uvnitř** trojúhelníka *ABC* a body *D*, *E*, *G* jsou **vně** tohoto trojúhelníka; bod *E* je uvnitř trojúhelníka *BCD* a body *A*, *F*, *G* jsou vně tohoto trojúhelníka. Všecky tři strany trojúhelníka dohromady tvoří uzavřenou lomenou čáru (uzavřenou v tom smyslu, že vychází z jednoho vrcholu a zase se do něho vrací), která se jmenuje **obvod** trojúhelníka a tvoří rozhraní mezi vnitřkem a vnějškem.

Úsečky *AB*, *BD*, *DC*, *CA* v obr. 24 omezují v nákresně plochu, která se jmenuje **čtyrúhelník** *ABDC*. Body *A*, *B*, *C*, *D* jsou vrcholy čtyrúhelníka *ABDC*; úsečky *AB*, *BD*, *DC*, *CA* jsou jeho strany. Všecky čtyři strany dohromady tvoří uzavřenou lomenou čáru, která se jmenuje obvod čtyrúhelníka *ABDC*. V obr. 24 jsou body *E*, *F* uvnitř čtyrúhelníka *ABDC* a bod *G* je vně tohoto čtyrúhelníka.

Úsečka *BC* je jednou **úhlopříčkou** čtyrúhelníka *ABDC*; druhou jeho úhlopříčkou je úsečka *AD*, která není v obr. 24 vyznačena. Vrcholy čtyrúhelníka píšeme vždy po pořádku tak, jak za sebou následují na obvodu. Čtyrúhelník *ABDC* můžeme nazvati také čtyrúhelník *BDCA* nebo *BACD* nebo *CABD* atd., ale nikoli třeba *ABCD* nebo *BADC*. Proč byla taková poznámka zbytečná u trojúhelníka?

Když jste se seznámili s pojmem trojúhelníka a čtyrúhelníka, dokážete už sami narýsovat **pětiúhelník** nebo **šestiúhelník** a vyjmenovat jejich strany, vrcholy a úhlopříčky.

Velikost obvodu trojúhelníka nebo čtyrúhelníka (pětiúhelníka a pod.) je možné určit tak, že změříme velikost všech stran a výsledky sečteme. Přesnější a výhodnější je však sečíst graficky všecky strany, a teprve potom provésti jediné měření.

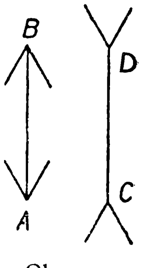
V tomto článku jste se seznámili s geometrickými názvy: velikost úsečky — rovnost úseček — úsečka větší nebo menší než jiná úsečka — značky >, < — přenášení úseček — grafické sčítání a odčítání úseček — grafické násobení úsečky celým číslem — střed úsečky — rozpůlení úsečky — vzdálenost dvou bodů — nanášení úseček — trojúhelník — čtyrúhelník — pětiúhelník — šestiúhelník — vrcholy — strany — obvod — vnitřek — vnějšek — úhlopříčky.

Cvičení.

18. Narýsujte si dvě přesně dlouhé stejné úsečky *AB* a *CD* vedle sebe. Připojte další úsečky jako na obr. 25. I když víte, že jsou obě úsečky *AB*, *CD* stejně veliké, zdá se vám, že jedna úsečka je delší. Je to zrakový klam.

19. Změřte délku svého ukazováčku (asi 6 až 8 cm), vzdálenost špičky palce od špičky malíčku (něco přes decimetr), délku natažené paže (asi 50 až 60 cm), svou výšku (asi 150 cm). Odhadněte délku svého kroku (při délce 60 cm ujdete 3 m pěti kroky). Výsledky měření si pamatujte.

20. Odhadujte od oka velikosti předmětů a vzdáleností. Výsledky odhadu kontrolujte měřením. Pomáhejte si čísly zjištěnými ve cvičení 19.



Obr. 25.

21. Zjišťujte vzdušnou vzdálenost různých měst Československé republiky podle mapy (musíte přihlížet k měřítku mapy) a vzdálenost železniční podle jízdního řádu. Porovnávejte obě vzdálenosti a vysvětlujte rozdíly.

22. Narýsujte podle měřítka dvě úsečky dlouhé 43 mm a 27 mm, sečtěte je graficky za pomoci proužku papíru a přesvědčte se měřítkem, že vám vyšla úsečka dlouhá 7 cm.

23. Narýsujte podle měřítka dvě úsečky dlouhé 56 mm a 26 mm, odečtěte je graficky za pomoci proužku papíru a přesvědčte se měřítkem, že vám vyšla úsečka dlouhá 3 cm.

24. Narýsujte podle měřítka tři úsečky dlouhé 37 mm, 29 mm a 44 mm a sečtěte je graficky za pomoci proužku papíru. Vyšla vám úsečka dlouhá 1 dm?

25. Narýsujte podle měřítka úsečku dlouhou 17 mm a sestrojte graficky (za pomoci proužku papíru) její trojnásobek a pětinásobek. Správnost výsledku kontrolujte výpočtem a přeměřením.

26. Jestliže umíme rozpůlit úsečku, umíme také rozdělit úsečku na čtyři stejné díly; vyložte jak. Narýsujte úsečku dlouhou 52 mm a postupným půlením zkusmo ji rozdělte na čtyři stejné díly. Přesvědčte se měřením, že velikost každého dílu je 13 mm.

27. Úsečku *AB* na proužku papíru můžeme rozpůlit tím, že přeložíme proužek tak, aby se body *A* a *B* kryly. Narýsujte úsečku dlouhou 68 cm a za pomoci proužku papíru ji rozdělte na čtyři stejné díly.

28. S použitím provázku určete střed hrany stolu a rozdělte délku učebny na čtyři stejné díly!

Cvičení 29 až 35 se týkají obr. 24 v učebnici. Každý žák provede měření samostatně a zapíše svůj výsledek do sešitu. Potom se porovnávají výsledky třídy. Ve cvičeních 31 až 35 se užívá proužku papíru.

29. Změřte strany trojúhelníka *ABC*.

30. Změřte strany trojúhelníka *BCD*.

31. Určete graficky velikost obvodu trojúhelníka *ABC*.

32. Určete graficky velikost obvodu trojúhelníka *BCD*.

33. Určete graficky velikost obvodu čtyrúhelníka *ABDC*.

34. Určete graficky napřed součet a potom rozdíl obou úhlopříček čtyrúhelníka *ABDC*.

35. Určete graficky délku $3 \,.\, \overline{AC} - 2 \,.\, \overline{AB}$.

36. Zvolte si bod *S* a veďte jím dvě přímky. Na první naneste $\overline{AS} = \overline{SB} = 57$ mm; na druhou naneste $\overline{CS} = \overline{SD} = 36$ mm. Narýsujte úsečky *AC*, *AD*, *BC*, *BD*.

37. Ve cvičení 36, jestliže jste správně rýsovali, musí vám vyjíti, že $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$. Přesvědčte se proužkem papíru. Jestliže vám to nevyšlo, rýsujte znovu a pečlivěji.

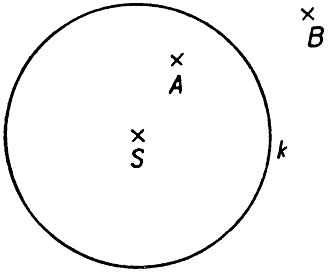
38. Narýsujte si pětiúhelník *HKLMN*. Přemýšlejte, kolik asi má úhlopříček. Potom je všecky narýsujte.

39. Narýsujte si šestiúhelník *PRSTUV*. Kolika úhlopříčkami rozdělíme šestiúhelník na dva čtyrúhelníky? Jmenujte je všecky a jednu z nich narýsujte.

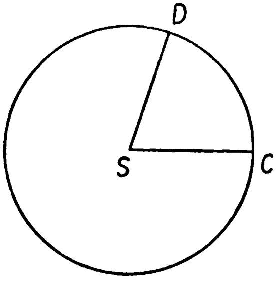
40. Narýsujte si šestiúhelník *PRSTUV*. Kolika úhlopříčkami rozdělíme šestiúhelník na pětiúhelník a na trojúhelník? Jmenujte je všecky a jednu z nich narýsujte.

4. Rýsování kružnic.

Nejdůležitější křivá čára je **kružnice** (obr. 26). Je to taková čára, jejíž všecky body jsou stejně vzdáleny od jednoho bodu. Tento bod, v obr. 26 označený písmenem *S*, jmenuje se **střed kružnice**, která je na obr. 26 označena písmenem *k*. Přesvědčte se proužkem papíru, že všecky body kružnice *k* narýsované v učebnici jsou skutečně stejně vzdáleny od bodu *S*. Kružnice omezuje v nákresně plochu, která se jmenuje **kruh.** Střed kružnice je také středem kruhu. Kružnice tvoří **obvod kruhu.** Bod *A* v obr. 26 leží **uvnitř** kružnice *k*, bod *B* v obr. 26 leží **vně** kružnice *k*.



Obr. 26.



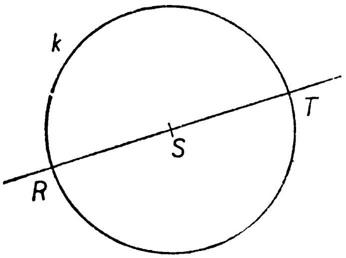
Obr. 27.

Úsečka, jejíž jeden krajní bod je střed kružnice a jejíž druhý krajní bod leží na kružnici, jmenuje se **poloměr** kružnice. V obr. 27 jsou narýsovány dva poloměry kružnice: *SC* a *SD*. Všecky poloměry kružnice mají stejnou velikost. Tato velikost se obvykle označuje písmenem *r*; je to počáteční písmeno latinského slova radius, které znamená poloměr. Původní význam slova radius je příčka kola u vozu. Každý bod na kružnici má od středu vzdálenost rovnou *r*, každý bod uvnitř kružnice má od středu vzdálenost menší než *r*, každý bod vně kružnice má od středu vzdálenost větší než *r*.

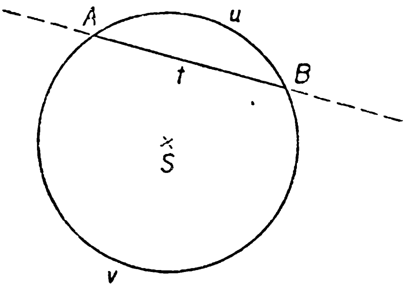
Přímka procházející středem kružnice *k* (v obr. 28) protne tuto kružnici ve dvou bodech, *R* a *T*. Úsečka *RT* se jmenuje **průměr** kružnice k. Každý průměr kružnice se skládá ze dvou poloměrů. Proto mají všecky průměry kružnice stejnou velikost, která se často označuje písmenem d; je to počáteční písmeno řeckého slova diametros, které znamená průměr. Připomeneme-li si význam písmena r, můžeme napsat:

$$d = 2r, \; r = \frac{1}{2} d,$$

což znamená, že průměr je dvojnásobek poloměru, poloměr je polovina průměru.



Obr. 28.

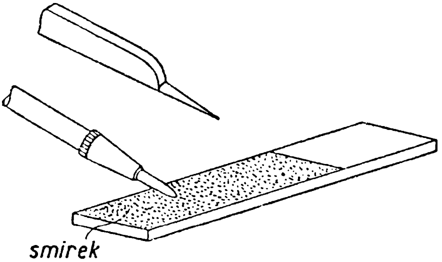


Obr. 29.

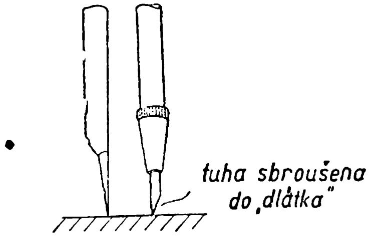
Průměr rozdělí kruh na dva polokruhy, krajní body průměru rozdělí kružnici na dvě polokružnice. Polokruh je plocha omezená průměrem a polokružnicí; polokružnice je čára.

Zvolíme-li na kružnici dva různé body A, B, rozdělí se kružnice na dvě části, zvané **oblouky** (u a v v obr. 29). Úsečka AB se jmenuje **tětiva** (t v obr. 29). K jednomu oblouku patří jediná tětiva, ale k jedné tětivě patří dva oblouky. Odkud jsou vzaty názvy oblouk a tětiva? Tětiva AB je úsečka: je částí přímky AB, která se jmenuje **sečna** kružnice. Tětiva rozdělí kruh na dvě **kruhové úseče;** je tedy kruhová úseč plocha omezená obloukem kružnice a příslušnou tětivou. Dva různé poloměry rozdělí kruh na dvě části (obr. 27), ty se jmenují **kruhové výseče**; kruhová výseč je tedy plocha omezená obloukem kružnice a dvěma poloměry.

Abychom mohli narýsovati kružnici, musíme znát její střed a poloměr. Kružnice rýsujeme kružítkem. Nejprve si připravíme kružítko k rýsování: sbrousíme tuhu po vnější straně na smirkovém brousku podle obr. 30a. Část obsahující tuhu má býti právě tak dlouhá jako část obsahující kovovou jehlu (obr. 30b). Podobně připravíme i kružítko, kterým rýsujeme na tabuli. Při rýsování uchopte kružítko za jeho hlavu (obr. 30c) a rozevřete tak, aby vzdálenost mezi jehlou a tuhou byla rovna poloměru. Jehlu zabod-

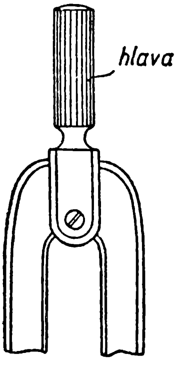


Obr. 30a.



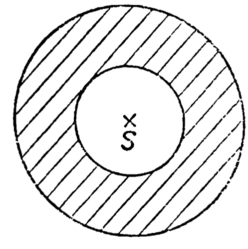
Obr. 30b.

něte j e m n ě do bodu, který má býti středem kružnice. Kružnici rýsujte jedním tahem. Kružítkem při rýsování nekývejte. Rýsujeme-li kružnici, jejíž střed je v bodě A, pravíme, že **opisujeme kružnici kolem bodu** A. Máte-li narýsovat kružnici, která nemá střed v daném bodě, nýbrž máte-li si střed z v o l i t buďto libovolně, nebo na dané čáře, v ž d y c k y s i n a p ř e d v y z n a č t e s t ř e d. Stává se totiž často, že při rýsování dalších čar potřebujeme znát jeho polohu.



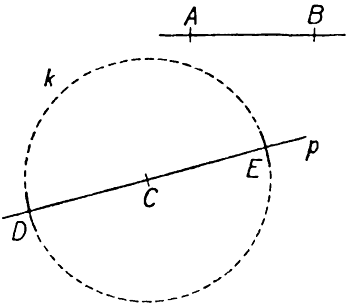
Obr. 30c.

Často rýsujeme několik kružnic se společným středem. Takové kružnice se jmenují **soustředné.** Plocha omezená dvěma soustřednými kružnicemi (vyčárkovaná v obr. 31) se jmenuje **mezikruží;** rozdíl poloměrů obou kružnic je **šířka** mezikruží.

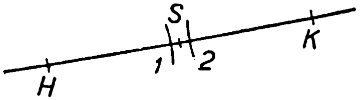


Obr. 31.

Při velmi mnoha geometrických úlohách nerýsujeme celé kružnice, nýbrž pouze malé oblouky kružnic. Tak je tomu na př. máme-li přenésti danou úsečku AB na danou přímku p od daného bodu C této přímky. Tuto úlohu jsme řešili dříve s pomocí proužku papíru (obr. 18). Místo proužku papíru můžeme užíti kružítka (obr. 32). Jiná úloha: Máme určit na přímce *p* body *D*, *E*, jejichž vzdálenost od bodu *C* se rovná úsečce $\overline{AB}$. Všecky body vzdálené od bodu *C* o úsečku rovnou *AB* leží na kružnici *k* opsané kolem bodu *C* poloměrem $\overline{AB}$. Je však zbytečné rýsovati tuto kružnici *k* (v obr. 32 vyčárkovanou) celou, stačí narýsovati (v obr. 32 plně vytažené) malé



Obr. 32.

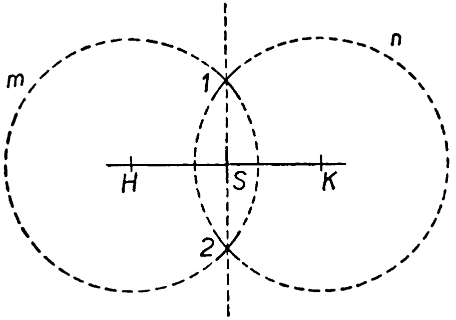


Obr. 33.

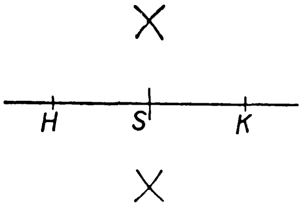
obloučky kružnice, které protnou přímku *p* v hledaných bodech *D*, *E*. Podobně řešíme kružítkem i jiné úlohy řešené na str. 19 s pomocí proužku papíru: grafické sčítání a odčítání úseček, grafické násobení úsečky číslem. Rozpůlení úsečky *HK* zkusmo za pomoci kružítka provedeme takto (obr. 33): Rozevřeme kružítko do délky, která se nám zdá asi polovinou úsečky, tímto poloměrem opíšeme z bodů *H*, *K* malé obloučky kružnic, které nám vytnou na přímce *HK* body *1* a *2*. Kratičkou úsečku *12* rozpůlíme zkusmo a máme hledaný střed *S* úsečky *HK*.

Rozpůlit úsečku potřebujeme při často se vyskytující úloze narýsovat **kružnici nad průměrem** *HK*, t. j. narýsovat kružnici tak, aby daná úsečka *HK* byla jejím průměrem. Najdeme střed *S* úsečky *HK*, a ten bude středem hledané kružnice.

Úlohu rozpůlit danou úsečku *HK* můžeme za pomoci pravítka a kružítka řešit přesně (ne tedy zkusmo) takto (obr. 34): Rozevřeme kružítko asi do $\frac{3}{4}$ velikosti úsečky *HK*. Tímto poloměrem opíšeme kolem bodu *H* kružnici *m* a kolem boku *K* kružnici *n*. Tyto dvě kružnice (v obr. 34 vyčárkované) se protnou v bodech *1*, *2* a spojnice *12* (v obr. 34 vyčárkovaná) protne přímku *HK* v hledaném středu *S*. Při skutečném provedení nerýsujeme to, co je vyčárkováno v obr. 34, nýbrž pouze to, co vidíme v obr. 35. Že nalezený bod *S* je přesně středem úsečky *HK*, o tom se v každém jednotlivém případě můžeme přesvědčit tak, že pomocí kružítka porovnáme velikosti úseček *HS* a *KS*. Ve druhé třídě budeme probírat obecné odůvodnění správnosti popsaného způsobu určení středu úsečky. Prozatím je vaším úkolem, abyste ten způsob dobře nacvičili a prováděli jej rychle a přesně.



Obr. 34.



Obr. 35.

Takové rýsování podle určitých geometrických pravidel, jak jsme se s ním právě seznámili při rozpůlení úsečky způsobem naznačeným v obr. 35, nazývá se obyčejně **konstrukce** (v našem případě konstrukce středu úsečky). Slovo konstrukce je latinského původu a jeho český překlad je **sestrojení.** Obyčejně se užívá cizího podstatného jména konstrukce a českého slovesa sestrojiti. Konstrukce jsou velmi důležité v nejrůznějších oborech výroby.

Seznámili jste se nyní s těmito geometrickými názvy: kružnice — kruh — obvod kruhu — střed kružnice — vnitřek a vnějšek kružnice — poloměr *r* — průměr *d* — polokružnice — polokruh — oblouk — tětiva — sečna — kruhová úseč — kruhová výseč — opsati kružnici kolem bodu — soustředné kružnice — mezikruží a jeho šířka — kružnice nad daným průměrem — konstrukce.

Cvičení.

41. Jaký je průměr kružnice, je-li poloměr: a) 4 cm; b) 9 mm; c) 47 mm; d) 32 mm; e) 1,5 cm; f) 6,3 cm; g) 5 dm; h) 2 m 5 dm?

42. Jaký je poloměr kružnice, je-li průměr: a) 6 cm; b) 48 cm; c) 54 mm; d) 3,6 mm; e) 7 cm; f) 43 mm; g) 5 dm; h) 1 m; i) 3 m 4 cm?

43. Určete z mapy, z kterých měst je do Brna přibližně stejně daleko jako z Olomouce. (Berte zřetel pouze na vzdušnou vzdálenost.) Řešte podobnou úlohu také pro jiné dvojice měst Československa.

44. Určete na plánu města, které význačné budovy mají od školy vzdálenost asi tak velkou jako váš domov.

45. Co opisují konce ručiček hodinových při svém pohybu? Jiné příklady.

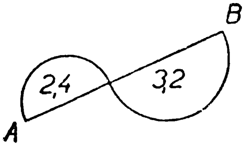
46. Řešte znovu cvičení **31** až **35**, ale neužívejte proužku papíru, nýbrž kružítka.

47. Kolem zvoleného bodu S opište tři soustředné kružnice s poloměry 3 cm, 4 cm, 53 mm. (Jehlu kružítka zabodávejte jemně do bodu S, abyste nepropíchli papír.) Bodem S veďte přímku $ABCSDEF$. (Body A, B, C, D, E, F leží v udaném pořádku na narýsovaných kružnicích.) Výpočtem zpaměti zjistěte a zapište velikost úseček AB, BC, CS, SD, DE, EF.
Přesvědčte se potom měřením, že jste rýsovali přesně.

48. Narýsujte mezikruží šířky 27 mm tak, aby průměr vnitřní kružnice byl 42 mm. (Výpočtem zpaměti zjistěte velikost obou poloměrů.) Veďte středem S přímku $RTSUV$ (body $RTUV$ leží v udaném pořádku na narýsovaných kružnicích). Vypočtěte zpaměti, jakou velikost musí míti úsečky RU a TV a kontrolujte měřítkem.

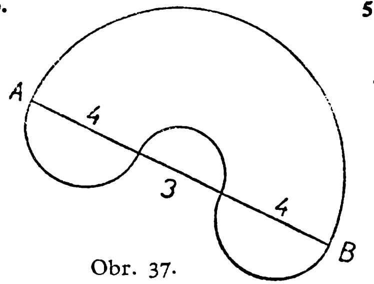
Ve cvičeních **49** až **53** máte narýsovati obrazce takového tvaru jako v učebnici, ale větší. Velikost vašich obrazců je předepsána čísly udanými u tištěných obrazců. Udaná čísla značí centimetry, ale značka cm je vynechána. Říkáme stručně, že v obr. 36 až 40 je j e d n o t k o u 1 cm. U každého z těchto cvičení si vypočtete velikost úsečky AB a kontrolujte ji měřítkem ve svém obrazci.

49.



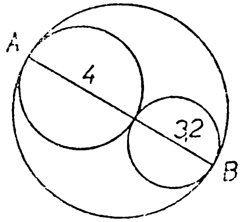
Obr. 36.

50.



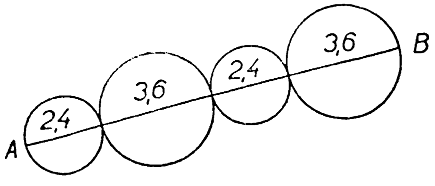
Obr. 37.

51.



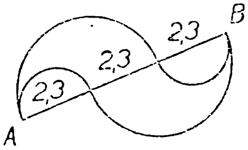
Obr. 38.

52.



Obr. 39.

53.



Obr. 40.

54. Narýsujte dvě kružnice tak, aby vzdálenost středů byla přesně 5 cm; první kružnice má míti poloměr 3 cm, druhá 4 cm. Označte písmeny A, B průsečíky (společné body) obou narýsovaných kružnic. Úsečka AB je s p o l e č n á t ě t i v a obou kružnic. Narýsujte ji a změřte ji. Při správném rýsování vám vyjde $\overline{AB} = 24$ mm.

55. Zvolte si bod P a narýsujte několik kružnic s týmž poloměrem 3 cm tak, aby všecky procházely bodem P. (Kde musí ležeti středy takových kružnic?)

56. Zvolte si bod A a narýsujte kružnici k s poloměrem 5 cm tak, aby procházela bodem A. Určete na kružnici k dva body B, C tak, aby bylo $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm. Veďte průměr AD kružnice k. Narýsujte a přeměřte tětivy BD, CD. Při správném rýsování vám vyjde $\overline{BD} = 6$ cm, $\overline{CD} = 6$ cm.

57. Zvolte bod S a opište kolem něho kružnici k. Zvolte průměr PQ kružnice k a narýsujte kružnici nad průměrem PS a kružnici nad průměrem QS.

58. Zvolte si čtyrúhelník $ABCD$ a narýsujte šest kružnic nad průměry AB, BC, CD, DA, AC, BD.

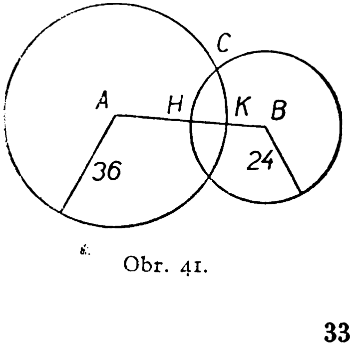
59. Zvolte si trojúhelník HKL a najděte střed U strany KL, střed V strany HL a střed W strany HK. Narýsujte úsečky HU, KV, LW. Co pozorujete?

60. Zvolte si trojúhelník PQR a najděte střed S strany PQ a střed T strany PR. Narýsujte úsečky RS a QT a jejich průsečík označte písmenem H. Najděte střed K úsečky RH a střed L úsečky QH. Při správném rýsování vám vyjde: $\overline{SH} = \overline{HK} = \overline{KR}$, $\overline{TH} = \overline{HL} = \overline{LQ}$.

61. Zvolte si čtyrúhelník $ABCD$ (dosti veliký). Najděte střed E úsečky AB, střed F úsečky BC, střed G úsečky CD a střed M úsečky DA. Narýsujte úsečky EG a FM a označte N jejich průsečík. Při správném rýsování vám vyjde, že bod N je středem obou úseček EG a FM.

62. Kolem zvoleného bodu S opište kružnici k s poloměrem 46 mm. Narýsujte libovolný průměr XY kružnice k. Kolem bodu X opište kružnici m a kolem bodu Y opište kružnici n tak, aby obě procházely bodem S. Označte průsečíky kružnice k s kružnicí m písmeny PQ. Dále označte písmeny U, V průsečíky kružnice k s kružnicí n, a to tak, aby bylo $\overline{PU} < \overline{PV}$. Při správném rýsování vám vyjde $\overline{PU} = 46$ mm, $\overline{QV} = 46$ mm.

Cvičení **63** a **64** se vztahují k obr. 41, v kterém je jednotka 1 mm. Body A, B jsou středy narýsovaných kružnic. (Přesný obrazec ke cvičením **63** a **64** má trochu jiný tvar než obr. 41.)



Obr. 41.

63. Jak veliká musí být úsečka AB, aby vyšlo $\overline{HK} = 14$ mm? Čemu bude potom roven obvod trojúhelníka ABC? Sestrojte přesný obrazec.

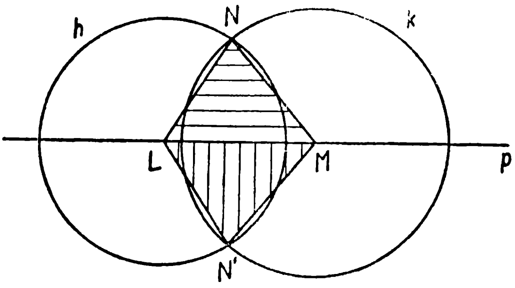
64. Jak veliká musí býti úsečka HK, aby trojúhelník ABC měl obvod 11 cm? Sestrojte přesný obrazec.

5. Přenášení obrazců kružítkem.

Velmi důležitá je úloha sestrojiti trojúhelník tak, aby každá jeho strana měla předepsanou velikost. Stanovme si na př. za úkol konstrukci takového trojúhelníka LMN, aby bylo

$$\overline{LM} = 6 \text{ cm}, \qquad \overline{LN} = 48 \text{ mm}, \qquad \overline{MN} = 53 \text{ mm}.$$

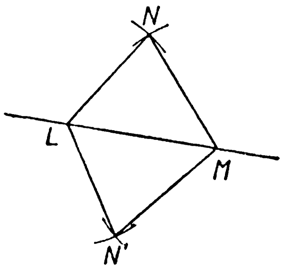
Zvolte si (asi uprostřed stránky v sešitě) přímku p a na ní dva body L, M tak, aby bylo $LM = 6$ cm. Máme už dva vrcholy L, M a jednu stranu LM trojúhelníka LMN. Kde musí ležet třetí vrchol N? Protože má platit $LN = 48$ mm, musí bod N ležeti na kružnici h, opsané kolem bodu L poloměrem 48 mm. Narýsujte si kružnici h. Protože má platit $\overline{MN} = 53$ mm, musí bod N ležeti na kružnici k, opsané kolem bodu M poloměrem 53 mm. Narýsujte si kružnici k. Kružnice h a k se protnou ve dvou bodech. Zvolte si jeden z nich a označte jej N. Sestrojte úsečky LN, MN a máte žádaný trojúhelník LMN (vodorovně vyčárkovaný v obr. 42). Úloze vyhovuje ještě jeden trojúhelník (svisle vyčárkovaný v obr. 42). Je to trojúhelník LMN' (N' čteme N' s čárkou), který dostanete, když místo bodu N vezmete druhý průsečík N' kružnic h a k.



Obr. 42.

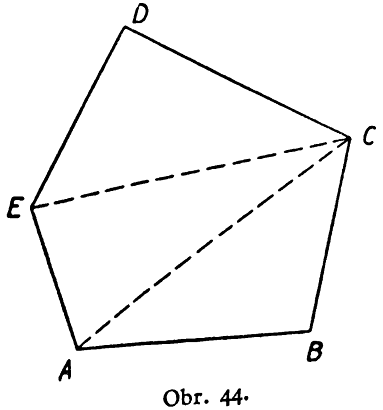
Při praktickém provádění této úlohy nerýsujeme kružnice h celé, nýbrž pouze malé oblouky v blízkosti průsečíků, jak je to naznačeno v obr. 43.

V předcházejících úlohách byly velikosti stran hledaného trojúhelníka dány číselně. Často se však také vyskytuje úloha narýsovat trojúhelník tak, aby se jeho strany rovnaly stranám trojúhelníka již narýsovaného. Přitom neměříme velikosti stran narýsovaného trojúhelníka, nýbrž přenášíme je kružítkem. Jinak však si počínáme přesně tak, jak je naznačeno v obr. 43. Všimněte si na př. trojúhelníka *ABC*, narýsovaného v učebnici na str. 24 (v obr. 24). Narýsujte na list papíru trojúhelník se stejně velkými stranami jako trojúhelník *ABC* v učebnici. Proveďte to celkem třikrát. Po prvé začněte konstrukci stranou *AB*, po druhé stranou *BC*, po třetí stranou *CA*. Volte místo tak, aby vaše trojúhelníky nezasahovaly jeden do druhého. Po provedení konstrukce si vystřihněte všecky tři sestrojené trojúhelníky a přesvědčte se, že je můžete položit na sebe tak, aby se přesně kryly. Přesvědčte se také, že každým vystřiženým trojúhelníkem se dá přesně zakrýt trojúhelník *ABC* z obr. 24 v učebnici. Takové dva obrazce, které lze položit jeden na druhý tak, aby se přesně kryly, jmenují se **shodné obrazce.** Jinak řečeno, dva obrazce jsou shodné, jestliže mají oba stejnou velikost a stejný tvar a liší-li se navzájem pouze svým umístěním.

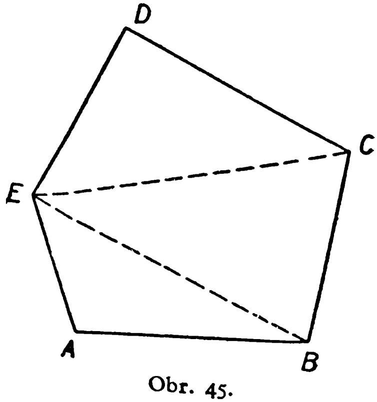


Obr. 43.

Nejdůležitější jsou shodné trojúhelníky, které budeme podrobně probírat ve druhé třídě. Naučili jsme se právě, jak lze sestrojit trojúhelník shodný s daným trojúhelníkem. U složitějších obrazců



Obr. 44.



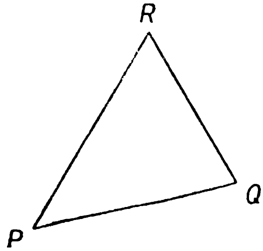
Obr. 45.

3*

si pomůžeme tím, že si je rozložíme na trojúhelníky. Máme-li na př. sestrojit v sešitě pětiúhelník $A'B'C'D'E'$, shodný s pětiúhelníkem $ABCDE$ narýsovaným v učebnici (obr. 44), neboli přenésti pětiúhelník $ABCDE$ z učebnice do sešitu beze změny jeho velikosti a tvaru, rozložíme si pětiúhelník $ABCDE$ na trojúhelníky, jak je naznačeno v obr. 44; potom pomocí kružítka přeneseme postupně jeden trojúhelník po druhém. Rozklad naznačený v obr. 44 není jediný možný; v obr. 45 je naznačen příklad jiného možného rozkladu.

V praxi užíváme právě popsaného přenášení obrazců velmi často s tím rozdílem, že rýsujeme ve zmenšeném měřítku. Dejme tomu, že si chceme naznačiti obrazcem vzájemnou polohu pěti budov, které si označme písmeny A, B, C, D, E. To nelze vystihnouti ve skutečné velikosti, protože vzájemné vzdálenosti budov jsou příliš veliké. Narýsujte proto obrazec na př. 10 000krát menší, ve kterém tedy vzdálenost 100 m bude znázorněna vzdáleností 1 cm. Jestliže na př. skutečná vzdálenost budovy A od budovy B je 300 m, budou body znázorňující tyto budovy míti vzdálenost 3 cm. Jestliže budovy A, B, C, D, E tvoří pětiúhelník $ABCDE$ a jestliže známe na př. skutečné vzdálenosti $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AE}$, $\overline{CE}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, můžeme narýsovati zmenšený obrazec pomocí rozkladu naznačeného v obr. 44. Při tom jsme nepotřebovali znát skutečné vzdálenosti $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$. Tyto vzdálenosti můžeme přeměřit na narýsovaném zmenšeném obrazci a z toho vypočíst, jak veliké jsou vzdálenosti $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{DE}$ ve skutečnosti.

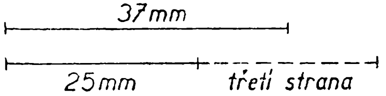
Velikosti stran trojúhelníka nelze volit úplně libovolně, nýbrž jsou omezeny podmínkou, že **každá strana trojúhelníka je menší než součet ostatních dvou.** Úsečka PQ (obr. 46) je nejkratší cesta od bodu P k bodu Q, je tedy kratší než cesta přes vrchol R složená ze stran PR a QR. Abychom se přesvědčili, že tři daná čísla mohou znamenat velikosti stran trojúhelníka, stačí se přesvědčit o tom, že největší z daných čísel je menší než součet ostatních dvou.



Obr. 46.

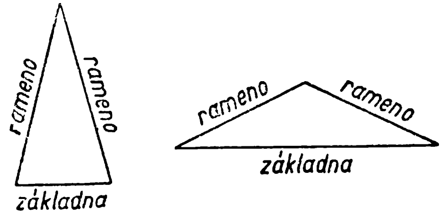
Známe-li velikosti dvou stran trojúhelníka, jaká může býti velikost třetí strany? Dejme tomu, že dvě strany mají velikost

37 mm a 25 mm. Protože $37 + 25 = 62$, musí býti třetí strana především menší než 62 mm. Zároveň však musí býti také 37 mm menší než součet 25 mm a třetí strany. Z toho soudíme podle obr. 47, že třetí strana musí býti větší než $37 - 25$, t. j. 12 mm. Tím jsme vedeni k tomuto pravidlu: **Známe-li velikosti dvou stran trojúhelníka, musí býti třetí strana menší než jejich součet a větší než jejich rozdíl.**

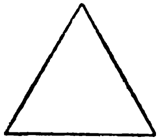


Obr. 47.

Jestliže dvě strany trojúhelníka jsou sobě rovny, potom se tyto dvě strany jmenují **ramena,** trojúhelník se jmenuje **rovnoramenný** a třetí strana se jmenuje **základna** (obr. 48). Základna je někdy menší než rameno, někdy větší. Jestliže všecky strany trojúhelníka jsou si rovny, trojúhelník se jmenuje **rovnostranný** (obr. 49). Konečně máme **různostranné** trojúhelníky se třemi nestejnými stranami.



Obr. 48.



Obr. 49.

Geometrické názvy, s nimiž jste se seznámili v tomto článku: shodné obrazce — trojúhelníky, čtyrúhelníky atd. — rýsování ve zmenšeném měřítku — rovnoramenný trojúhelník, jeho ramena a jeho základna — rovnostranný trojúhelník — různostranný trojúhelník.

Cvičení.

65. Za pomoci mapy sestrojujte obrazce, znázorňující ve zmenšeném měřítku vzájemnou polohu zvolených měst.

66. Sestrojte ve zmenšeném měřítku plán dvora, zahrady a pod. Velikosti potřebných vzdáleností stanovte přibližně podle délky kroku (cvičení **19** a **20**).

67. Sestrojte trojúhelník ABC se stranami dané velikosti, na př. $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{AC} = 54$ mm, $\overline{BC} = 47$ mm. Proveďte konstrukci třikrát, a to tak, že si po prvé zvolíte určitou polohu strany AB, po druhé strany AC, po třetí strany BC.

68. Sestrojte dva čtyrúhelníky $PQRS$ tak, aby u obou bylo $\overline{PQ} = 4$ cm, $\overline{QR} = 3$ cm, $\overline{RS} = 35$ mm, $\overline{SP} = 37$ mm. Úhlopříčka PR má býti u prvního čtyrúhelníka rovna 53 mm, u druhého 44 mm.

69. Kolikerým způsobem můžeme rozdělit pětiúhelník na tři trojúhelníky?

70. Opište tyto trojice:

a) 24 mm, 37 mm, 41 mm; b) 24 mm, 47 mm, 7 cm;
c) 24 mm, 57 mm, 90 mm; d) 34 mm, 21 mm, 12 mm;
e) 1 dm, 2 cm, 3 mm; f) 1 dm, 74 mm, 26 mm.

U každé trojice vyšetřete, může-li znamenat velikosti tří stran trojúhelníka, a jestliže ano, sestrojte takový trojúhelník.

71. Dvě strany trojúhelníka mají velikost:

a) 97 mm, 46 mm; b) 4 m 37 cm, 6 m 58 mm.

Velikost třetí strany neznáme. Co můžeme říci o velikosti této strany? Co můžeme říci o velikosti obvodu?

72. Opište tyto dvojice:

a) 37 cm, 57 cm; b) 42 cm, 95 cm;
c) 5 dm, 32 cm; d) 47 cm, 3 dm;
e) 1 dm, 368 mm; f) 83 mm, 125 cm.

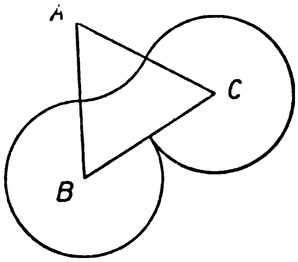
U každé dvojice vypočtěte, jaká by musila býti velikost třetí strany, aby se obvod rovnal 1 m, a zkoumejte, je-li takový trojúhelník možný!

73. Velikosti stran čtyrúhelníka $HKLM$ jsou $\overline{HK} = 5$ cm, $\overline{KL} = 63$ mm, $\overline{LM} = 67$ mm, $\overline{MH} = 6$ cm. Co můžete říci o velikosti úhlopříčky HL? Co o velikosti úhlopříčky KM?

74. Zvolte si libovolný trojúhelník ABC. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABS, BCU, CAV tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC. Narýsujte úsečky CS, AU, BV; při správném rýsování se vám protnou v jediném bodě. Změřte pečlivě tyto tři úsečky; jsou si všecky rovny?

75. Opakujte cvičení 74 s tím rozdílem, že trojúhelníky ABS, BCU, CAV budou nyní zasahovati dovnitř trojúhelníka ABC.

76. Sestrojte obrazec podobný obr. 50. Trojúhelník ABC je rovnostranný. V obrazci jsou oblouky kružnic, které mají všecky míti poloměr 26 mm. Jaká musí býti velikost strany trojúhelníka ABC?



Obr. 50.

77. Zvolte úsečku MN velikosti 4 cm. Kde musí ležet střed kružnice s poloměrem 3 cm, má-li tato kružnice procházet body M, N? Kolik je takových kružnic? Sestrojte je.

78. Sestrojte obrazec podobný obr. 51. $H\breve{K}$ se má rovnat 32 mm, dvě kružnice mají míti poloměr 32 mm a třetí 2 cm.

Obr. 51.

79. Zvolte úsečku $AB = 42$ mm. Sestrojte všecky možné rovnoramenné trojúhelníky se základnou AB a s ramenem velikosti 34 mm. Kolik je jich?

80. Zvolte opět úsečku $AB = 42$ mm. Sestrojte všecky možné rovnoramenné trojúhelníky s jedním ramenem AB a se základnou velikosti 34 mm. Kolik je jich?

81. Opakujte cvičení 79, ale vyměňte délky 42 mm a 34 mm.

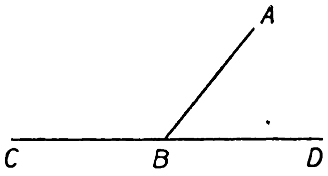
82. Opakujte cvičení 80, ale vyměňte délky 42 mm a 34 mm.

6. Rýsování kolmic a rovnoběžek.

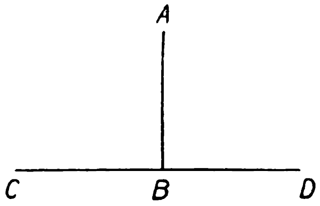
Již v čl. 1 jsme si řekli, že pohybem bodu může vzniknout lomená čára. V těch místech, kde se směr pohybu náhle mění, vznikají úhly (označené obloučky v obr. 4). Takové místo je t. zv. v r c h o l ú h l u a v r c h o l l o m e n é č á r y.

Úhly se budeme podrobněji zabývati až v oddílu III. této učebnice. Je však jeden druh úhlů, o kterých si již nyní musíme něco říci. Jsou to t. zv. **pravé úhly.**

Všimněte si obrazců 52a a 52b. Představte si, že přímka CBD znázorňuje silnici a přímka AB cestu, která v bodě B na silnici ústí.



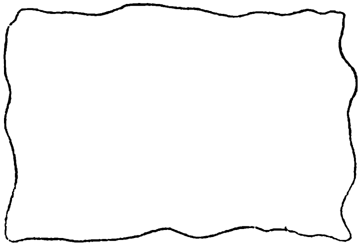
Obr. 52a.



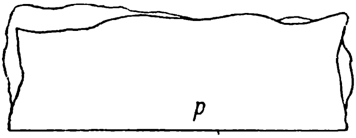
Obr. 52b.

Jestliže chodec kráčí od bodu A do bodu B a odtud jde dále po silnici, změní se v bodě B směr jeho pohybu. Přitom v obr. 52a změna směru pohybu je menší, jde-li dále ve směru od B do C, než jde-li dále ve směru od B do D; při prvé změně máme t. zv. **úhel tupý,** při druhé t. zv. **úhel ostrý.** (O ostrých a tupých úhlech budeme se dále učiti až v oddílu III.) Naproti tomu v obr. 52b máme stejně velkou změnu směru pohybu, ať již jde chodec od bodu B dále ve směru do C, či ve směru do D. Máme zde dva pravé úhly.

Vezměte si list papíru, třeba nepravidelného tvaru, jako v obr. 53, a ostře jej přehněte podle obr. 54. Dostanete přímku, kterou označte p. Přehněte papír znovu podle obr. 55 tak, aby se dvě části přímky p přesně kryly. Dostanete

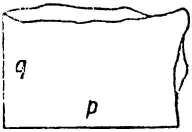


Obr. 53.

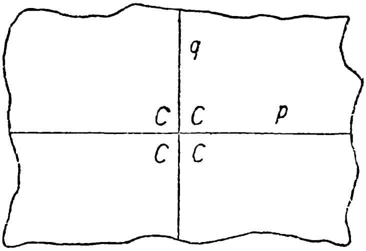


Obr. 54.

novou přímku, kterou označte q. Rozvinete-li papír zpět do rovné polohy, máte dvě přímky, které se protínají v bodě C (obr. 56). Když byl papír přeložen podél přímky p, kryly se přesně dvě části přímky q. Přesvědčte se ještě, že když přeložíte papír podél přímky q, budou se přesně krýt dvě části přímky p. Dvě přímky v ta-



Obr. 55.



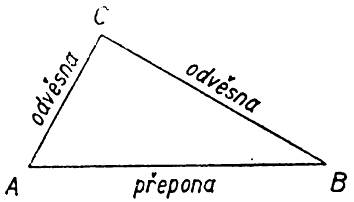
Obr. 56.

kové poloze jako přímky p, q v obr. 56 se jmenují **přímky k sobě kolmé.** Také se často říká, že přímky p, q **stojí na sobě kolmo.** Stručně zapisujeme kolmost takto:

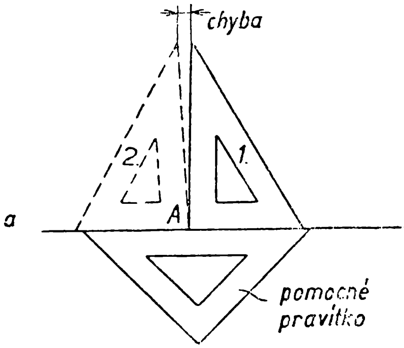
$$p \perp q \text{ nebo } q \perp p.$$

Rozstřihnete-li papír podél přímky p i podél přímky q, dostanete čtyři kusy papíru, které můžete položit jeden na druhý tak, že se v blízkosti bodu *C* přesně kryjí. Dostáváme čtyři pravé úhly a bod *C* je vrchol každého z nich. Trojúhelník, jehož dvě strany stojí na sobě kolmo, neboli, jak se často říká, **svírají** pravý úhel, nazývá se trojúhelník pravoúhlý (obr. 57). Ty dvě strany, které stojí na sobě kolmo, jmenují se **odvěsny;** třetí strana se jmenuje **přepona.** Vaše trojúhelníková pravítka jsou pravoúhlá. Proveďte kontrolu jejich pravých úhlů podle obr. 58. Nejprve dejte pravítko do polohy 1 a pak přesně do polohy 2 a narýsujte obě kolmice. Objeví-li se mezera, kolmice se nekryjí a pravítko je třeba vyměnit za lepší.

Při rýsování kolmých přímek užíváme vždy obou trojúhelníkových pravítek. Při následujícím popisu rýsování označené *trojúhelníkové pravítko* znamená pravítko, podél kterého rýsujeme; druhé pravítko je nazváno *pomocné.*



Obr. 57.

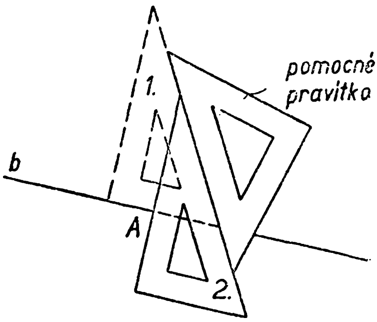


Obr. 58.

Máme-li narýsovat přímku, která prochází daným bodem *A* a stojí kolmo na dané přímce *b*, můžeme postupovat dvojím způsobem.

1. způsob (obr. 59):

Trojúhelníkové pravítko umístíme tak, aby se jedna odvěsna přesně kryla s částí narýsované přímky *b*. V této poloze přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou a pravou zlehka přisuneme k jeho přeponě pomocné pravítko. Když má pomocné pravítko správnou polohu, přidržíme

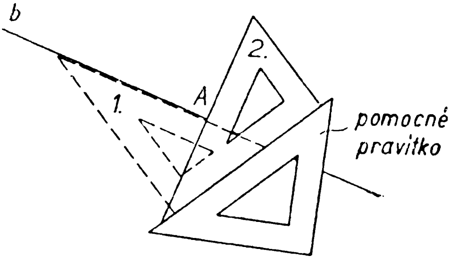


Obr. 59.

je pevně pravou rukou a levou zlehka posouváme trojúhelníkové pravítko, až jeho druhá odvěsna prochází bodem A. Potom přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou, pravou ruku uvolníme a rýsujeme žádanou kolmou přímku.

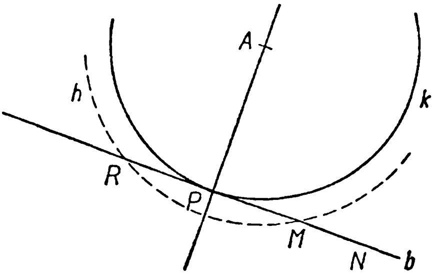
2. způsob (obr. 60):

Při prvním způsobu jsme rýsovali podél odvěsny, nyní rýsujeme podél přepony. Trojúhelníkové pravítko umístíme tak, aby jeho přepona se přesně kryla s částí narýsované přímky (poloha 1). Levou rukou pevně přidržíme trojúhelníkové pravítko a pravou zlehka přisuneme k jedné odvěsně pomocné pravítko. Jakmile je ve správné poloze, přidržíme pomocné pravítko pevně pravou rukou a levou otočíme trojúhelníkové pravítko tak, aby přiléhalo k pomocnému pravítku druhou odvěsnou; potom ještě zlehka posuneme trojúhelníkové pravítko tak, aby jeho přepona procházela bodem A. V této poloze 2 přidržíme trojúhelníkové pravítko pevně levou rukou, pravou ruku uvolníme a rýsujeme žádanou kolmou přímku.



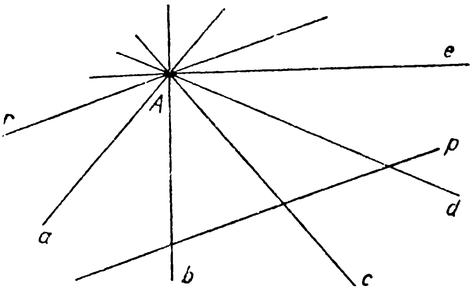
Obr. 60.

Jestliže rýsujeme přímku, která stojí kolmo na dané přímce b a prochází bodem A ležícím na přímce b, říkáme, že **vztyčujeme kolmici k přímce** b v bodě A. Jestliže však rýsujeme přímku, která stojí kolmo na dané přímce b a prochází bodem A, jenž neleží na přímce b, říkáme, že **spouštíme kolmici na přímku** b z bodu A. Kolmice spuštěná z bodu A na přímku b protne přímku b v bodě P (obr. 61), který se jmenuje **pata spuštěné kolmice.** Tato pata je ze všech bodů přímky b nejblíže k bodu A. Proto se vzdálenost bodu A od paty P jmenuje **vzdálenost bodu** A **od přímky** b. Je menší nežli



Obr. 61.

vzdálenost bodu A od kteréhokoli jiného bodu přímky b. Jestliže kolem bodu A opíšeme kružnici k poloměrem AP, má tato kružnice s přímkou b společný jediný bod P; všecky ostatní body M, N, R atd. přímky b leží vně kružnice k. Kružnice k prochází bodem P ve směru přímky b; v blízkosti bodu P kružnice k a přímka b k sobě těsně přiléhají. Pravíme, že kružnice k a přímka b se navzájem **dotýkají** v bodě P. Naproti tomu kružnice h opsaná kolem bodu A' poloměrem větším než AP má s přímkou b dva společné body M, R; přímka b je tedy sečnou kružnice h. Kružnice h prochází těmito dvěma body v jiných směrech, než je směr přímky b; pravíme, že kružnice h a přímka b se navzájem **protínají** v bodech M, R.



Obr. 62.

Přímka b, která se dotýká kružnice k v jejím bodě P, jmenuje se **tečna kružnice** k v bodě P. **Tečna kružnice** k **v jejím bodě** P **stojí kolmo na spojnici bodu** P **se středem kružnice** k. Bod P se jmenuje **bod dotyku** tečny b.

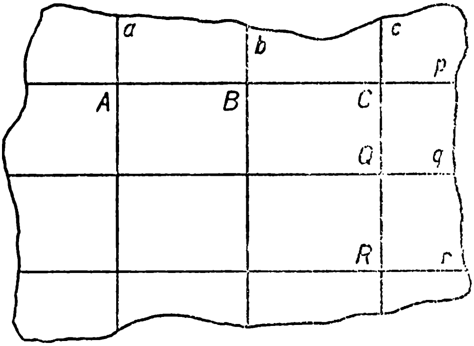
V obr. 62 vidíme přímku p a bod A, který na ní neleží. Dále je v obrazci narýsováno několik přímek procházejících bodem A. Soustava všech takových přímek se jmenuje **svazek přímek;** bod A je **střed svazku.** Některé přímky svazku (v obr. 62 jsou to přímky b, c, d) protínají přímku p v nákresně. Jiné přímky svazku (v obr. 62 jsou to přímky a, e) protínají přímku p v nepřístupných bodech. Je však ve svazku ještě jedna přímka (v obr. 62 je to přímka r), která neprotne přímku p vůbec, i kdybychom narýsované části přímek p, r libovolně daleko prodloužili. Takové dvě přímky v nákresně, které se neprotnou ani v nákresně, ani v nepřístupném bodě, jmenují se **rovnoběžné přímky** nebo krátce **rovnoběžky.** Rovnoběžnost přímek p, r zapisujeme takto:

$$p \parallel r \quad \text{nebo} \quad r \parallel p$$

Vezměte si volný list papíru (obr. 63). Přeložením papíru dostanete přímku p, na které si zvolte tři body A, B, C. Překládáním papíru dostanete kolmice a, b, c vztyčené k přímce p v bodech A, B, C. Zvolte si další dva body Q, R na přímce c. Překládáním papíru dostanete kolmice q, r vztyčené k přímce c v bodech Q, R. Přímky q, r stojí kolmo také na přímce a i na přímce b; přesvědčte se o tom překládáním papíru! Celkem máme:

$a \perp p$,	$b \perp p$,	$c \perp p$,
$a \perp q$,	$b \perp q$,	$c \perp q$,
$a \perp r$,	$b \perp r$,	$c \perp r$,
$a \parallel b$,	$a \parallel c$,	$b \parallel c$,
$p \parallel q$,	$p \parallel r$,	$q \parallel r$.

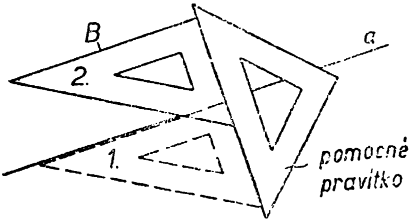
Dvě přímky, které stojí kolmo na přímce třetí, jsou spolu rovnoběžné. Dvě přímky, které jsou obě rovnoběžné s přímkou třetí, jsou mezi sebou rovnoběžné. Přímka, která stojí kolmo na druhé přímce, stojí kolmo také na každé rovnoběžce s druhou přímkou.



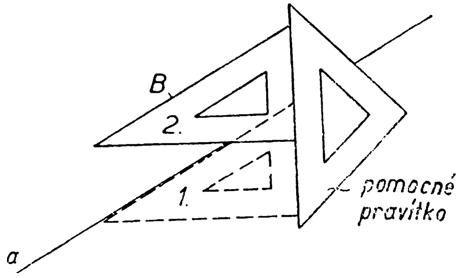
Obr. 63.

Pruh, omezený dvěma rovnoběžkami, třeba přímkami a, c v obr. 63, jmenuje se **přímý pás.** Pozorujete, že takový pás má všude stejnou šířku, která se jmenuje **vzdálenost rovnoběžek** a, c. Tuto vzdálenost můžeme měřit na kterékoli společné kolmici. Přeměřte ji v obr. 63 na kolmicích p, q a r! Přeměřte také šířku pásu omezeného rovnoběžkami q, r. Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek se rovná vzdálenosti kteréhokoli bodu na jedné z nich od druhé.

Máme-li narýsovat přímku, která prochází daným bodem B a je rovnoběžná s danou přímkou a, užíváme dvou pravítek. Při popise nazveme zase trojúhelníkovým pravítkem to, podle kterého rýsujeme; druhé pravítko nazveme pomocné. Rýsovat můžeme buďto podél odvěsny (obr. 64) nebo podél přepony (obr. 65) trojúhelníkového pravítka. Při rýsování podél odvěsny postupujeme takto. Přiložíme trojúhelníkové pravítko tak, aby jedna odvěsna se přesně kryla s částí narýsované přímky a. Potom je přidržíme pevně levou rukou a pravou zlehka přisuneme pomocné pravítko jednou stranou ke druhé odvěsně. Nyní přidržíme pomocné pravítko pevně pravou rukou a levou zlehka posouváme pomoc-



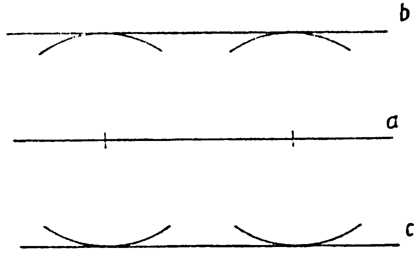
Obr. 64.



Obr. 65.

né pravítko, až ta odvěsna, která se kryla s přímkou a, bude procházet bodem B. V této poloze přidržíme pevně levou rukou trojúhelníkové pravítko, pravou rukou uvolníme a rýsujeme žádanou rovnoběžku. Postup při rýsování podél přepony je zcela obdobný.

Úlohu sestrojit k dané přímce a rovnoběžku v dané vzdálenosti můžeme řešit pravítkem a kružítkem takto (obr. 66): Kolem dvou bodů zvolených na přímce a (ne příliš blízko u sebe) opíšeme kružnice poloměrem rovným dané vzdálenosti. Žádané rovnoběžky b, c rýsujeme tak, aby se dotýkaly obou kružnic. Správné umístění pravítka je lehké. Kružnice nerýsujeme celé, jenom obloučky, jak je naznačeno v obr. 66.

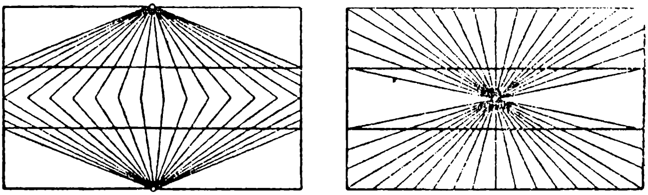


Obr. 66.

Geometrické názvy, s kterými jste se seznámili v tomto článku: pravý úhel — jeho vrchol — přímky k sobě kolmé — (přímky, které stojí na sobě kolmo) — pravoúhlý trojúhelník — jeho odvěsny svírají pravý úhel — jeho přepona leží proti pravému úhlu — kolmice vztyčená k přímce — kolmice spuštěná na přímku — pata kolmice — vzdálenost bodu od přímky — tečna kružnice — její bod dotyku — tečna se kružnice dotýká, sečna kružnici protíná — svazek přímek — rovnoběžné přímky neboli rovnoběžky — přímý pás — vzdálenost dvou rovnoběžek.

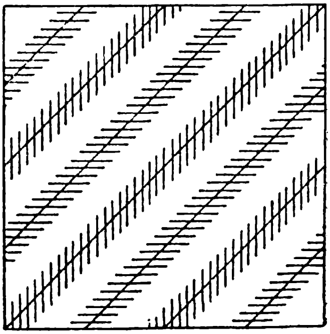
Cvičení.

83. S pravými úhly se setkáváme v životě na každém kroku. Hrany místností nebo hrany stolu atd., pravé úhly vidíme na dveřích, na oknech atd. Jmenujte jiné příklady. Přesvědčujte se přiložením pravítka.
84. Jdeme-li po přímé silnici, jak se mění naše vzdálenost od stromu stojícího stranou v poli? Kudy vede nejkratší cesta od stromu k silnici?



Obr. 67.

85. V jakém směru má chodec přecházet přes jízdní dráhu? Proč?
86. Jmenujte předměty, na kterých se vyskytují rovnoběžky.
87. Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky svislé? Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky, je-li jedna vodorovná a druhá svislá.
88. Zkoumejte pohledem i měřením obě vyznačené čáry v obr. 67. Jsou přímé? Jakou mají vzájemnou polohu?
89. Zkoumejte na pohled vzájemnou polohu přeškrtaných čar v obr. 68. Kontrolujte dvěma pravítky.
90. Každá odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je menší než jeho přepona. Odůvodněte.
91. Zvolte přímku *ABCD* a ve všech čtyřech bodech *A, B, C, D* k ní vztyčte kolmice. Přesvědčte se dvěma pravítky, že všecky narýsované kolmice jsou spolu rovnoběžné.



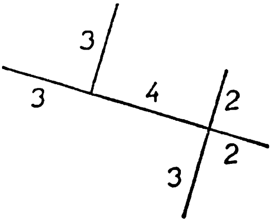
Obr. 68.

92. Zvolte přímku p a mimo ni čtyři body A, B, C, D tak, aby přímka p oddělovala body A, B od bodů C, D. Ze všech čtyř bodů A, B, C, D spusťte na přímku p kolmice. Přesvědčte se dvěma pravítky, že všecky narýsované kolmice jsou spolu rovnoběžné.

93. Zvolte si dvě přímky a, b a mimo ně bod C. Změřte vzdálenosti bodu C od přímek a, b a sečtěte ty dvě vzdálenosti graficky.

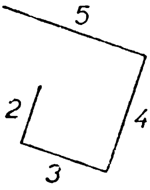
Ve cvičeních **94** až **97** máte sestrojit obrazce podle obrazců z učebnice. Jednotka 1 cm. Ve cvičení **96** je $CH \perp AB$, $BK \perp AC$, $AL \perp BC$.

94.



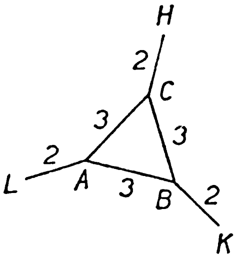
Obr. 69.

95.



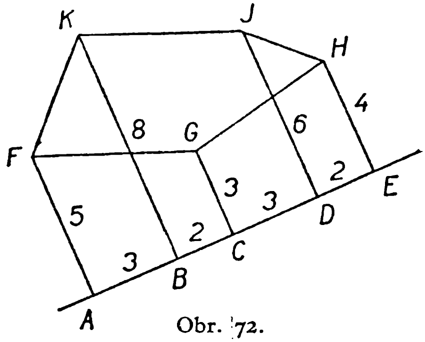
Obr. 70.

96.



Obr. 71.

97.



Obr. 72.

98. Zvolte přímku p a mimo ni čtyři body A, B, C, D tak, aby přímka p oddělovala body AB od bodů CD. Každým zvoleným bodem veďte rovnoběžku s přímkou p.

99. Zvolte si body S, A, B, C, D. Veďte rovnoběžky s přímkami SA, SB nejprve bodem C, potom bodem D.

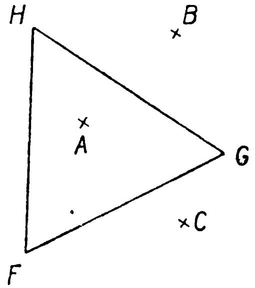
100. Narýsujte dvě rovnoběžky (dosti daleko od sebe) a přesvědčte se měřením na čtyřech místech, že jsou všude stejně od sebe vzdáleny.

101. Zvolte si přímku a. Máte narýsovati rovnoběžky b, c, d, e s přímkou a tak, aby přímka a oddělovala přímky b, c od přímek d, e; vzdálenosti přímek b, c, d, e od přímky a mají býti: 24 mm, 4 cm, 14 mm, 36 mm. Uvažujte, jaká musí býti vzdálenost b od d, vzdálenost b od e, vzdálenost c od e. Přeměřte ty vzdálenosti (každou na jiné kolmici).

102. Opakujte cvičení **36** (str. 26) a pozorujte, zdají-li se vám některé přímky v obrazci rovnoběžné. Přesvědčte se dvěma pravítky. Změřte vzdálenosti rovnoběžek.

103. Sestrojte rovnostranný trojúhelník FGH o straně 33 mm. Zvolte si tři body A, B, C asi jako v obr. 73. Veďte bodem A přímku $a \parallel FH$, bodem B přímku $b \parallel GH$, bodem C přímku $c \parallel FG$. Přesvědčte se měřením, že přímkami a, b, c je vymezen nový rovnostranný trojúhelník.

104. Sestrojte si rovnostranný trojúhelník ABC o straně 4 cm. Zvolte si dva body P, Q uvnitř trojúhelníka ABC. Najděte vzdálenosti bodu P od všech stran trojúhelníka ABC a všecky tři vzdálenosti graficky sečtěte. Totéž proveďte s bodem Q. Jestliže jste přesně pracovali, musí být oba součty sobě rovny.



Obr. 73.

105. Zvolte si dva body H, K (dosti daleko od sebe). Bodem H veďte dvě libovolné přímky a, b. Spusťte na ně kolmice z bodu K; paty kolmic označte A, B. Bodem K veďte libovolnou přímku c. Spusťte na ni kolmici z bodu H; patu kolmice označte C. Opište kružnici k nad průměrem HK. Jestliže jste přesně pracovali, musí všecky tři body A, B, C ležet na kružnici k.

106. Zvolte si bod S a veďte jím tři přímky. Na první naneste $\overline{AS} = \overline{SB} = 35$ mm, na druhou $\overline{CS} = \overline{SD} = 35$ mm, na třetí $\overline{ES} = \overline{SF} = 35$ mm. V bodech A a B vztyčte kolmice k přímce AB. V bodech C a D vztyčte kolmice k přímce CD. V bodech E a F vztyčte kolmice k přímce EF. Opište kružnici kolem bodu S poloměrem 35 mm. Všecky sestrojené kolmice se dotýkají kružnice k. Proč?

107. Zvolte si kružnici k (dosti velikou) a na ní čtyři body A, B, C, D. Z bodu D spusťte kolmici na přímky AB, AC a BC; paty kolmic označte X, Y, Z. Při přesném rýsování musí body X, Y, Z ležet na jedné přímce. Přesvědčte se.

108. Sestrojte trojúhelník ABC o stranách $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 63$ mm. Najděte střed S strany AB. Bodem C veďte rovnoběžku r s přímkou AB. Na přímce r určete bod H ve vzdálenosti 25 mm od bodu C. (Jsou dva takové body H; zvolte ten z nich, pro který se úsečky AC a BH protnou.) Bodem S veďte rovnoběžku s přímkou AC; její průsečík s přímkou r označte K. Při správném rýsování vyjde předně $\overline{HC} = \overline{CK}$, za druhé $AH \parallel SC \parallel BK$, za třetí $SH \parallel BC$. Změřte vzdálenost rovnoběžek AH, BK. Všem žákům má vyjít stejná vzdálenost.

109. Zvolte si čtyři body A, B, C, D na jedné přímce tak, že $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 26$ mm. Bodem B veďte libovolnou přímku a určete na ní bod K tak, že $\overline{BK} = 37$ mm. (Jsou dva takové body K; zvolte jen jeden.) Najděte střed S

úsečky BK. Bodem S veďte rovnoběžku r s přímkou $ABCD$. Všechny tři body A, C, D spojte s bodem K. Průsečíky těch tří spojnic s přímkou r označte po pořádku písmeny P, T, U. Při správném rýsování vám musí vyjít, že $\overline{PS} = \overline{ST} = \overline{TU} = 13$ mm.

110. Zvolte si čtyrúhelník $ABCD$ (dosti veliký). Určete střed H strany AB, střed K strany BC, střed L strany CD, střed M strany DA. Narýsujte přímky HK, LM, HM, KL. Při správném rýsování vám musí vyjít $\overline{HK} = \overline{LM}$, $\overline{HM} = \overline{KL}$, $HK \parallel LM$, $HM \parallel KL$.

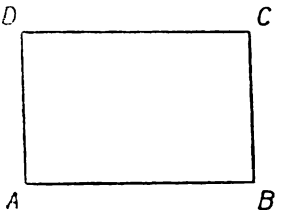
Cvičení 111 až 113 proveďte každé na dosti velkém listu volného papíru. Potřebné přímky si opatříte přehnutím papíru. Tužky užívejte jen potud, že body vyznačíte křížky a popíšete je písmeny. Kružnici ve cvičení 113 narýsujte kružítkem.

111. Opakujte cvičení **15** (str. 12).
112. Opakujte cvičení **16** (str. 12.)
113. Opakujte cvičení **107**.

II. OBDÉLNÍK A KVÁDR.

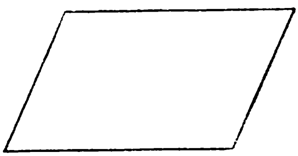
1. Vlastnosti čtverce a obdélníka.

Již na str. 24 jsme se seznámili se čtyrúhelníky (obr. 24). V životě se velmi často setkáváme se čtyrúhelníky zvláště jednoduchého tvaru; jsou to obdélníky. Obdélník je takový čtyrúhelník, jehož každé dvě sousední strany stojí na sobě kolmo. Sousední strany jsou ovšem takové strany, které vycházejí obě z téhož vrcholu; dvě strany, které nejsou sousední, jsou **protější.**



Obr. 74.

V obr. 74 máme obdélník $ABCD$. Je $AD \perp AB$, $BC \perp AB$, t. j. obě přímky AD i BC stojí kolmo na téže přímce AB, a proto jest $AD \parallel BC$. Podobně obě přímky AB i CD stojí kolmo na téže přímce AD, a proto jest $AB \parallel CD$. Tedy každé dvě protější strany obdélníka jsou rovnoběžné. Čtyrúhelník, u kterého každé dvě protější strany jsou rovnoběžné, jmenuje se **rovnoběžník.** Tyto obdélníky patří mezi rovnoběžníky, ale v obr. 75 vidíme



Obr. 75.

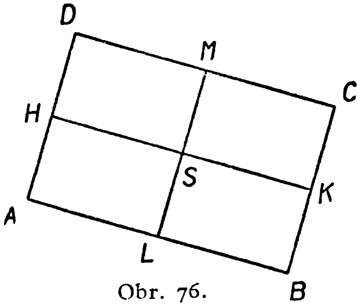
rovnoběžník, který není obdélníkem. Obecné rovnoběžníky budeme probírat až ve II. třídě; nyní se omezíme jenom na obdélníky.

Vraťme se k obdélníku *ABCD* v obr. 74. Vzdálenost rovnoběžek *AD* a *BC* můžeme měřit na společné kolmici *AB*, ale můžeme ji měřit také na společné kolmici *CD*; proto je $\overline{AB} = \overline{CD}$. Podobně vzdálenost rovnoběžek *AB* a *CD* můžeme měřit buďto na společné kolmici *AD*, nebo na společné kolmici *BC*; proto je $\overline{AD} = \overline{BC}$.

Tedy každé dvě protější strany obdélníka jsou si rovny. Velikosti stran obdélníka nazýváme **rozměry obdélníka.** Obdélník má čtyři strany, ale protože protější strany jsou si rovny, obdélník má dva rozměry. Při zvláštních polohách dáváme v praxi rozměrům obdélníka názvy délka, šířka, výška. Mluvíme na př. o délce a šířce stropu, o šířce a výšce okna a pod. Název rozměry je v geometrii vhodnější, protože se hodí pro každou polohu obdélníka.

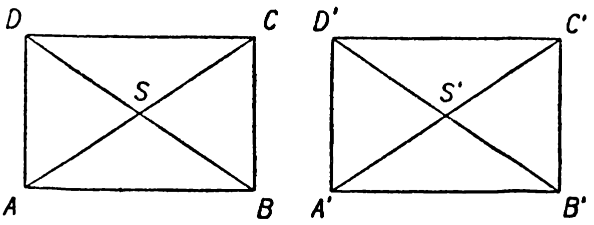
Známe-li oba rozměry obdélníka, je tím úplně určena jeho velikost i tvar: dva obdélníky s týmiž rozměry jsou shodné; poloha obdélníka je však ještě libovolná. Máme-li sestrojiti obdélník na př. s rozměry 7 cm a 5 cm, narýsujeme nejprve úsečku $\overline{AB} = 7$ cm. Potom (pomocí dvou pravítek) vztyčíme v bodech *A*, *B* kolmice k přímce *AB* a naneseme na ně $\overline{AD} = 5$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm. Nanášení provedeme ovšem tak, aby body *C*, *D* nebyly od sebe odděleny přímkou *AB*. Kontrolu přesnosti rýsování máme jednak v tom, že musí býti také $\overline{CD} = 7$ cm, jednak v tom, že také při vrcholech *C*, *D* musíme dostat pravé úhly.

Vezměme volný list papíru tvaru obdélníka *ABCD* (obr. 76). Přehněme jej tak, aby se kryly strany *AB*, *CD*. Tím dostaneme úsečku *HK*, jejíž krajní body jsou: střed *H* strany *AD* a střed *K* strany *BC*. Za druhé přehněte obdélník *ABCD* tak, aby se kryly strany *AD* a *BC*. Tím dostanete úsečku *LM*, jejíž krajní body jsou: střed *L* strany *AB* a střed *M* strany *CD*. Obě úsečky *HK*, *LK* se protnou v bodě *S*; jmenují se **střední příčky** obdélníka a *S* se jmenuje **střed obdélníka.** Přehneme-li papír podél střední příčky *HK*, kryjí se navzájem obě úsečky *AB*, *CD* a proto



Obr. 76.

se kryjí také body *L*, *M*; podobně při přehnutí podél druhé střední příčky *LM* se kryjí navzájem body *H*, *K*. Z toho poznáváme: Střední příčky obdélníka stojí na sobě kolmo. Střední příčka *HK* rozdělí obdélník *ABCD* na dva obdélníky *ABKH*, *HKCD*, které se navzájem kryjí při přehnutí kolem *HK*; jsou shodné a mají jeden rozměr rovný rozměru *AB* původního obdélníka *ABCD*; druhý rozměr se zmenší na polovinu. Podobně střední příčka *LM* rozdělí obdélník *ABCD* na dva shodné obdélníky *ALMD*, *LBCM*. Oběma středními příčkami je obdélník *ABCD* rozdělen na čtyři menší obdélníky *ALSH*, *LBKS*, *HSMD*, *SKCM*, které jsou také navzájem shodné; jejich oba rozměry jsou poloviční rozměry obdélníka *ABCD*. Střední příčky obdélníka se navzájem půlí; jejich velikosti jsou rozměry obdélníka.

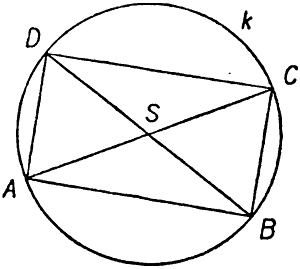


Obr. 77.

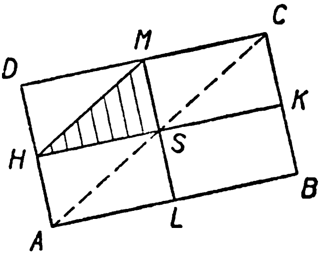
Narýsujte si do sešitu obdélník *ABCD* s určitými rozměry, na př. $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AD} = 3$ cm. Na volný list papíru si narýsujte obdélník *A'B'C'D'* s týmiž rozměry, tedy $\overline{A'B'} = \overline{AB}$, $\overline{A'D'} = \overline{AD}$. Narýsujte si dále (obr. 77) obě úhlopříčky obou obdélníků a jejich průsečíky označte *S*, *S'*. (Uvidíme, že průsečík úhlopříček je týž jako průsečík středních příček, a proto jsme volili zase písmeno *S*.) Protože oba narýsované obdélníky mají tytéž rozměry, jsou shodné a můžeme je položit jeden na druhý tak, aby se kryly. Vystřihněte obdélník *A'B'C'D'* a položte jej na obdélník *ABCD* tak, aby se bod *A'* kryl s bodem *A*, bod *B'* s bodem *B*, *C'* s *C*, *D'* s *D*. Přitom se bude úhlopříčka *A'C'* krýt s úhlopříčkou *AC*. Můžeme však také vystřižený obdélník napřed obrátit na ruby, a potom jej položit na obdélník *ABCD* tak, aby se bod *B'* kryl s bodem *A'* bod *A'* s bodem *B*, bod *D'* s bodem *C*, bod *C'* s bodem *D*. Nyní se bude úhlopříčka *A'C'* krýt s úhlopříčkou *BD*. Srovnáme-li oba výsledky, vidíme, že úhlopříčka *A'C'* se po prvé kryla s úhlopříčkou *AC*, po druhé s úhlopříčkou *BD*. Tedy $\overline{AC} = \overline{BD}$, neboli obě úhlopříčky obdélníka jsou si rovny.

Položíme-li obdélník $A'B'C'D'$ tak, aby se kryl s obdélníkem $ABCD$, budou se úhlopříčky prvního obdélníka krýt s úhlopříčkami druhého a středy S, S' se budou krýti navzájem. Položíme-li obdélník $A'B'C'D'$ na obdélník $ABCD$ prvním z popsaných způsobů, kryje se bod A' s bodem A, bod S' s bodem S, a tedy úsečka $A'S'$ s úsečkou AS. Můžeme však také obdélník $A'B'C'D'$ otočit a položit jej na obdélník $ABCD$ tak, že se kryje C' s A, D' s B, A' s C, B' s D a ovšem také S' s S; potom se úsečka $A'S'$ kryje s úsečkou CS. Tedy úsečka $A'S'$ se kryla jednou s úsečkou AS, po druhé s úsečkou CS, a vidíme, že je $\overline{AS} = \overline{CS}$. Podobně je také $\overline{BS} = \overline{DS}$. Tedy **o b ě ú h l o p ř í č k y o b d é l n í k a s e n a v z á j e m p ů l í.**

Protože úhlopříčky $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ jsou si rovny a půlí se navzájem, je $\overline{AS} = \overline{BS} = \overline{CS} = \overline{DS}$. Jestliže tedy kolem bodu S opíšeme kružnici k poloměrem $\overline{AS}$, bude na této kružnici ležet nejen bod A, nýbrž



Obr. 78.



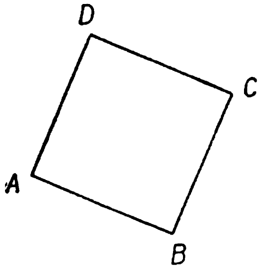
Obr. 79.

také body B, C, D. Kružnice k, která prochází všemi vrcholy obdélníka $ABCD$, jmenuje se **kružnice opsaná** obdélníku $ABCD$. Také říkáme, že $ABCD$ je **obdélník vepsaný** do kružnice k (obr. 78).

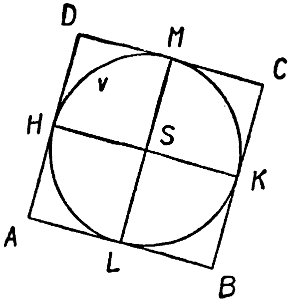
V obr. 79 je narýsován obdélník $ABCD$, jeho střední příčky HK, LM a jejich průsečík S. Dále je v obrazci vyznačen trojúhelník HSM. Jestliže tento trojúhelník posuneme podél přímky HSK, přejde přímka HM v přímku SC, která je tedy rovnoběžná s HM. Jestliže však vyčárkovaný trojúhelník posuneme podél přímky MSL, přejde přímka HM v přímku AS, která je tedy také rovnoběžná s HM. Protože bodem S lze vésti k přímce HM jedinou rovnoběžku, leží na ní tři body A, S, C, t. j. úhlopříčka AC prochází bodem S. Podobně se můžeme přesvědčit, že také druhá úhlopříčka prochází bodem S. Tedy průsečík středních příček obdélníka je také průsečíkem úhlopříček obdélníka. Již jsme si řekli, že bod S nazýváme krátce středem obdélníka.

Obdélník může míti oba rozměry stejné (obr. 80). Pak se jmenuje **č t v e r e c**. Všecky strany čtverce jsou si rovny. Protože čtverec je zvláštní případ obdélníka, má při každém vrcholu pravý úhel, jeho úhlopříčky jsou si rovny a navzájem se půlí.

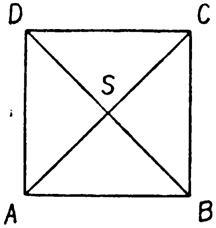
Narýsujte si čtverec $ABCD$ třeba o straně 6 cm. Sestrojte obě střední příčky HK, LM (obr. 81), které se protnou v bodě S. Protože velikosti středních příček obdélníka jsou jeho rozměry a protože oba rozměry čtverce jsou si rovny, je $\overline{HK} = \overline{LM} = 6$ cm. Protože střední příčky se navzájem půlí, je $\overline{SH} = \overline{SK} = \overline{SL} = \overline{SM} = 3$ cm.



Obr. 80.



Obr. 81.



Obr. 82.

Kružnice v opsaná kolem bodu S poloměrem 3 cm obsahuje tedy všecky čtyři body H, K, L, M. Protože na př. přímka BKC stojí kolmo na přímce HSK, dotýká se přímka BC kružnice v v bodě K. Stejně vidíme, že se přímka AB dotýká kružnice v v bodě L, přímka AD se jí dotýká v bodě H a přímka CD v bodě M. Pravíme, že v je **kružnice vepsaná** do čtverce $ABCD$, dotýká se všech jeho stran a že $ABCD$ je **čtverec opsaný** kružnicí v. Do **obecného obdélníka** (t. j. do takového obdélníka, který není čtvercem) nedá se vepsat kružnice. Do čtverce lze kružnici vepsat a lze mu také kružnici opsat; vepsaná a opsaná kružnice jsou kružnice soustředné.

Sestrojte si na volném listu papíru čtverec $ABCD$ a narýsujte si úhlopříčky AC, BD, které se protnou v bodě S. Vystřihněte si čtverec. Přeložíte-li vystřižený čtverec podél úhlopříčky AC, pozorujete, že se kryje bod B s bodem D, a tedy úsečka BS s úsečkou DS. Přeložíme-li čtverec podél druhé úhlopříčky BD, kryje se bod A s bodem C, a tedy úsečka AS s úsečkou CS. Z toho soudíme, že **obě úhlopříčky čtverce stojí na sobě kolmo** (obr. 82).

Zvolme nyní úsečku AC. Chceme sestrojit čtverec $ABCD$, t. j. takový čtverec, jehož úhlopříčkou je narýsována úsečka AC. Stačí sestrojit druhou úhlopříčku BD, neboť pak máme všecky vrcholy a snadno narýsujeme strany. Protože se úhlopříčky navzájem půlí, sestrojíme střed S úsečky AC; jím půjde druhá úhlopříčka, a to, jak víme, kolmo na AC. Vztyčíme tedy na přímku AC v bodě S kolmici a na ní naneseme na obě strany polovinu úsečky AC. Tím dostaneme žádanou druhou úhlopříčku BD. Sami vysvětlete proč.

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: obdélník — čtverec — sousední strany — protější strany — rovnoběžník — rozměry obdélníka — střední příčky obdélníka nebo čtverce — střed obdélníka nebo čtverce — obecný obdélník — kružnice opsaná obdélníku nebo čtverci — obdélník nebo čtverec vepsaný do kružnice — kružnice vepsaná do čtverce — čtverec opsaný kružnici.

Cvičení.

114. S tvarem obdélníka se v životě setkáváme velmi často: deska stolu, podlaha, list knihy atd. Jmenujte řadu jiných příkladů.

115. Sestrojte obdélník 7 cm dlouhý, jehož obvod měří 2 dm.

116. Narýsujte ve zmenšeném měřítku podlahu učebny a vyznačte polohu dveří a oken.

117. Sestrojte obdélník s rozměry 72 mm, 54 mm a opište mu kružnici. Při správném rýsování bude poloměr kružnice přesně 45 mm.

118. Zvolte bod S (asi uprostřed sešitu) a veďte jím přímku p. Sestrojte obdélník s rozměry 5 cm, 3 cm v takové poloze, aby S byl jeho střed a aby jedna střední příčka byla částí přímky p. Jsou dva různé takové obdélníky a máte je sestrojit oba. Mají oba stejnou opsanou kružnici; narýsujte ji.

119. Kolem zvoleného bodu S opište kružnici s průměrem 1 dm a narýsujte si dva libovolné průměry EF, GH. Jaký čtyrúhelník je $EGFH$? Změřte všecky strany a přesvědčte se, že všecky čtyři úhly jsou pravé.

120. Jaký bude čtyrúhelník $EGFH$ ze ćvicení 119, jestliže $EF \perp GH$. Kontrolujte měřením.

121. Zvolte přímku p a bod H ve vzdálenosti 3 cm od přímky p. Máte sestrojit obdélník $HKLM$ (vrchol H je už určen tím, že strana KL je částí přímky p a $\overline{KL} = 2$ cm). Jsou dva různé takové obdélníky a máte je sestrojit oba.

122. Opakujte cvičení 121 s tím rozdílem, že nyní se $\overline{KL}$ nerovná 2 cm, ale obvod obdélníka má velikost 11 cm.

123. Zvolte přímku p a bod S ve vzdálenosti 25 mm od přímky p. Sestrojte obdélník $CDEF$ se středem S tak, aby strana CD byla částí přímky p a aby se $\overline{CD}$ rovnalo 4 cm.

124. Sestrojte čtverec se stranou 69 mm a čtverec s úhlopříčkou 92 mm. Zjistěte měřením, který čtverec je větší. Výsledek si zapište. Budete jej potřebovat ve cvičení 158.

125. Sestrojte čtverec se stranou 53 mm a čtverec s úhlopříčkou 8 cm. Zjistěte měřením, který čtverec je větší. Výsledek si zapište. Budete jej potřebovat ve cvičení 158.

126. Sestrojte čtverec s úhlopříčkou 7 cm. Vpište do něho kružnici.

127. Čtyrúhelník, jehož obě úhlopříčky jsou stejně dlouhé, narýsujte tak, aby to nebyl obdélník.

128. Čtyrúhelník, jehož obě úhlopříčky se navzájem půlí, narýsujte tak, aby to nebyl obdélník.

129. Čtyrúhelník, jehož všecky strany jsou si rovny, narýsujte tak, aby to nebyl čtverec. Takový čtyrúhelník se jmenuje k o s o č t v e r e c. Přesvědčte se měřením, že úhlopříčky narýsovaného kosočtverce stojí na sobě kolmo.

130. Narýsujte čtyrúhelník $ABCD$ tak, aby úhlopříčky stály na sobě kolmo, aby si byly rovny, aby úhlopříčka AC procházela středem úhlopříčky BD, ale aby to nebyl čtverec.

131. Narýsujte čtverec $ABCD$ o straně 3 cm. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABF, BCG, CDH, DAK tak, aby nezasahovaly dovnitř čtverce. Přesvědčte se měřením, že $FGHK$ je čtverec. Vpište do něho kružnici.

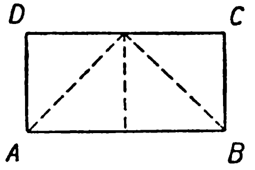
132. Narýsujte čtverec $ABCD$ o straně 8 cm. Sestrojte rovnostranné trojúhelníky ABF, BCG, CDH, DAK tak, aby zasahovaly dovnitř čtverce. Přesvědčte se měřením, že $FGHK$ je čtverec. Opište mu kružnici.

133. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o straně 3 cm. Sestrojte čtverce $ABED$, $BCGF$, $CAKH$ tak, aby nezasahovaly dovnitř trojúhelníka ABC. Přesvědčte se měřením, že DFH a EGK jsou dva shodné rovnostranné trojúhelníky.

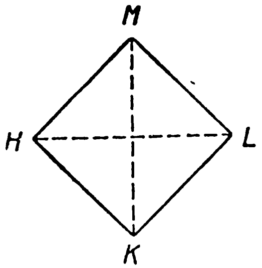
2. Obsah čtverce a obdélníka.

Nyní se budeme zabývat úlohou, která je prakticky velmi důležitá, a to pro měření velikosti ploch. V této třídě budeme probírat pouze měření ploch velmi jednoduchého tvaru.

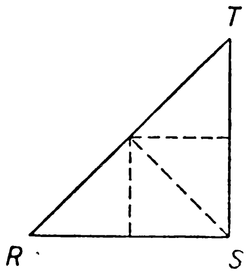
Plochy, které jsou stejně veliké, nemusí mít stejný tvar. Na př. v obr. 83a vidíme obdélník *ABCD*, v obr. 83b čtverec *HKLM*, v obr. 83c trojúhelník *RST*. Svým tvarem jsou to obrazce naprosto odlišné jeden od druhého. Ale velikost mají ty tři obrazce všecky stejnou. O tom se přesvědčíme, rozstříháme-li každý



Obr. 83a.



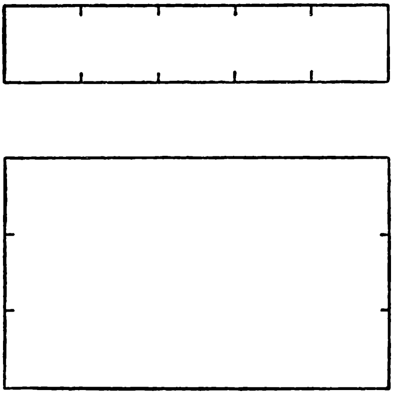
Obr. 83b.



Obr. 83c.

z nich na čtyři části podle čárkovaných úseček. Neboť všecky ty části jsou shodné a mají tedy touž velikost; skládáním čtyř částí dostaneme kterýkoli ze tří obrazců. Proveďte to!

Délku čáry můžeme vyjádřit v centimetrech, což znamená určit, kolikrát je ta čára větší než jednotka délky 1 cm. Podobně velikost plochy nebo, jak se v geometrii zpravidla říká, obsah plochy můžeme vyjádřit ve čtverečních centimetrech, což znamená určit, kolikrát je ta plocha větší než plošná jednotka 1 cm^2 (čtvereční centimetr). Tato plošná jednotka znamená velikost čtverce, jehož strana měří 1 cm, nebo ovšem také velikost jakékoli plochy jiného tvaru, ale stejně velké jako čtverec o straně 1 cm.



Obr. 84.

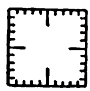
V obr. 84 máme dva obdélníky s vodorovnou stranou 5 cm; svislá strana prvého měří 1 cm, druhého 3 cm. První obdélník se dá svislými příčkami (v obr. 84 jsou pouze naznačeny) rozdělit na 5 čtverců se stranou 1 cm, z nichž každý měří 1 cm²; proto obsah prvého obdélníka je 5 cm². Druhý obdélník se dá svislými příčkami (v obr. 84 pouze naznačenými) rozdělit na tři obdélníky shodné s prvým obdélníkem, tedy na tři obdélníky s obsahem 5 cm². Proto obsah druhého obdélníka je třikrát větší než 5 cm², t. j. druhý obdélník má obsah 15 cm².

Na volném listu papíru narýsujte čtverec se stranou 8 cm a vystřihněte jej! Vystřižený čtverec přeložte po délce přesně v polovině a přeložte znovu (stále po délce) ještě dvakrát. Při rozvinutí vidíte čtverec rozdělený na 8 obdélníků s rozměry 8 cm a 1 cm. Opakujte trojité přeložení ještě jednou, ale tentokrát po šířce. Po rozvinutí máte celý čtverec rozdělen na $8 \cdot 8 = 64$ čtverečky o straně 1 cm. Obsah původního čtverce je tedy 64 cm². Odstřihněte od tohoto čtverce obdélník s rozměry 8 cm, 2 cm. Zbude obdélník s rozměry 8 cm, 6 cm, který je rozdělen na $8 \cdot 6 = 48$ čtverečků se stranou 1 cm, a proto má obsah 48 cm².

Jak je vám známo z aritmetiky, máme tyto délkové jednotky: 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, dekametr = 10 m, hektometr = 100 m, 1 km = 1000 m. **Měnitel** délkových jednotek je deset; to znamená, že každá následující jednotka je desetinásobek předcházející jednotky.

Obsah čtverce, jehož strana je délková jednotka, tvoří příslušnou *plošnou jednotku*. Tedy plošné jednotky jsou: 1 mm² (čtvereční milimetr), 1 cm² (čtvereční centimetr), 1 dm² (čtvereční decimetr), 1 m² (čtvereční metr), dále čtvereční dekametr, čtvereční hektometr a posléze 1 km² (čtvereční kilometr). Označení dekametr a hektometr se v praxi neužívá, ale příslušných plošných jednotek se užívá v praxi velmi často; dávají se jim však kratší jména. Čtvereční dekametr se jmenuje ar (značka 1 a), čtvereční hektometr se jmenuje hektar (značka 1 ha).

V obr. 85 je naznačeno, jak by se čtverec o straně 1 cm mohl rozdělit na čtverečky o straně 1 mm. Bylo by jich $10 \cdot 10 = 100$. *Měnitel plošných jednotek je sto*; to znamená, že každá následující plošná jednotka je stonásobek předcházející jednotky. Tedy:

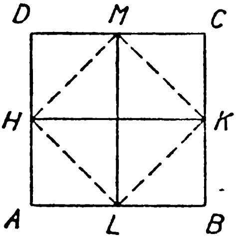


Obr. 85.

1 cm² = 100 mm²,	1 dm² = 100 cm²,	1 m² = 100 dm²,
1 a = 100 m²,	1 ha = 100 a,	1 km² = 100 ha.

Z toho, co bylo uvedeno, je jasné následující základní pravidlo: Obsah obdélníka je součin obou jeho rozměrů. Toto základní pravidlo si musíte dobře pamatovat, ale také musíte umět k němu ještě připojit vysvětlení: Jsou-li rozměry vyjádřeny v určité délkové jednotce, vyjde obsah v příslušné jednotce plošné.

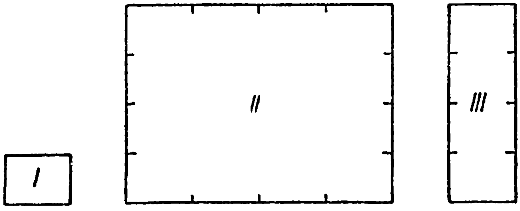
Druhá mocnina čísla se dostane, jestliže číslo znásobíme samo sebou. Na př. druhá mocnina čísla 7 je 7 . 7 = 49. Obsah čtverce je druhá mocnina velikosti strany. Jaké vysvětlení musíte umět dodat k tomuto pravidlu?



Obr. 86.

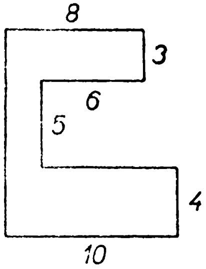
V obr. 86 máme čtverec *ABCD* rozdělen středními příčkami *HK*, *LM* na čtyři shodné menší čtverce, z nichž každý je ještě čárkovanou úsečkou rozdělen na dva shodné trojúhelníky. Celkem je čtverec *ABCD* rozdělen na osm shodných, a tedy stejně velikých částí. Vyčárkované úsečky omezují čtverec *HLKM*, který se skládá ze čtyř trojúhelníků. Protože čtyři je polovina z osmi, je obsah čtverce *HLKM* polovina obsahu čtverce *ABCD*. Úhlopříčka čtverce *HLKM* se však rovná straně čtverce *ABCD*. Když se tedy úhlopříčka čtverce *HLKM* rovná straně čtverce *ABCD*, je obsah čtverce *HLKM* polovinou obsahu čtverce *ABCD*. Z toho vyplývá pravidlo: Obsah čtverce je polovina druhé mocniny úhlopříčky. Jaké vysvětlení patří k tomuto pravidlu?

Z předcházejícího výkladu je patrné, že zvětšíme-li jeden rozměr obdélníka dvakrát, třikrát, čtyřikrát atd., zvětší se také právě tolikrát obsah obdélníka, neboť zvětšený obdélník se dá rozložit na dva, tři, čtyři atd. obdélníky shodné s obdélníkem původním. Na př. máme v obr. 84 dva obdélníky téže délky a výška druhého je trojnásobek výšky prvého; druhý obdélník se dá rozložit na tři obdélníky shodné s prvým a jeho obsah je trojnásobek ob-

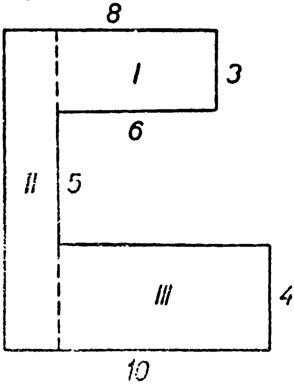


Obr. 87.

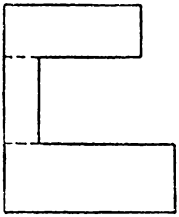
sahu prvého obdélníka. Mějme však dva obdélníky (I a II v obr. 87) takové, že oba rozměry druhého jsou třeba čtyřnásobky rozměrů prvého. Můžeme si zavésti pomocný obdélník (v obr. 87 označený III), který vznikne z menšího daného obdélníka tím, že zvětšíme jediný rozměr čtyřikrát. Jestliže obsah obdélníka I znásobíme čtyřmi, dostaneme obsah obdélníka III a nové znásobení čtyřmi dá obsah obdélníka II. Tedy obsah obdélníka II je šestnáctkrát ($16 = 4 \cdot 4$) větší než obsah obdélníka I. Podobně znásobíme-li každý rozměr obdélníka třeba padesáti, bude obsah 2 500krát ($2\,500 = 50 \cdot 50$) větší. Obecně: Jestliže oba rozměry obdélníka znásobíme týmž číslem, znásobí se obsah druhou mocninou toho čísla. To je důležité při rýsování ve zmenšeném měřítku. Zmenšujeme-li skutečné délky na př. 200krát, budou obsahy rýsovaných ploch 40 000krát menší než obsahy skutečných ploch, neboť $200 \cdot 200 = 40\,000$.



Obr. 88.



Obr. 89.



Obr. 90.

Jak se počítá obsah ploch jiného tvaru (trojúhelníků, kruhů atd.), tomu se budete učit až ve třetí třídě. Ale jsou některé plochy, které se dají snadno rozložit na obdélníky, takže už nyní umíme vypočítat jejich obsah. Ukážeme si to na příkladě. Máme určit obsah plochy naznačené v obr. 88 (jednotka 1 cm).

Řešení: Nejprve narýsujeme do sešitu od ruky náčrt dané plochy podle obr. 88, ale větší (obr. 89). Potom si rozložíme danou plochu úsečkami (vyčárkovanými v obr. 89) na tři obdélníky I, II, III.

I má rozměry: 6, 3, tedy obsah $6 . 3 = 18$;

II má rozměry: $3 + 5 + 4 = 12$; $8 - 6 = 2$, tedy obsah $12 . 2 = 24$;

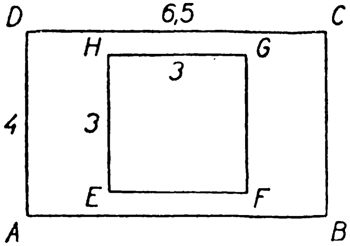
III má rozměry: $10 - 2 = 8$; 4, tedy obsah $8 . 4 = 32$.

Obsah celého obrazce: $18 + 24 + 32 = 74$.

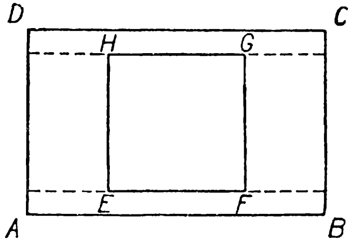
Výsledek: *Daná plocha má obsah* 74 cm^2. (Plošnou jednotku uvádíme až ve výsledku.)

Poznámka. Bylo možné rozložit danou plochu na obdélníky také jinými způsoby. Jeden takový způsob je naznačen v obr. 90. Užijeme-li jiného způsobu, máme jiný způsob výpočtu, ale výsledek musí vyjít samozřejmě týž.

Někdy je výhodné postupovati jinak. Ukážeme si to zase na příkladě.



Obr. 91.



Obr. 92.

Příklad: V pokoji 6,5 m dlouhém a 4 m širokém leží třímetrový čtvercový koberec. Vypočtěte obsah nepokryté části podlahy!

Řešení (v obr. 91): Naše plocha je rozdíl mezi obdélníkem a čtvercem.

Obdélník má obsah $6{,}5 . 4 = 26$;

čtverec má obsah $3 . 3 = 9$;

rozdíl: $26 - 9 = 17$.

Výsledek: *Obsah nepokryté části podlahy je* 17 m^2.

Poznámka. Mohli jsme také počítat s pomocí rozkladu na obdélníky, naznačeného v obr. 92. Ale odčítací způsob je rychlejší. Přesvědčte se o tom!

Stejně jako délky, vyjadřujeme také obsahy buďto pomocí jediné plošné jednotky (jednojmenné vyjádření) nebo pomocí několika plošných jednotek (mnohojmenné vyjádření). Abychom rychle a spolehlivě uměli jedno vyjádření převést na druhé, k tomu je nejlépe dobře si vštípit v mysl přehlednou tabulku:

T a b u l k a   p l o š n ý c h   m ě r.

km^2		ha		a		m^2		dm^2		cm^2		mm^2

V tabulce připadá na každou plošnou jednotku (mimo nejvyšší) dvojitý sloupec, protože měnitel plošných jednotek není deset, nýbrž sto. Do každého sloupce přijde jediná cifra, až na vyčárkovaný sloupec, ve kterém může být i několik cifer. Když zapisujeme plošnou míru do tabulky, nemusíme zapisovat nuly (s výjimkou vyčárkovaného sloupce). Jakmile máme plošnou míru zapsánu do tabulky, přečteme nebo napíšeme snadno její mnohojmenné vyjádření a stejně snadno také jednojmenná vyjádření v předepsané tabulce. U jednojmenného vyjádření je ta cifra, která je ve sloupci nadepsanou příslušnou jednotkou.

Máme-li na př. v tabulce plošných měr zapsáno:

km^2		ha		a		m^2		dm^2		cm^2		mm^2
				3	7		5					

znamená to plošnou míru, jejíž mnohojmenné vyjádření je 3 a 70 m^2 50 dm^2 a jejíž jednojmenná vyjádření celými čísly jsou:

37 050 dm^2;

3 705 000 cm^2;

370 500 000 mm^2.

Užijeme-li desetinných zlomků, máme ještě další jednojmenná vyjádření:

370,5 m^2;

3,705 a;

0,03705 ha;

0,0003705 km^2.

Také tato vyjádření se snadno vyčtou z tabulky.

Skutečné zapisování do úhledné tabulky je zdlouhavé, zpravidla však stačí, když si umístění do tabulky pouze představíme.

Při provádění početních výkonů užíváme zásadně jednojmenného vyjádření. Teprve výsledek, je-li to žádáno, přepíšeme do mnohojmenného tvaru.

Přehled geometrických názvů, s kterými jste se seznámili v tomto článku: obsah plochy — plošné jednotky — jejich měnitel — druhá mocnina čísla.

Cvičení.

134. Kolika čtverečním metrům se rovná: a) 5 a, b) 27 a, c) 350 a, d) 14 ha?
135. Kolika čtverečním centimetrům se rovná: a) 14 m^2, b) 560 m^2, c) 1 ha?
136. Kolika arům se rovná: a) 5 600 m^2, b) 30 000 m^2, c) 75 ha?
137. Kolika hektarům se rovná: a) 850 000 m^2, b) 70 000 000 m^2?
138. Kolika čtverečním metrům se rovná: a) 870 000 cm^2, b) 10 000 000 cm^2, c) 100 000 000 mm^2?
139. Převeďte 7 a 5 m^2 3 dm^2: a) na cm^2; b) na ha.
140. Převeďte 15 km^2 3 ha 5 a: a) na ary, b) na m^2, c) na ha.
141. Vyjádřete mnohojmenným způsobem: a) 57 960 cm^2, b) 30 890 m^2, c) 308 990 m^2, d) 15,375 km^2.
142. Sečtěte: a) 7 ha 12 a + 87 a + 1 ha 46 a; b) 86 a 35 m^2 + 25 a 17 m^2 + + 90 m^2.
143. Odečtěte: a) 1 ha — 1 a; b) 1 a — 1 m^2; c) 2 m^2 — 1 m^2 30 cm^2.
144. Změřte v učebně velikost: a) tabule, b) dveří, c) okna.
145. Kolikrát asi je větší ar než přední stěna učebny?
146. Kolikrát asi je 10 arů větší než podlaha učebny?
147. Václavské náměstí v Praze je asi 700 m dlouhé a asi 60 m široké. Kolik arů měří jeho plocha?
148. Kolika dm^2 rovná se obsah obdélníka s rozměry 1 m 48 cm?
149. Kolika m^2 se rovná velikost podlahy v místnosti 62 dm dlouhé a 44 dm široké?
150. Kolik dm^2 měří prkno dlouhé 3 m a široké 12 cm?
151. Vypočtěte obsah čtverce, jehož obvod jest: a) 10 cm, b) 172 cm.
152. Vypočtěte obsah dopisnice a poštovní známky na ní vytištěné.
153. Kolika cm^2 je rovna stránka této učebnice?
154. Kolik osob je možno umístiti v sále s rozměry 59 m, 26 m, počítáme-li, že na 1 m^2 mohou pohodlně státi 4 osoby?
155. Obdélníková zahrada s rozměry 169 m, 95 m má býti obezděna zdí 30 cm silnou. Oč se zmenší velikost zahrady?
156. Obsah obdélníkového pole širokého 30 m je 48 a. Jaká je délka pole?

157. Čtverec o straně 7 m a obdélník 49 dm široký jsou stejně veliké. Určete délku obdélníka.

158. Přesvědčte se o správnosti svých odpovědí ke cvičením **124** a **125** tím, že vypočtete obsahy.

159. Sestrojte si přesně čtverec (dosti veliký). Změřte pečlivě velikost strany i velikost úhlopříčky. Počítejte obsah na základě strany i na základě úhlopříčky. Souhlasí vám oba výsledky?

160. Pozemek pro velkovýkrmnu prasat má tvar obdélníka s rozměry 200 m a 80 m. Na něm byly postaveny dvě budovy každá 100 m dlouhá a 8 m široká. Jak velká plocha zůstala na pozemku volná?

161. Úderníci na stavbě si dali za úkol omítnout přední stěnu činžovního domu v určitém čase. Za stanovený čas překročili plán a omítli ještě pětinu přední stěny sousedního stejně velikého domu. Kolik m^2 omítky zhotovili, byl-li dům 35 m dlouhý a 20 m vysoký?

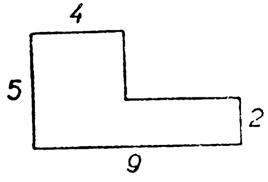
162. Jednotné zemědělské družstvo přistoupilo ke společnému osevu. Scelením zmizelo po délce 250 m 12 mezí o průměrné šířce 0,5 m. Druhý rozměr pole (tvaru obdélníka) byl 300 m. Jaký obsah má pole společného osevu? Kolik arů půdy bylo oseto navíc proti dřívějšímu hospodaření, dokud byly meze?

163. Z tabule skla s rozměry 78 cm, 66 cm byla vyřezána čtyři obdélníková skla s rozměry 35 cm, 28 cm, dvě skla s rozměry 28 cm, 8 cm a jedno s rozměry 35 cm, 10 cm. Určete obsah skla, které zbylo.

164. Jak velkou skutečnou plochu znamená 1 cm^2: a) na pláně s měřítkem 1 : 50, b) na mapě s měřítkem 1 : 75 000?

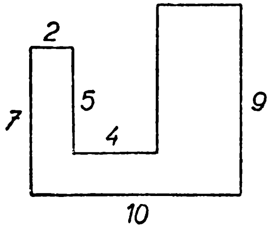
165. Fotografie rozměrů 18 cm, 12 cm je nalepena na papír rozměrů 25 cm, 18 cm. Určete obsah prázdného pruhu. Ve cvičeních **166** až **171** máte vypočíst obsah naznačené plochy. Rýsujte od ruky vlastní obrazce a zapisujte postup. Jednotka je 1 cm.

166.



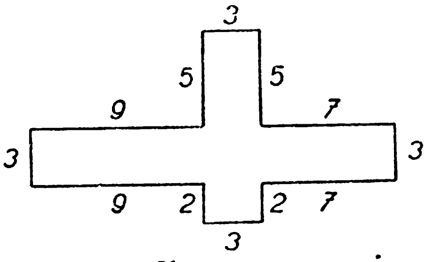
Obr. 93.

167.



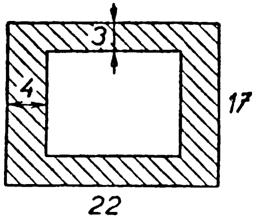
Obr. 94.

168.



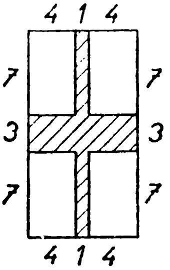
Obr. 95.

169.



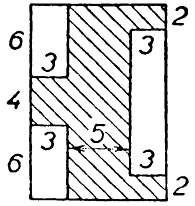
Obr. 96.

170.



Obr. 97.

171.



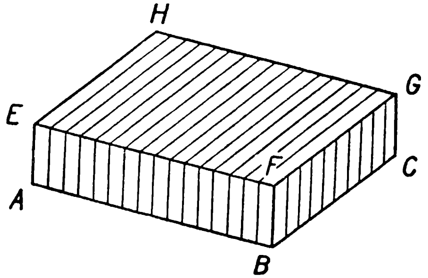
Obr. 98.

3. Vlastnosti kvádru a krychle.

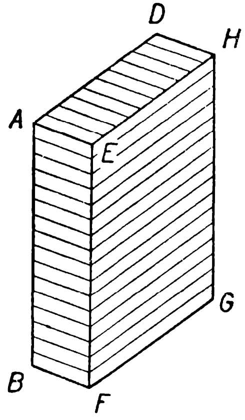
Dosud jsme ve vyučování věnovali pozornost především rýsování na rovné nákresně. Každé dva body zvolené v nákresně můžeme spojit úsečkou, která je celá v mezích nákresny; ale každou takovou úsečku si můžeme myslit prodlouženu v neomezenou přímku, která se ovšem nedá celá umístit do nákresny. Jestliže si myslíme všecky úsečky, které lze vésti na omezené rovné ploše, prodlouženy v neomezené přímky, potom všecky takové přímky tvoří plochu ve všech směrech neomezenou, která se nazývá **rovina.** Hlavní vlastností roviny je toto: *Jestliže dva body A, B, které leží v rovině, spojíme přímkou, potom celá ta přímka je částí roviny.* Ta část geometrie, ve které se studují pouze obrazce, jež se dají umístit do jedné roviny, jmenuje se **rovinná geometrie** neboli **planimetrie.** Až na úvodní článek jsme dosud probírali pouze rovinnou geometrii. Jakmile však zkoumáme geometrický útvar, který se nedá umístit do jediné roviny, na př. jakékoli těleso, máme **prostorovou geometrii** neboli **stereometrii.** Prostorová geometrie je mnohem obtížnější než geometrie rovinná a proto z ní budeme v této třídě probírati pouze nejjednodušší a nejzákladnější věci. Hlavní pozornost věnujeme nejjednoduššímu útvaru těles, s kterým se v životě velice často setkáváme. Je to t. zv. *kvádr.* Obr. 99 představuje kvádr ve třech různých polohách.

Také naše učebna má přibližně tvar kvádru. Úkolem prostorové geometrie v této třídě je především, abyste se důkladně seznámili s kvádrem. Ze začátku jej budeme popisovat, užívajíce školního dřevěného modelu kvádru. Musíte se s kvádrem dobře seznámit, abyste později dovedli odpovídat na jednoduché otázky, i když nebudete mít model před sebou a budete odkázáni jen na vlastní představu.

Jako každé těleso, má i kvádr vnitřek a povrch. Povrch kvádru se skládá ze šesti **stěn**, které mají tvar obdélníka. Strany těch obdélníků jsou **hrany kvádru** a jejich krajní body jsou **vrcholy** kvádru. Zvláštním případem obdélníka je čtverec. Zvláštním případem



Obr. 99a.

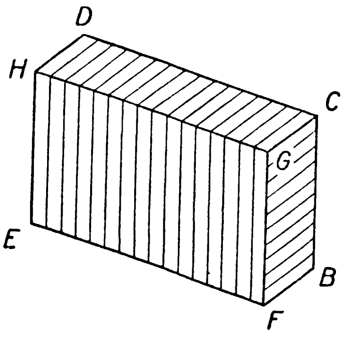


Obr. 99b.

kvádru je **krychle**. Je to takový kvádr, jehož každá stěna má tvar čtverce. Jsou také kvádry, které mají dvě strany tvaru čtverce, kdežto čtyři ostatní jsou obecné obdélníky. Nejčastěji se však setkáváme s kvádry, jejichž každá stěna je obecný obdélník. O krychli jsme již mluvili v úvodním článku, kde jsme se seznámili s výrazy stěna, hrana a vrchol. Nebudeme probírat krychli zvlášť, protože ty vlastnosti, které nás u krychle budou zajímati, vyskytují se u všech kvádrů.

Pozorujete, že kvádr má osm vrcholů, dvanáct hran a šest stěn.

Nejčastěji se vyskytují kvádry, které spočívají jednou stěnou na rovné podložce; v této třídě budeme vyšetřovat kvádry pouze v této poloze.



Obr. 99c.

Postavme model kvádru třeba na stůl. Ta stěna, na které kvádr spočívá, jmenuje se **dolní podstava** kvádru; má vodorovnou polohu. Také protější stěna má vodorovnou polohu; říkáme jí **horní podstava** kvádru. Obě podstavy jsou dva shodné obdélníky. Mohou to být také čtverce; u krychle jsou to vždy čtverce. Mimo obě podstavy má kvádr ještě čtyři další stěny, které se jmenují **pobočné stěny** kvádru. Mají svislou polohu. Dvě a dvě protější pobočné stěny kvádru jsou shodné obdélníky, ale dvě sousední pobočné stěny nemusí být shodné. Jestliže ovšem dolní podstava, a tedy i horní podstava má tvar čtverce, jsou všecky čtyři pobočné stěny shodné. Také se může u kvádrů stát, že dvě protější pobočné stěny mají tvar čtverce. U krychle všecky stěny, tedy i pobočné stěny, mají tvar čtverce. Kvádr ve zkoumané poloze má čtyři svislé hrany. Jmenují se **pobočné hrany** kvádru. Každá z ostatních osmi hran má vodorovnou polohu. Tyto hrany se jmenují **podstavné hrany** kvádru. Z každé pobočné hrany vycházejí dvě pobočné stěny. Z každé podstavné hrany vychází jedna podstava a jedna pobočná stěna. Z každého vrcholu kvádru vycházejí tři hrany (dvě podstavné a jedna pobočná) a tři stěny (jedna podstava a dvě pobočné stěny).

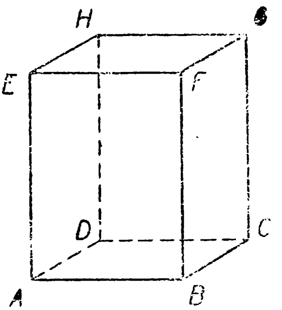
Postavme školní model na vodorovnou podložku. Umístíme jej tak, aby jedna pobočná stěna byla přímo před vámi (obr. 100). Říkáme, že kvádr je v **průčelné poloze.** V tomto případě z podstavných hran směřují čtyři odleva doprava, ostatní čtyři odpředu dozadu.

Máme-li v nějaké rovině (třeba v nákresně) dvě přímky p, q, jsou dvě možnosti: buďto přímky p, q nemají žádný společný bod a jsou **rovnoběžné,** nebo mají jediný společný bod S. (Jsou-li přímky p, q narýsovány, může se stát, že bod S je nepřístupný.) Dvě přímky, p, q, které mají společný bod S, jmenují se **přímky různoběžné** nebo krátce **různoběžky.** Bod S je **průsečík** různoběžek p, q, které se p r o t í n a j í v bodě S.

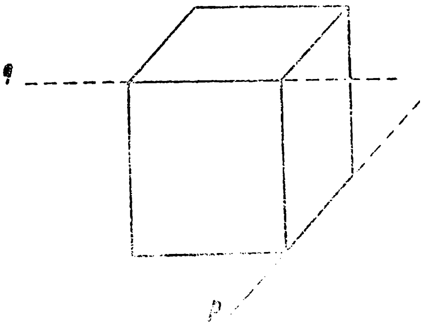
Máme-li v prostoru dvě rovnoběžné přímky, lze jimi vždy proložit rovinu. Také dvěma různoběžnými přímkami lze proložit rovinu. Ale v prostoru je možné vést dvě přímky (p, q) tak, že jimi nelze proložit žádnou rovinu. Takové dvě přímky, kterými nelze proložit rovinu, jmenují se **mimoběžné přímky** nebo krátce **mimoběžky.** V obr. 101 jsou naznačeny dvě mimoběžky, *p*, *q*, které vzniknou prodloužením dvou hran kvádru.

Často se mluví o rovnoběžných, různoběžných nebo mimoběžných úsečkách. Máme přitom na mysli rovnoběžnost, různoběžnost nebo mimoběžnost přímek, jejichž částmi jsou ty úsečky.

Napjatá nit opatřená závažím na dolním konci nám představuje svislou přímku. Dvě svislé přímky považujeme v praxi za rovnoběžné. Je to ovšem správné pouze pro svislé přímky nepříliš od sebe vzdálené, protože směr tíže se od místa k místu mění. Svislá



Obr. 100.



Obr. 101.

přímka v Praze a svislá přímka v Moskvě nejdou nikterak rovnoběžně. Rovněž vodorovná poloha je určení, kterého můžeme užívat přesně jenom pro omezené čáry a plochy. Klidnou hladinu vodní v rybníce můžeme považovat za část vodorovné roviny, ale nemůžeme říci, že hladina moře je vodorovná; je to zakřivená plocha, V malých rozměrech ovšem zakřivení zemského povrchu je zcela bezvýznamné a můžeme říci, že podlaha je vodorovná, že okraj dveří má vodorovné a svislé hrany a pod. Přímka nebo rovina, která není ani vodorovná, ani svislá, jmenuje se **šikmá.**

V článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: kvádr a krychle — jejich vrcholy, hrany a stěny — podstavné a pobočné hrany — dolní a horní podstava — pobočné stěny — model kvádru nebo krychle — rovinná geometrie neboli planimetrie — prostorová geometrie neboli stereometrie — rovina — průčelná poloha kvádru nebo krychle — rovnoběžné přímky neboli rovnoběžky — různoběžné přímky neboli různoběžky — mimoběžné přímky neboli mimoběžky — vodorovné, svislé a šikmé přímky — vodorovné, svislé a šikmé roviny.

Cvičení.

172. Jmenujte různé předměty, které mají tvar kvádru. Vaše učebna má tvar kvádru. Tento kvádr můžete mít na mysli ve cvičeních 173 až 183. Doma si zopakujte tato cvičení s jiným kvádrem, třeba s krabicí od bot.

173. Ukažte jeden vrchol kvádru. Kolik stěn z něho vychází? Ukažte je. Má kvádr nějaký vrchol, který neleží na žádné z ukázaných stěn? Ukažte jej.

174. Opakujte cvičení 173, ale začněte tím vrcholem, kterým jste ve cvičení 173 skončili.

175. Ukažte jeden vrchol kvádru. (Jiný, než kterým jste začali ve cvičeních 173 a 174.) Kolik hran z něho vychází? Ukažte je. Kolik je hran, které neprotnou žádnou z ukázaných hran? Ukažte je. Odkud vycházejí?

176. Opakujte cvičení 175, ale začněte nějakým vrcholem, kterým jste dosud ani nezačali, ani neskončili. Kolik je takových vrcholů?

177. Ukažte jednu hranu kvádru. Ukažte stěny, které z ní vycházejí. Má kvádr nějakou hranu, která je celá (i se svými vrcholy) mimo ukázané stěny? Ukažte ji. Jakou vzájemnou polohu mají ty dvě hrany?

178. Ukažte znovu obě hrany ze cvičení 177: tu, kterou jste začali, i tu, kterou jste skončili. Probírejte stěny kvádru jednu po druhé a všímejte si u každé stěny, v jaké poloze je k těm dvěma hranám. Stěny se vám rozdělí na tři skupiny po dvou stěnách.

179. Ty dvě hrany, kterými jste začali ve cvičení 178, nejsou obě ve stejné stěně, ale jsou rovnoběžné. Umíte ukázat jiný příklad takového páru hran? Kolik je celkem takových párů hran?

180. Ukažte jednu stěnu kvádru. Ukazujte další stěny, které s ní mají společnou hranu. Zbývá ještě nějaká stěna?

181. Ukažte jednu stěnu kvádru. Ukazujte ty hrany, které v ní neleží: napřed ty, které z ní vycházejí, potom ostatní.

182. Ukažte jednu hranu kvádru. Ukazujte všecky s ní mimoběžné hrany. Kolik jich je?

183. Ukažte tři hrany kvádru tak, aby vždy dvě z nich byly mimoběžné. Ve cvičeních 184 až 187 ústně doplňte vynechaná čísla.

184. V jedné stěně kvádru leží ... vrcholů. Kvádr má ... stěn. To by dalo dohromady ... krát ..., t. j. ..., vrcholů. Ale kvádr má jen ... vrcholů. Kolikrát jsme tedy počítali každý vrchol? Proč?

185. Z jednoho vrcholu kvádru vychází ... stěn Kvádr má ... vrcholů. To by dalo dohromady ... krát ..., t. j. ... stěn. Ale kvádr má jen ... stěn. Kolikrát jsme tedy počítali každou stěnu? Proč?

186. V jedné stěně kvádru leží ... hran. Kvádr má ... stěn. To by dalo dohromady ... krát ..., t. j. ... hran. Ale kvádr má jen ... hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?

187. Z jednoho vrcholu kvádru vychází ... hran. Kvádr má ... vrcholů. To by dalo dohromady ... hran. Ale kvádr má jen ... hran. Kolikrát jsme tedy počítali každou hranu? Proč?

188. Sestavte sami ještě dvě cvičení podobná cvičením **184** až **187**! Jedno bude začínat. Na jedné straně kvádru leží ... vrcholů. Druhé bude začínat: Z jedné hrany kvádru vychází ... stěn.

Cvičení **189** až **192** máte řešit bez modelu, dívajíce se na obr. 99. Neviditelný vrchol je D v obr. 99a, C v obr. 99b, A v obr. 99c.

189. Představte si, že kvádr byl přemístěn z polohy naznačené v obr. 99a do polohy naznačené v obr. 99b. Stěna $ABCD$ byla dolní podstatou a teď je to pobočná stěna. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních pěti stěnách.

190. Zase si představte, že kvádr byl přemístěn z polohy naznačené v obr. 99a do polohy naznačené v obr. 99b. Hrana AB byla podstavná hrana, a teď je to pobočná hrana. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních jedenácti hranách.

191. Opakujte cvičení **189** a **190** při přemístění z polohy v obr. 99b do polohy v obr. 99c.

192. Opakujte cvičení **189** a **190** při přemístění z polohy v obr. 99c do polohy v obr. 99a.

193. Umistěme si model kvádru do průčelné polohy. Všimněme si určitého vrcholu, třeba předního horního levého vrcholu. O tomto vrcholu můžeme říci: Z předního horního levého vrcholu vycházejí tři hrany; jedna vede k přednímu hornímu pravému vrcholu, druhá vede k přednímu dolnímu levému vrcholu a třetí vede k zadnímu hornímu levému vrcholu. Podle tohoto vzoru mluvte o ostatních sedmi vrcholech.

194. Držte model kvádru tak, aby jedna hrana byla vodorovná. Kolik hran musí mít vodorovnou polohu? Musí být některá hrana svislá? Musí být některá stěna vodorovná? Musí být některá stěna svislá?

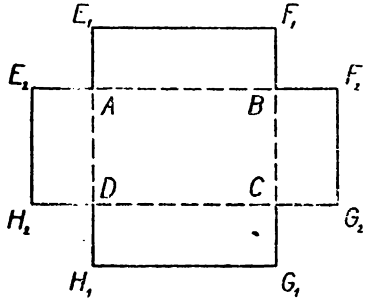
195. Představte si dvě svislé roviny, které procházejí obě touž přímkou. Co můžete tvrdit o této přímce?

196. Opakujte cvičení **195** s tím rozdílem, že jen jedna rovina je svislá a druhá vodorovná.

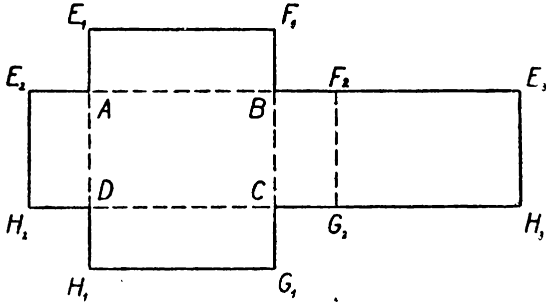
197. Držte tužku šikmo. Tužka vám znázorňuje přímku. Můžete jí proložit vodorovnou rovinu? Můžete jí proložit svislou rovinu?

4. Sítě a obrazy kvádru a krychle.

Vezměte vnitřní část krabičky zápalek a rozřízněte ji podél pobočných hran. Potom ohněte pobočné hrany tak, abyste dostali rovnou plochu naznačenou v obr. 102, která se jmenuje **síť** otevřené

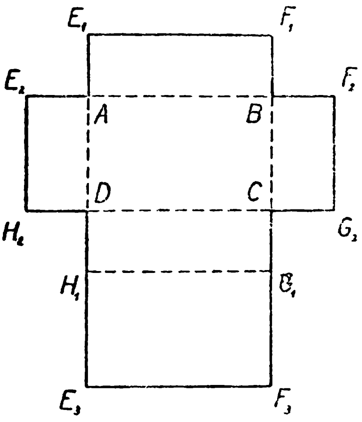


Obr. 102.



Obr. 103.

krabičky. Některá písmena, na př. E, jsou na obr. 102 dvakrát a rozlišena malými částicemi dole vpravo; těmto číslicím říkáme v matematice **indexy** (latinské slovo index znamená ukazovatel; E_1 čteme E jedna, E_2 čteme E dvě). Obě úsečky, AE_1, AE_2, vznikly z jediné pobočné hrany AE; podobně každá z pobočných hran BF, CG, DH dává dvě úsečky v obr. 102. Protože strany obdélníka stojí na sobě kolmo, tvoří v obr. 102 lomené čáry DAB, BAE_1, DAE_2 pravé úhly při vrcholu A; z toho plyne, že v obr. 102 čáry BAE_2, DAE_1 jsou přímé. Stejně je tomu při vrcholech B, C, D. Také je ovšem $\overline{AE_1} = \overline{AE_2}$ atd.



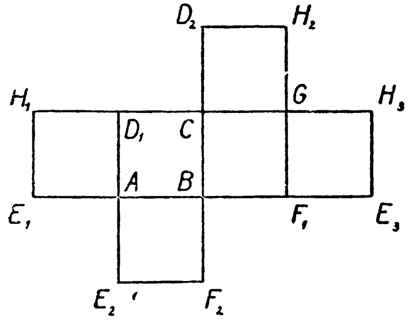
Obr. 104.

Narýsujte síť otevřené krabičky na tužším papíru. Nařízněte jemně papír podél úseček vyčárkovaných na obr. 102. Ohnutím dostanete papírový **model** otevřené krabičky. Slepte pobočné stěny kousky lepicí pásky.

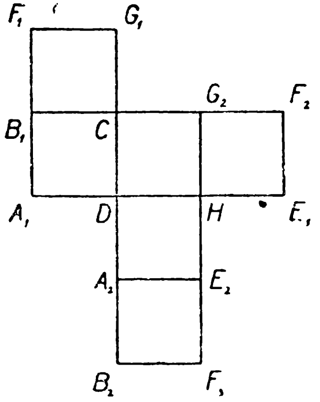
Chcete-li si opatřit síť a z ní udělat model uzavřené krabičky, musíme k síti otevřené krabičky připojit ještě šestý obdélník, který můžeme umístit rozmanitými způsoby. Dva způsoby jsou naznačeny na obr. 103 a 104. Vrcholy sítě, které na modelu splynou, jsou označeny stejným písmenem a rozlišeny indexy.

Je mnoho různých tvarů sítě. Na obr. 105 a 106 jsou dva tvary sítě krychle.

Prostorová geometrie je obtížnější než rovinná především proto, že v rovinné geometrii můžeme probírané obrazce přesně rýsovat v nákresně, a tak sledovat jejich vznik, provádět na nich

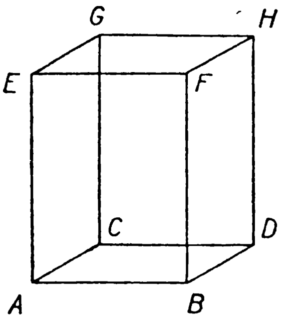


Obr. 105.

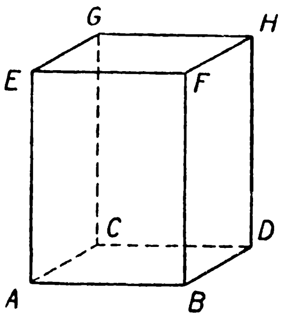


Obr. 106.

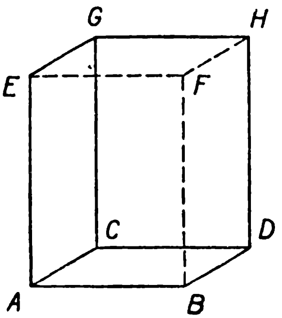
různá měření atd. Naproti tomu prostorový obrazec se nedá umístit do rovinné nákresny. Přesto je možné narýsovat si alespoň náčrty, které vystihují hlavní vlastnosti tělesa, velmi dobře pomáhají při studiu prostorové geometrie a často nahradí model. Dokonce mají takové náčrty dvě přednosti před modely. Předně si je můžeme pořídit velmi snadno a rychle a za druhé můžeme do nich vpisovat písmena pro označení vrcholů. V této třídě se budeme učit pouze o tom, jak narýsovat názorný **obraz kvádru v poloze průčelné.** Napřed narýsujeme přední stěnu *ABFE* (obr. 107), a to buď ve skutečné velikosti a tvaru, nebo ve skutečném tvaru, ale ve zmenšené velikosti. Je tedy na obr. 107 *ABFE* obdélník se svislými stranami *AE*, *BF* a vodorovnými stranami *AB*, *EF*. Obrazy dalších vodorovných hran *AC*, *BD*, *FH*, *EG* nerýsujeme ve skutečné velikosti ani v tom případě, byla-li přední stěna zobrazena ve skutečné velikosti, nýbrž zkracujeme je asi na polovinu. Rýsujeme je šikmo, všecky ve stejném směru, zpravidla bližším vodorovnému směru než svislému, a všecky je rýsujeme stejně dlouhé. Tím dostaneme vrcholy *C*, *D*, *H*, *G*; jejich spojení dá zadní stěnu *CDHG*, která se zase objeví (jako přední stěna) ve skutečné velikosti nebo stejně zmenšená jako stěna přední. Abychom zvýšili názornost, čárkujeme zpravidla neviditelné hrany, což činíme obyčejně jako na obr. 108; je to tak zvaný pohled shora. Zřídka se užívá pohledu zdola (obr. 109).



Obr. 107.



Obr. 108.



Obr. 109.

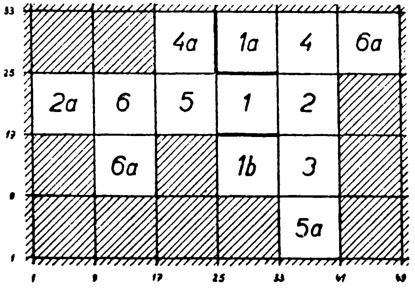
Při četných úlohách o kvádru je výhodné označovat kvádr tak, že napíšeme za sebou všecky jeho vrcholy v určitém pořádku. Nejprve píšeme vrcholy z dolní podstavy tak, jak jdou za sebou na obvodě této podstavy. Za ně píšeme vrcholy z horní podstavy, a to vždy v témže pořádku jako u podstavy dolní. Na př. kvádr, který jsme právě zobrazovali, označíme buďto *ABDCEFHG*, nebo *BACDFEGH*, nebo *DCABHGEF* a pod., ale nesprávné by bylo na př. *AEBFDHCG* nebo *ABDCGEFH*.

V tomto článku jste se seznámili s geometrickými názvy: síť tělesa — index — obraz kvádru v průčelné poloze — pohled shora — pohled zdola — kvádr *ABDCEFHG*.

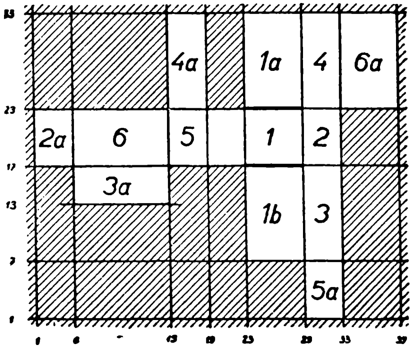
Cvičení.

198. Zhotovte si papírové modely krychlí a kvádrů.

199. Podle obr. 110 můžete si zhotovit papírový model krychle bez slepování. Narýsujte řadu rovnoběžek tak, aby se jejich vzdálenosti rovnaly hraně krychle, a kolmo k nim druhou řadu rovnoběžek zase ve vzdálenostech, které se rovnají hraně krychle. (To lze provésti velmi rychle na čtverečkovaném papíře, vytáhnete-li tužkou na př. každou osmou linku.) Čtverce vyčárkované v obr. 110 odstřihněte a tučně narýsované úsečky prostřihněte. Podél vyznačených linek papír řádně přeložíte, aby vznikly ostré přímé hrany, a složíte v krychli; stěny označené týmiž čísly se kryjí. Stěna 2a se zastrčí naposledy, neboť drží celou krychli pohromadě.



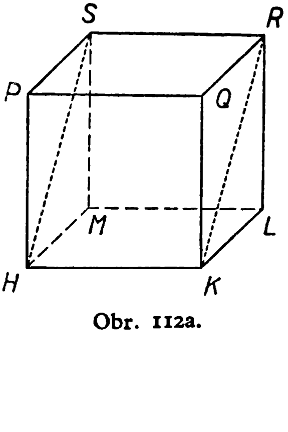
Obr. 110.



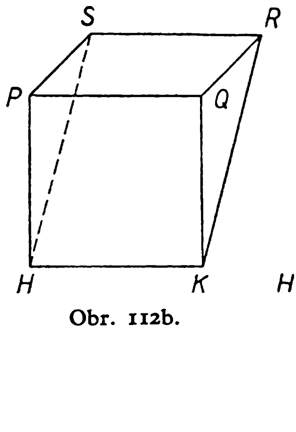
Obr. 111.

200. Podobně jako ve cvičení 199 můžete zhovovit papírový model kvádru s předepsanými velikostmi hran (obr. 111).

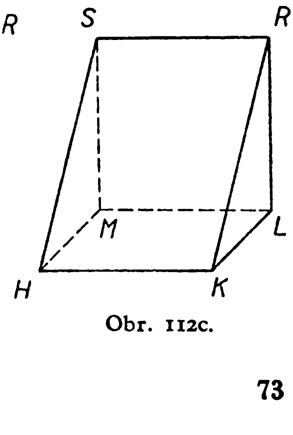
201. Krychle *HKLMPQRS* zobrazená na obr. 112a je rozříznuta podél obdélníka



Obr. 112a.



Obr. 112b.



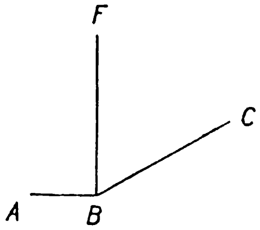
Obr. 112c.

HKRS, takže se rozpadne ve dvě tělesa (obr. 112b a 112c). Sestrojte sítě a modely obou těles. Hrana 4 cm.

202. Jmenujte pobočné hrany kvádru *LMRTUVAX*. Jmenujte podstavné hrany. (Napřed od ruky narýsujte obraz kvádru a označte jeho vrcholy.)

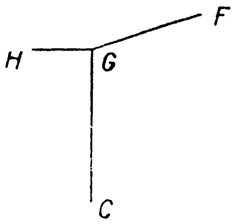
203. Jmenujte podstavy kvádru *AEDFGKLV*. Jmenujte pobočné stěny. (Zase narýsujte obraz od ruky.)

204.



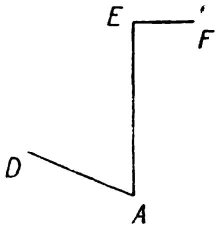
Obr. 113.

205.



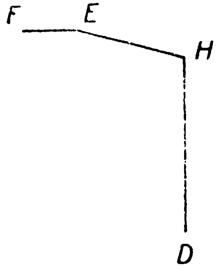
Obr. 114.

206.



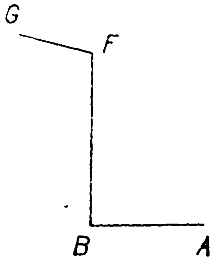
Obr. 115.

207.



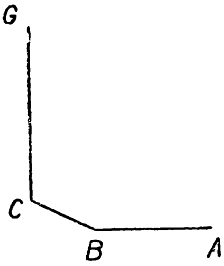
Obr. 116.

208.



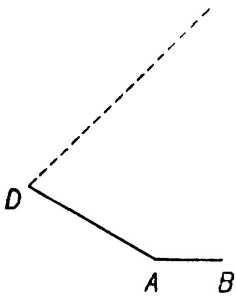
Obr. 117.

209.



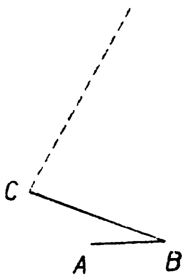
Obr. 118.

210.



Obr. 119.

211.



Obr. 120.

Ve cvičeních **204** až **211** máte sestrojit obraz kvádru $ABCDEFGH$. Část obrazu vyznačená v učebnici má míti přibližně takový tvar jako v učebnici, ale váš obraz má být asi třikrát větší. Potom doplníte obraz přesnou konstrukcí. Ve cvičeních **210** a **211** má bod E ležet někde na vyčárkované přímce. Máte narýsovat pohled zdola. Nejdříve si od ruky načrtněte menší obrazec, ve kterém nepřihlížíte k viditelnosti, ale ve kterém už vyznačíte písmeny všecky vrcholy.

Cvičení **212** až **216** se týkají kvádru $PRSTUVXY$. U každého cvičení si od ruky narýsujte obraz kvádru a odpovídejte na základě představy získané z obrazu. Při každém cvičení rýsujte nový obraz; rýsujte obrazy různých tvarů.

212. Napište za sebou všecky hrany kvádru. Začněte hranou PR, potom pište hrany rovnoběžné s PR, dále hrany různoběžné s PR, konečně hrany mimoběžné s PR.

213. Opakujte cvičení **212**, ale s hranou RV místo hrany PR.

214. Jmenujte bod přímky PT a bod přímky SV tak, aby jejich vzdálenost byla co nejmenší.

215. Je možné osmerým způsobem udat trojici hran tak, aby vždy dvě z nich byly mimoběžné. Jedna taková trojice je PR, SX, UY. Dovedete najít ostatních sedm takových trojic?

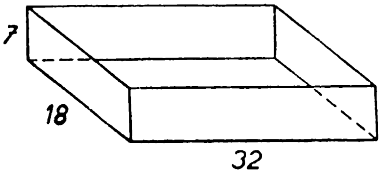
216. Zvolte si vrcholy P, X. Můžete proběhnout jedním tahem všecky ty hrany kvádru, které nejdou žádným z obou zvolených vrcholů?

5. Povrch a objem kvádru a krychle.

Velikosti hran kvádru nazýváme **rozměry kvádru.** Kvádr má dvanáct hran, které jsou po čtyřech sobě rovny, takže kvádr má tři rozměry. U krychle mají všecky hrany stejnou velikost, proto všecky tři rozměry krychle jsou si rovny. Jestliže dva rozměry kvádru jsou si rovny, mají dvě stěny tvar čtverce a ostatní čtyři jsou obecné obdélníky. V praxi se často vyskytují kvádry v poloze průčelné a jejich rozměry se nazývají délka, šířka a výška. V geometrii je název rozměry výhodnější, protože není závislý na poloze kvádru.

Velikost povrchu kvádru dostaneme, určíme-li obsah všech stěn a výsledky sečteme. Každá stěna kvádru je obdélník, jehož rozměry se rovnají dvěma ze tří rozměrů kvádru a jehož obsah umíme vypočíst. Každé dvě protější stěny kvádru jsou shodné obdélníky a mají týž obsah. Proto k výpočtu velikosti povrchu kvádru stačí určit obsahy tří stěn, vycházejících z jednoho vrcholu, tyto obsahy sečíst a výsledek znásobit dvěma. Zvláště jednoduše stanovíme velikost povrchu krychle, jejíž všecky stěny jsou shodné čtverce. Stačí vypočíst obsah jedné stěny a výsledek znásobit šesti. Vidíme, že vlastně není nic nového v úlohách týkajících se velikosti povrchu kvádru nebo velikosti části povrchu složené z některých stěn.

P ř í k l a d. Otevřená krabice (bez víka) je 32 cm dlouhá, 18 cm široká a 7 cm vysoká. Vnějšek krabice je polepen bílým papírem. Kolik dm^2 papíru se spotřebuje?



Obr. 121.

Řešení. Nejprve si od ruky narýsujeme obraz krabice, který nemusí být přesně rýsován, ale ve kterém jsou vyznačeny rozměry (obr. 121). Počítáme v centimetrech a teprve výsledek, jak žádáno, vyjádříme v dm^2.

Obsah přední a zadní stěny dohromady: $2 \cdot 32 \cdot 7 = 448$.

Obsah postranních stěn dohromady: $2 \cdot 18 \cdot 7 = 252$.

Obsah podstavy: $32 \cdot 18 = 576$.

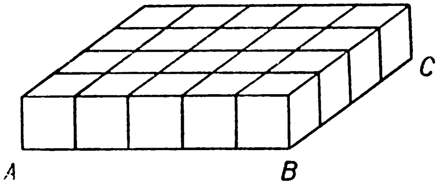
Celkem: $448 + 252 + 576 = 1276$.

Výsledek: *Spotřebujeme* 12,76 *dm^2 papíru, t. j. asi* 12,75 *dm^2 papíru.*

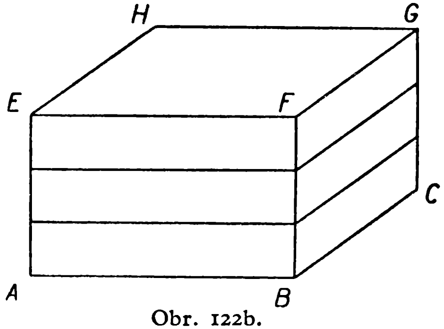
Nová je zde úloha určit velikost celého tělesa (kvádru) neboli jeho **objem**, jak se v geometrii říká. Objem tělesa vyjadřujeme v **prostorových jednotkách.** Každé délkové jednotce patří určitá prostorová jednotka, jíž jest objem krychle o hraně rovné této délkové jednotce. Délkové jednotce 1 dm patří prostorová jednotka 1 dm^3 (krychlový decimetr), což je objem krychle, jejíž hrana je rovná 1 dm. Podobně délkové jednotce 1 cm patří prostorová jednotka 1 cm^3 (krychlový centimetr), což je objem krychle, jejíž hrana je rovná 1 cm. Délkové jednotce 1 m patří prostorová jednotka 1 m^3 (krychlový metr), což je objem krychle o hraně rovné 1 m. Prakticky se téměř neužívá jednotky 1 mm^3 (krychlový milimetr), která je příliš nepatrná, a jednotky 1 km^3 (krychlový kilometr), která je obrovská.

Na obr. 122 máme znázorněn kvádr *ABCDEFGH* v průčelné poloze, dlouhý 5 cm, široký 4 cm a vysoký 3 cm. Nazveme jej stručně kvádr **K**.

Víme, že obdélník *ABCD* se dá rozložit na $5 \cdot 4 = 20$ čtverců o straně 1 cm. Když na každý z těchto čtverců postavíme krychli, dostaneme kvádr **L** (obr. 122a), jehož objem je tedy 20 cm^3. Avšak kvádr **K** se dá rozložit na tři vrstvy (obr. 122b), z nichž každá je kvádr shodný s kvádrem **L**. Protože $3 \cdot 20 = 60$, objem kvádru **K** je 60 cm^3.



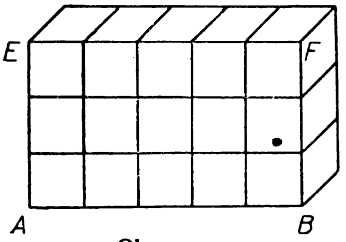
Obr. 122a.



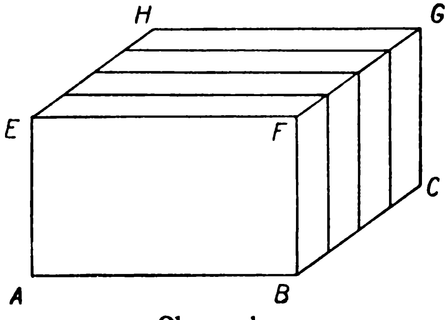
Obr. 122b.

Jiný postup: Obdélník *ABFE* rozložíme na $5 \cdot 3 = 15$ čtverců o straně 1 cm. Na každý z nich postavíme krychli a dostaneme kvádr **M** (obr. 123a), jehož objem je 15 cm^3. Kvádr **K** se dá rozložit na čtyři vrstvy shodné s kvádrem **M**, a protože $4 \cdot 15 = 60$, objem kvádru **K** je 60 cm^3.

Třetí postup: Vyjdeme od obdélníka *BCGF* a dostaneme kvádr **N** objemu 12 cm^3 ($3 \cdot 4 = 12$). Kvádr **K** je složen z pěti vrstev shodných s kvádrem **N** a objem kvádru **K** je 60 cm^3 ($12 \cdot 5 = 60$). (Obr. 124a.)



Obr. 123a.

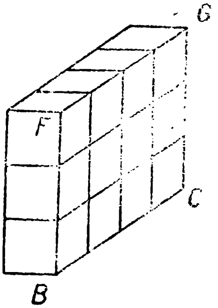


Obr. 123b.

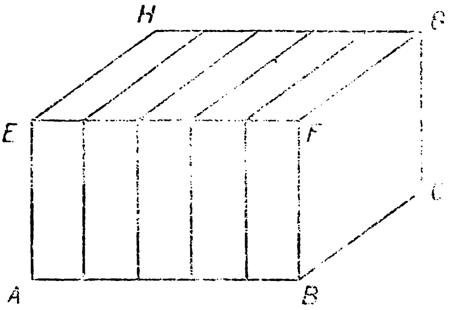
Obecné pravidlo: Objem kvádru je součin všech tří jeho rozměrů. V našem příkladě bylo $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. Nutné doplnění pravidla: Jsou-li rozměry vyjádřeny v určité délkové jednotce, vyjde objem v příslušné jednotce prostorové.

Třetí mocnina čísla je součin tří činitelů vesměs rovných tomuto číslu. Na př. třetí mocnina čísla 6 je $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. Objem krychle je třetí mocnina velikosti hrany. Jakého vysvětlení je potřeba k tomuto pravidlu?

Prakticky nejdůležitější prostorová jednotka je 1 dm^3, t. j. objem tělesa jakéhokoli tvaru, ale stejně velikého jako krychle o hraně 1 dm. Místo názvu 1 dm^3 se užívá v praxi velmi často



Obr. 124a.



Obr. 124b.

(na př. při měření objemu kapalin) názvu **litr** (značka 1 l). Litrová nádoba nemívá tvar krychle, ale má týž objem jako krychle o hraně 1 dm. Větší užívaná jednotka je **hektolitr** (značka 1 hl; 1 hl = 100 l), menší užívaná jednotka je **decilitr** (značka 1 dl; 10 dl = 1 l). 1 hl, 1 l, 1 dl se někdy nazývají **míry duté**, ale geometricky není vůbec rozdílu mezi prostorovými jednotkami a měrami dutými. Protože 1 m = 10 dm, 1 dm = 10 cm a protože třetí mocnina čísla 10 je 1000, jest 1 m^3 = 1000 dm^3, 1 dm^3 = 1000 cm^3, a tedy 1 m^3 = 10 hl, 1 dl = 100 cm^3.

Prakticky užívané prostorové jednotky můžeme sestavit do tabulky:

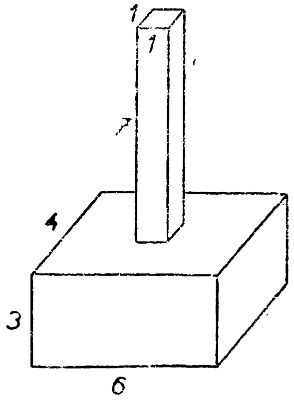
m^3	hl		dm^3 / l	dl		cm^3

Vštípíme-li si v mysl tuto tabulku, provádíme snadno převody jedné jednotky na druhou.

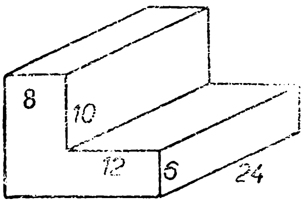
Geometrické výrazy, s kterými jsme se seznámili v tomto článku: rozměry kvádru — objem tělesa — prostorové jednotky — třetí mocnina čísla.

Cvičení.

217. Kolika cm^3 se rovná: a) 7 dl; b) 15 l 3 dl?
218. Kolika hl se rovná $2\frac{1}{2}$ m^3?
219. Kolika cm^3 se rovná 5 dm^3 82 cm^3?
220. Sečtěte: a) 35 l 8 dl + 12 l 7 dl; b) 5 dm^3 850 cm^3 + 6 dm^3 760 cm^3.
221. Odečtěte: a) 3 hl — 2 hl 5 l; b) 1 dm^3 — 37 cm^3; c) 2 l 3 dl — 6 dl.
222. Vypočtěte přibližný objem učebny a odhadněte, kolik m^3 vzduchu připadne na jednoho žáka.
223. Vypočtěte povrch a objem kvádru: a) 10 cm vysokého, jehož podstava je čtverec o straně 5 cm; b) 96 cm vysokého, jehož podstava je čtverec o straně 4 dm.
224. Zdvojnásobí-li se hrana krychle, kolikrát se zvětší povrch? Kolikrát se zvětší objem?
225. Vypočtěte povrch a objem kvádru s rozměry: a) 14 cm, 16 cm, 5 dm; b) 112 cm, 176 cm, 362 cm!
226. Zavřená bedna 1 m dlouhá, 35 cm široká, 6 dm vysoká je pobita plechem. Kolik dm^2 plechu se spotřebuje?
227. Jaký objem má v n i t ř e k otevřené dřevěné bedny (bez víka) dlouhé (zvenčí) 6 dm, široké (zvenčí) 32 cm a vysoké 5 dm, je-li dřevo 2 cm silné?
228. Jaký objem má vnitřek z a v ř e n é dřevěné bedny, jsou-li vnější rozměry 6 dm, 32 cm, 5 dm a je-li dřevo 2 cm silné?
229. Jaký je vnitřní povrch bedny ze cvičení 228?



Obr. 125.



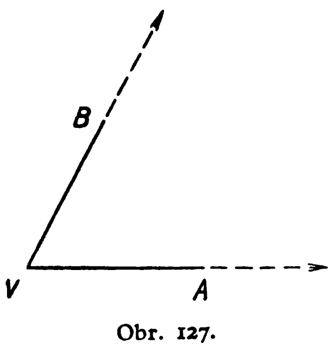
Obr. 126.

230. Jaký je objem dřeva bedny: a) ze cvičení 227, b) ze cvičení 228?
231. Určete objem tělesa znázorněného v obr. 125. Jednotka 1 cm.
232. Určete povrch tělesa ze cvičení 231.
233. Určete objem tělesa znázorněného na obr. 126. Jednotka 1 dm.
234. Určete povrch tělesa ze cvičení 233.
235. Najděte nejmenší rozměry dřevěného kvádru, z něhož se dá vyřezat těleso ze cvičení 233. Kolik dřeva se musí odříznout?
236. Kolik hl vody musí přitéci do bazénu dlouhého 25 m a širokého 8 m, aby hladina stoupla o 18 cm?
237. V továrně balili strojní výrobky do bedniček po třech kusech vedle sebe. Výrobky byly tvaru kvádru o rozměrech 2 dm, 4 dm a 3 dm. Bedničky byly uvnitř 6 dm dlouhé, 4 dm široké, 3 dm hluboké. Když se zvýšila výroba socialistickým soutěžením, nestačila truhlárna bedničky vyrábět. Závada byla odstraněna zlepšovacím návrhem, podle něhož se nyní vyrábějí bedničky pro čtyři kusy vedle sebe. Tloušťka dřeva 1 cm se nemění. Dělníci v truhlárně pracují tak, že vyrobí dostatečné množství bedniček. Kolika bedniček starého a nového typu je třeba na 720 výrobků? Jaká je spotřeba dřeva (v dm^3) pro výrobu bedničky starého typu a nového typu? Kolik dm^3 dřeva se ušetří při výrobě bedniček nového typu pro 720 výrobků?

III. ÚHLY.

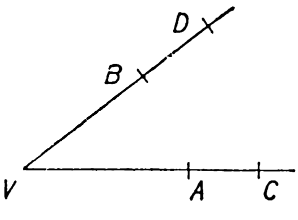
1. Pojem úhlu.

O pojmu úhlu byla zmínka již v I. části této učebnice. Na str. 9 bylo řečeno, že na lomené čáře vznikají úhly v těch místech, v nichž se směr pohybu náhle mění. V článku 6 části I. jsme probírali důležitý zvláštní případ pravého úhlu. Úkolem části III. je především, abychom se s pojmem úhlu seznámili podrobněji.



Obr. 127.

Protože úhel vyjadřuje změnu směru pohybu na lomené čáře, vznikne tím, že jsou dány dvě přímé čáry, *VA*, *VB*, vycházející z téhož bodu (obr. 127). Bod *V* se jmenuje **vrchol úhlu** a přímé čáry *VA*, *VB* se nazývají **ramena úhlu.** Velikost úhlu závisí pouze na velikoti změny směru, která nastane v bodě *V*, jestliže se pohybuje od bodu *A* přes bod *V* do bodu *B* (nebo od bodu *B* přes bod *V* do bodu *A*). Velikost úhlu tedy nezávisí nikterak na velikosti ramen. Proto rameny úhlu v geometrii nerozumíme omezené úsečky *VA*, *VB*, nýbrž **polopřímky** *VA*, *VB*. Přitom na př. polopřímka *VA* vznikne z úsečky *VA*, jestliže k této úsečce připojíme její neomezené prodloužení za bod *A*, jak je na obr. 127 naznačeno čárkováním a šipkou. Podobně vznikne polopřímka *VB* z úsečky *VB*. Tedy polopřímka je přímá čára, která je v jednom směru omezená a v druhém neomezená. Na př. polopřímka *VA* je přímá čára, která vychází z bodu *V*, zvaného **počátek polopřímky** *VA*, a z něho jde dále přímo přes bod *A* bez jakéhokoli omezení. Označujeme-li polopřímku dvěma body, píšeme vždy na první místo název počátku a na druhé místo název kteréhokoli jiného bodu této polopřímky. Úsečka *VA* a úsečka *AV* je táž úsečka; přímka *VA* a přímka *AV* je táž přímka; avšak polopřímka *VA* a polopřímka *AV* jsou dvě naprosto různé polopřímky. Ramena úhlu jsou dvě polopřímky *VA*, *VB*, které mají obě týž počátek *V*. Tento počátek je vrchol úhlu. Úhel s rameny *VA*, *VB* se jmenuje úhel *AVB*. Často píšeme $\sphericalangle AVB$; značka $\sphericalangle$ znamená úhel. Za značkou $\sphericalangle$ stojí tři písmena; prostřední písmeno znamená vždy vrchol, ostatní dvě písmena znamenají body libovolně zvolené na ramenech, jeden na každém rameni. Tedy úhel v obr. 128 můžeme zapsati buďto $\sphericalangle AVB$, nebo $\sphericalangle BVA$, nebo $\sphericalangle CVB$, nebo $\sphericalangle BVC$, nebo $\sphericalangle CVD$ atd.



Obr. 128.

Označení úhlu třemi písmeny je často nepohodlné. Proto značíme úhel také jediným písmenem. Přitom se užívá obyčejně malých písmen řecké abecedy; tato písmena se proto musíme naučit psát a číst. Nebudeme se učit celé řecké abecedě, nýbrž pouze těm písmenům, kterých se nejčastěji užívá při označování úhlů. Jsou to především čtyři první písmena řecké abecedy:

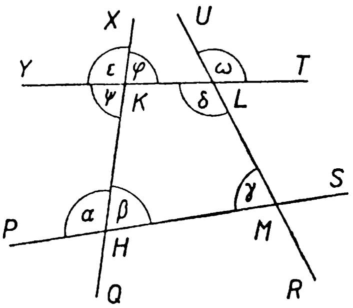
α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta).

Dále se užívá pro úhly ještě těchto písmen:

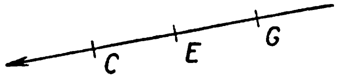
ε (epsilon), φ (fí), ψ (psí), ω (omega).

Jiným řeckým písmenům se v této třídě učit nebudeme. V obrazci píšeme řecké písmeno vždy těsně k vrcholu úhlu. Mimo to pro jasnost vyznačujeme úhly v obrazcích ještě obloučky, které rýsujeme zpravidla od ruky (obr. 129).

Zvolíme-li si na přímce bod E, rozdělí nám tento bod přímku na dvě polopřímky se společným počátkem E; na obr. 130 jsou to polopřímka EC a polopřímka EG. Takové dvě polopřímky, které mají společný počátek a dohromady vyplní jednu přímku, nazýváme **opačné polopřímky.**



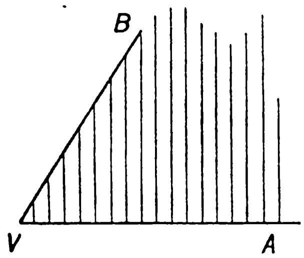
Obr. 129.



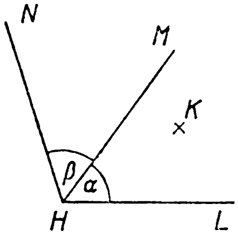
Obr. 130.

V obr. 131 je vyčárkována část roviny omezená dvěma rameny úhlu $\sphericalangle AVB$. O bodech této části říkáme, že leží u v n i t ř ú h l u $\sphericalangle AVB$.

Dva úhly se jmenují **styčné,** jestliže mají jedno rameno společné, ale jejich vnitřky nemají společného bodu. Protože vrchol

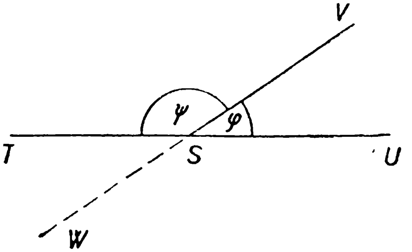


Obr. 131.

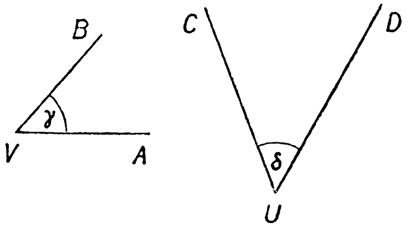


Obr. 132.

úhlu je počátek každého ramene, musí dva styčné úhly mít společný vrchol. V obr. 132 máme dva styčné úhly $\alpha = \sphericalangle LHM$, $\beta = \sphericalangle MHN$. Úhly $\sphericalangle LHN$, $\sphericalangle LHM$ na obr. 132 mají společné rameno, ale nejsou to úhly styčné, protože na př. bod K leží uvnitř obou těch úhlů. Mezi dvojicemi styčných úhlů jsou nejdůležitější dvojice **vedlejších úhlů.** Dva úhly se jmenují vedlejší, jestliže mají jedno rameno společné a druhá dvě ramena jsou navzájem opačná. Na obr. 133 máme dva vedlejší úhly $\varphi = \sphericalangle USV$ a $\psi = \sphericalangle TSV$. K danému úhlu si můžeme narýsovat libovolně mnoho úhlů s ním styčných. Ale k danému úhlu můžeme udat pouze dva úhly s ním vedlejší; na př. k úhlu φ z obr. 133 je vedlejší jednak úhel ψ, který s ním má společné rameno SV, ale k témuž úhlu φ je vedlejší také $\sphericalangle USW$, který má s úhlem φ společné rameno SU. Dva úhly se jmenují **vrcholové,** jestliže každé rameno jednoho je opačné s určitým ramenem druhého; dva vrcholové úhly mají společný vrchol, ale nemají žádné společné rameno. K danému úhlu φ máme jediný úhel s ním vrcholový; na př. k úhlu φ na obr. 133 je vrcholový úhel $\sphericalangle TSW$.



Obr. 133.

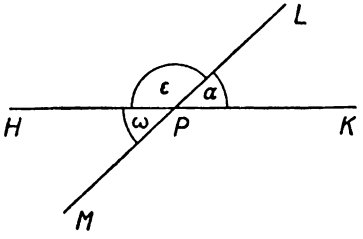


Obr. 134.

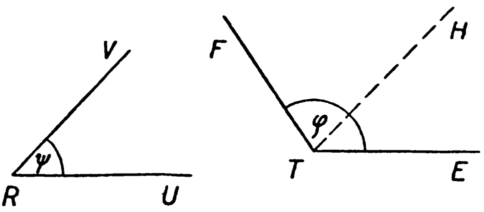
Dva úhly mají stejnou velikost neboli jsou si **rovny,** jestliže je možné položit jeden na druhý tak, aby se navzájem kryly; to znamená, že se má krýti vrchol s vrcholem, ramena s rameny, vnitřek s vnitřkem. Na př. na obr. 134 úhly γ, δ jsou si rovny. Nic nevadí, že narýsované části ramen úhlu γ jsou mnohem menší než narýsované části ramen úhlu δ, protože ramena úhlu nejsou úsečky, nýbrž polopřímky. Dva sobě rovné úhly můžeme položit jeden na druhý dvojím způsobem. Na př. úhel γ z obr. 134 můžeme položit na úhel δ z téhož obrazce buďto tak, aby se krylo rameno VA s ramenem UC a rameno VB s ramenem UD, nebo také tak, aby se krylo rameno VA s ramenem UD a rameno VB s ramenem UC.

V r c h o l o v é ú h l y s e s o b ě r o v n a j í. Přesvědčíme se o tom takto: Narýsujte si do sešitu dvě různoběžky (obr. 135) s průsečíkem P. Zvolte si na prvé z nich body H, K a na druhé body L, M tak, aby bod P ležel na úsečce HK i na úsečce LM. Vyznačte si úhly

$\alpha = \sphericalangle KPL$, $\omega = \sphericalangle HPM$. Jsou to dva vrcholové úhly; chceme se přesvědčit, že $\alpha = \omega$. Vyznačte si v obrazci ještě úhel $\varepsilon = \sphericalangle HPL$. Nyní si celý obrazec obkreslíte ze sešitu (i s označením bodů a úhlů) na list průsvitného papíru. Úhel ε v sešitě a úhel ε na průsvitném papíru jsou si ovšem rovny. Obraťme průsvitný papír na ruby a položme jej na sešit tak, aby se úhel ε na průsvitném papíru kryl s úhlem ε v sešitě, a to tak, že rameno PH z papíru se kryje s ramenem PL ze sešitu a rameno PL z papíru se kryje s ramenem PH ze sešitu. Potom se úhel ω na průsvitném papíru kryje s úhlem α v sešitě, a je tedy skutečně $\alpha = \omega$.



Obr. 135.



Obr. 136.

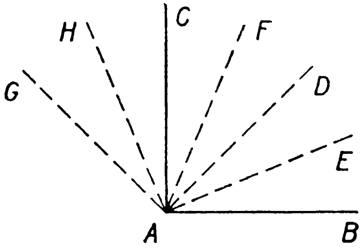
Jestliže si dva úhly nejsou rovny, je jeden z nich **menší** než druhý a druhý je potom **větší** než první. Na př. na obr. 136 je úhel ψ menší než úhel φ, neboli úhel φ je větší než úhel ψ, což píšeme $\psi < \varphi$ nebo $\varphi > \psi$. Úhel ψ můžeme položit na úhel φ tak, že rameno RU úhlu ψ se bude krýt třeba s ramenem TE úhlu φ a že vnitřek úhlu ψ vyplní část vnitřku úhlu φ. Druhé rameno RV úhlu ψ bude se potom krýt s polopřímkou TH, která vychází z vrcholu T úhlu φ a jde dovnitř úhlu φ.

Všechny pravé úhly se sobě rovnají. U nás je zvykem označovat velikost pravého úhlu písmenem R; je to počáteční písmeno latinského slova rectus, které znamená pravý. Jinde, na př. v Sovětském svazu, je zvykem označovat pravý úhel písmenem d; je to počáteční písmeno francouzského slova droit (čteme droa), které také znamená pravý. Velikost jiných úhlů budeme prozatím vyjadřovat srovnáváním s velikostí pravého úhlu. Na př. na obr. 137 jest $\sphericalangle BAC = R$, $\sphericalangle BAD = \frac{1}{2} R$, $\sphericalangle DAC = \frac{1}{2} R$, $\sphericalangle CAG = \frac{1}{2} R$,

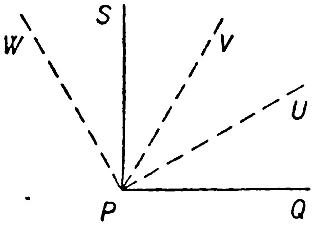
$\sphericalangle BAG = 1\frac{1}{2} R$, $\sphericalangle BAE = \frac{1}{4} R$, $\sphericalangle BAH = 1\frac{1}{4} R$, $\sphericalangle DAH = \frac{3}{4} R$; v obr. 138 je

$\sphericalangle QPS = R$, $\sphericalangle QPU = \frac{1}{3} R$, $\sphericalangle UPV = \frac{1}{3} R$, $\sphericalangle VPS = \frac{1}{3} R$, $\sphericalangle QPV = \frac{2}{3} R$, $\sphericalangle UPS = \frac{2}{3} R$, $\sphericalangle QPW = 1\frac{1}{3} R$.

S pojmem úhlu jsme se dosud ještě neseznámili v celé jeho obecnosti. Všecky úhly, o kterých jsme dosud mluvili, jsou totiž

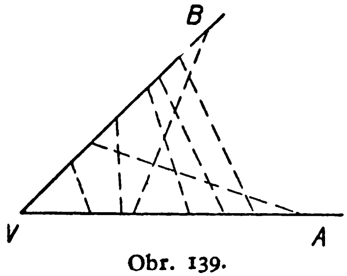


Obr. 137.

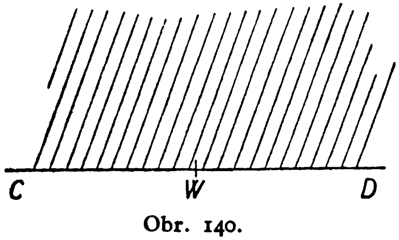


Obr. 138.

tak zvané **úhly duté.** Duté úhly jsou mnohem důležitější než ostatní druhy úhlů. Ramena dutého úhlu jsou dvě polopřímky, které neleží v jedné přímce a mají ovšem společný počátek, který je vrcholem úhlu. Vnitřek dutého úhlu je vyplněn úsečkami, které mají jeden krajní bod na jednom rameni a druhý krajní bod na druhém rameni úhlu. Několik takových úseček je vyznačeno v obr. 139 pro dutý úhel $\sphericalangle AVB$. Obě ramena dutého úhlu rozdělí rovinu na dvě části; jednu jsme již nazvali vnitřkem dutého úhlu; druhá se jmenuje v n ě j š e k dutého úhlu. Nyní si vysvětlíme, co je to **vypuklý úhel** s rameny VA, VB. Jeho vrchol je týž jako u dutého úhlu $\sphericalangle AVB$, jeho ramena jsou také táž jako u dutého úhlu $\sphericalangle AVB$ a rozdíl je pouze v tom, že vnitřek dutého úhlu je vnějškem vypuklého úhlu



Obr. 139.

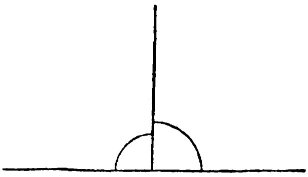


Obr. 140.

a vnějšek dutého úhlu je vnitřkem vypuklého úhlu. Ke každému dutému úhlu přísluší tedy určitý vypuklý úhel; oba úhly mají týž vrchol a táž ramena, ale vnitřek jednoho je vnějškem druhého. Označení $\sphericalangle$ užíváme výhradně pro úhly duté.

Dále máme ještě t. zv. **přímé úhly**. Ramena přímého úhlu jsou dvě opačné polopřímky, leží tedy obě v jediné přímce. Na obr. 140 vidíme dvě opačné polopřímky, *WC*, *WD*. Jsou dva přímé úhly, které mají tyto dvě polopřímky jako ramena a jejich společný počátek *W* jako vrchol. Vyčárkovaná část roviny je vnitřek jednoho z těch dvou přímých úhlů a zároveň vnějšek druhého.

Všecky přímé úhly jsou si rovny. Dutý úhel je takový, který je menší než úhel přímý; vypuklý úhel je takový, který je větší než úhel přímý. Každý dutý úhel je menší než každý vypuklý úhel. Ke každému dutému úhlu přísluší určitý vypuklý úhel s týmiž rameny. Zvětšíme-li dutý úhel, zmenšíme zároveň příslušný vypuklý úhel; zmenšíme-li dutý úhel, zvětšíme zároveň příslušný vypuklý úhel.



Obr. 141.

Mezi duté úhly patří především pravé úhly, které, jak víme, jsou si všecky rovny. **Kosý úhel** je takový dutý úhel, který není pravý. Kosé úhly dělíme na **úhly ostré** a **tupé**; ostrý úhel je menší než pravý, tupý úhel je větší než pravý.

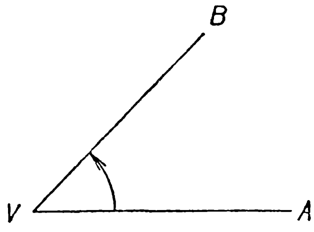
Každý přímý úhel se dá rozložit na dva styčné pravé úhly (v obr. 141); proto velikost přímého úhlu můžeme označiti $2\,R$. Označíme-li α libovolný úhel, dostaneme tuto přehlednou tabulku:

Úhel	ostrý	pravý	tupý	přímý	vypuklý	dutý	kosý
	$\alpha < R$	$\alpha = R$	$\alpha > R$, $\alpha < 2\,R$	$\alpha = 2\,R$	$\alpha > 2\,R$, $\alpha < 4\,R$	$\alpha < 2\,R$	$\alpha < 2\,R$, $\alpha \neq R$

V posledním sloupci značka $\neq$ (přeškrtnuté znamení rovnosti) je značka nerovnosti; čteme α rozdílné od *R*.

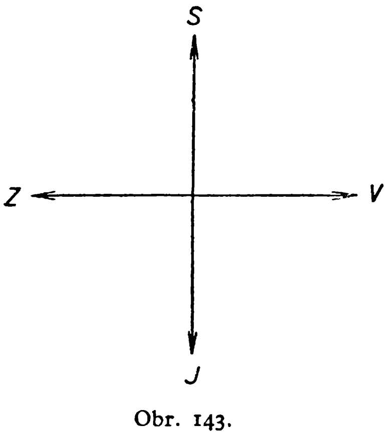
Pojem úhlu je ve velmi těsné souvislosti s pojmem otáčení. Označte si písmenem *V* své místo v učebně. Dále si označte písmeny *A*, *B* určitá dvě místa v učebně. Nyní se postavte ve směru *VA*, t. j.

na místě V si stoupněte tak, abyste se dívali přímo před sebe na místo A. Potom se otáčejte (na místě V) tak dlouho, až stojíte ve směru VB. Říkáme, že jste se otočili o úhel $\sphericalangle AVB$. Při tom se rameno VA jevilo jako rameno první, rameno VB jako rameno druhé. Při otáčení přejde rameno první v rameno druhé a průběhem otáčení vyplní celý vnitřek úhlu. Můžeme se otáčeti d o l e v a, jak je tomu v obr. 142, jestliže VA je rameno první a VB rameno druhé; můžeme se také otáčeti doprava, jak by tomu bylo v obr. 142, kdyby bylo VB rameno první a VA rameno druhé. Hodinové ručičky se otáčejí doprava, proto se otáčení doleva v geometrii jmenuje někdy otáčení proti směru ručiček hodinových a otáčení doprava otáčení po směru ručiček hodinových. Každý úhel můžeme vytvořit buďto otáčením doprava, nebo otáčením doleva. Chceme-li v obrazci vyznačit, kterým z obou otáčení úhel vznikl, děláme při obloučku šipku (obr. 142); obyčejně však na tom nezáleží a šipka je zbytečná.



Obr. 142.

Otáčením můžeme vytvořit jakýkoli úhel dutý, přímý nebo vypuklý. Na př. při otočení vpravo v bok nebo vlevo v bok se otočíme o úhel pravý: při otočení čelem vzad se otočíme o úhel přímý. Můžeme se také otočit (vpravo nebo vlevo) kolem dokola tak, že konečný směr je týž, jako byl směr počáteční. Říkáme potom, že jsme se otočili o **úhel plný.** Otočení o úhel plný můžeme rozložit na čtyři otočení o úhel pravý; proto velikost plného úhlu je 4 R.



Obr. 143.

Prakticky velmi důležité je otáčení na vodorovné rovině. Malá část povrchu zemského je přibližně vodorovná. Máme čtyři základní směry (světové strany): sever (S), jih (*J*), východ (*V*), západ (*Z*). Stín svislé tyče v pravé poledne ukazuje k severu. Obrátíme-li se čelem k severu, máme napravo východ a nalevo západ; směr k severu protilehlý je jih. Na mapách a plánech zobrazujeme sever nahoře, jih dole, východ napravo a západ nalevo (obr. 143). Za jasné noci určíme světové strany podle hvězd; v souhvězdí Malého vozu je t. zv. polárka, která ukazuje směr k severu. Postavte se směrem k severu a otočte se doprava o úhel $\frac{1}{2}$ *R*. Pak stojíte směrem k severovýchodu (*SV*), což je tedy směr právě v polovině mezi *S* a *V*. Podobně máme severozápad (*SZ*), jihovýchod (*JV*), jihozápad (*JZ*).

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: úhel — jeho vrchol a ramena — polopřímka — její počátek — značka $\sphericalangle$ *AVB* — řecká písmena $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \psi, \omega$ — opačné polopřímky — vnitřek úhlu — styčné úhly — vedlejší úhly — vrcholové úhly — úhel dutý — úhel vypuklý — úhel přímý — vnějšek úhlu — úhel kosý — úhel ostrý — úhel tupý — značka *R* — značka *d* — značka $\mp$ — úhel plný.

Cvičení.

238. Narýsujte si do sešitu obrazec asi toho tvaru, jaký je obr. 129 v učebnici, ale větší. Zapište do svého obrazce také všecka písmena. Každý úhel označený v obrazci řeckým písmenem označte pomocí tří bodů.

239. Ke každému úhlu označenému v obr. 129 řeckým písmenem vypište (pomocí tří bodů) jeho úhel (k němu) vrcholový a oba jeho úhly (k němu) vedlejší.

240. Jmenujte předměty, na kterých se vyskytují úhly ostré nebo tupé.

241. Jmenujte velikosti úhlů při daných otáčeních:
a) *J* napravo k *Z*; b) od *Z* napravo k *V*; c) od *V* nalevo k *J*; d) od *J* napravo k *SZ*; e) od *Z* nalevo k *SV*; f) od *JV* napravo k *SZ*; g) od *JV* nalevo k *SZ*; h) od *SV* napravo k *J*; i) od *SZ* nalevo k *Z*.

242. Jmenujte konečný směr, do kterého se dostanete z daného směru daným otáčením:
a) od *J* napravo o *R*; b) od *V* napravo o 2 *R*; c) od *Z* nalevo o 3 *R*; d) od *S* nalevo o 5 *R*; e) od *J* napravo o $\frac{1}{2}$ *R*; f) od *Z* nalevo o $2\frac{1}{2}$ *R*; g) od *V* nalevo o $3\frac{1}{2}$ *R*; h) od *S* napravo o $4\frac{1}{2}$ *R*; i) od *JV* napravo o 3 *R*; j) od *SV* napravo o $2\frac{1}{2}$ *R*; k) od *SZ* nalevo o $1\frac{1}{2}$ *R*; l) od *JZ* nalevo o $3\frac{1}{2}$ *R*.

243. Vyjádřete pomocí *R*, o jaký úhel se otočí velká hodinová ručička: a) za hodinu; b) za třicet minut; c) za pět minut; d) za $2\frac{2}{3}$ hodiny.

244. Vyjádřete pomocí R, o jaký úhel se otočí malá hodinová ručička: a) za 6 hodin; b) za 4 hodiny; c) za hodinu; d) za 30 minut.

245. Jak velký je vypuklý úhel mezi *JV* a *Z*?

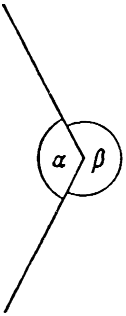
246. Muž kráčí k jihu, na křižovatce se obrátí k jihovýchodu a na další křižovatce se obrátí k jihozápadu. Naznačte obrazcem od ruky. Vyznačte (jako v obr. 142) obloučkem a šipkou úhly, o které se otočí na křižovatkách. Jak velké jsou ty úhly?

247. Když $\alpha = 1\frac{1}{4}\ R$ v obr. 144, čemu se rovná β?

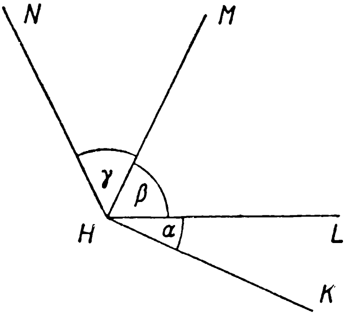
248. Když $\beta = 2\frac{1}{2}\ R$ v obr. 144, čemu se rovná α?

249. Když $\beta = 2\ \alpha$ v obr. 144, čemu se rovná α?

Ke cvičení 250 až 253 rýsujte své vlastní obrazce od ruky!



Obr. 144.



Obr. 145.

250. (Obr. 145.) Jestliže $\alpha = \frac{1}{4}\ R$, $\beta = \frac{2}{4}\ R$, čemu se rovná $\sphericalangle\ KHM$?

251. (Obr. 145.) Čemu se rovná γ, jestliže $\sphericalangle\ LHN = 1\frac{1}{4}\ R$, $\sphericalangle\ LHM = \frac{3}{4}\ R$?

252. (Obr. 145.) Čemu se rovná β a γ, jestliže $\sphericalangle\ KHL = \frac{1}{3}\ R$, $\sphericalangle\ KHM = R$, $\sphericalangle\ KHN = 1\frac{1}{2}\ R$?

253. (Obr. 145.) Jestliže $\alpha = \frac{1}{3}\ R$, $\beta = \frac{2}{3}\ R$, $\gamma = \frac{1}{2}\ R$, čemu se rovná vypuklý úhel s rameny *HK*, *HN*? Čemu se rovná vypuklý úhel s rameny *HL* a *HM*?

2. Přenášení a měření úhlů.

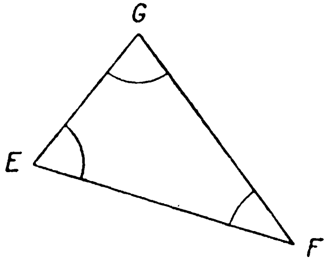
Narýsujte si trojúhelník *EFG* (obr. 146). Úhly $\sphericalangle\ FEG$, $\sphericalangle\ EFG$, $\sphericalangle\ EGF$ (v obrazci vyznačené obloučky) se jmenují **vnitřní úhly trojúhelníka** *EFG* nebo krátce **úhly trojúhelníka** *EFG*. Úhel $\sphericalangle\ FEG$ na př. se jmenuje úhel při vrcholu *E* nebo úhel proti straně *FG*.

Velmi často se značí (obr. 147) vrcholy trojúhelníka písmeny A, B, C a úhly písmeny α, β, γ tak, že α je úhel při vrcholu A, β je úhel při vrcholu B, γ je úhel při vrcholu C.

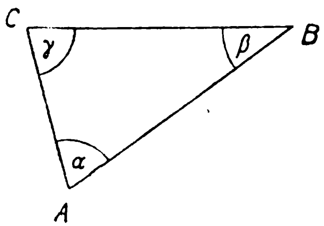
V sešitě máte narýsovaný trojúhelník EFG (obr. 146). Narýsujte si na list papíru trojúhelník ABC (obr. 147) tak, aby bylo

$$\overline{AB} = \overline{EF}, \quad \overline{AC} = \overline{EG}, \quad \overline{BC} = \overline{FG}.$$

Strany trojúhelníka ABC se tedy rovnají stranám trojúhelníka EFG. Víte, že oba trojúhelníky jsou shodné (viz část I, článek 5).



Obr. 146.



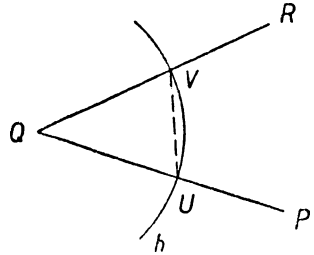
Obr. 147.

Můžeme tedy vystřihnouti trojúhelník ABC a položiti jej na trojúhelník EFG tak, že vrchol A padne na vrchol E, vrchol B padne na vrchol F a vrchol C padne na vrchol G. Učiňte to! Vidíte, že se vám kryjí nejen vrcholy a strany obou trojúhelníků, nýbrž také jejich úhly. Jsou-li dva trojúhelníky shodné, rovnají se úhly prvního úhlům druhého.

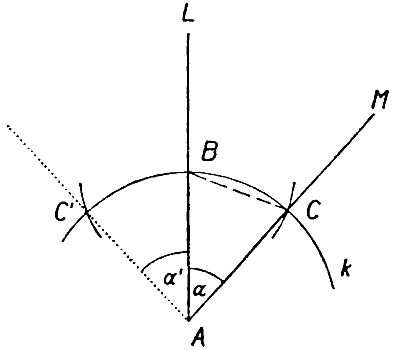
Tohoto poznatku užijeme **k přenesení daného úhlu** pomocí pravítka a kružítka (bez vystřihování). Při tom se užívá s výhodou trojúhelníka rovnoramenného. Zvolte si v sešitě jakýkoli úhel $\sphericalangle PQR$ (obr. 148) a polopřímku AL (obr. 149). Chceme sestrojit úhel α rovný narýsovanému úhlu $\sphericalangle PQR$ tak, aby jedním ramenem úhlu α byla daná polopřímka AL; vrcholem úhlu bude tedy daný bod A (počátek polopřímky AL).

Opište kolem bodu Q kružnici h s libovolným, ale dosti velkým poloměrem r. Kružnice h protne rameno QP daného úhlu $\sphericalangle QPR$ v bodě U a rameno QR v bodě V (obr. 148). Vznikne nám rovnoramenný trojúhelník QUV se základnou UV (vyčárkovanou v obr. 148) a s rameny QU a QV. Daný úhel $\sphericalangle PQR$ je úhel proti základně v rovnoramenném trojúhelníku QUV.

Abychom daný úhel přenesli na předepsané místo, potřebujeme pouze sestrojit rovnoramenný trojúhelník ABC, shodný s trojúhelníkem QUV; při tom je předepsána poloha bodu A i poloha polopřímky AB, neboť tato polopřímka musí splynout s danou polopřímkou AL. Abychom určili polohu bodu B na polopřímce AL, všimneme si, že musí platit $\overline{AB} = \overline{QU}$ neboli $\overline{AB} = r$; r byl poloměr kružnice h. Opíšeme tedy kolem bodu A kružnici k s poloměrem r



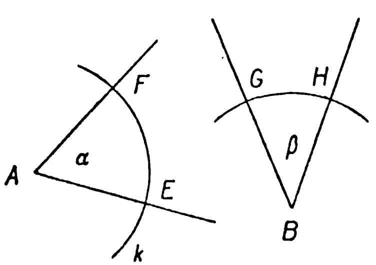
Obr. 148.



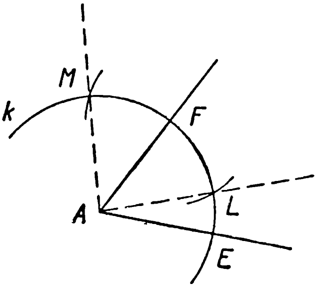
Obr. 149.

(obr. 149), která nám vytne na polopřímce AL bod B. Dále musíme určit polohu bodu C. Protože $\overline{AC} = \overline{QV}$ neboli $\overline{AC} = r$, musí také bod C ležet na kružnici k. Zároveň však musí býti také $\overline{BC} = \overline{UV}$. Proto bod C dostaneme jako průsečík kružnice k s kružnicí sestrojenou kolem bodu B s poloměrem rovným úsečce UV. Tím máme sestrojen trojúhelník ABC, shodný s trojúhelníkem QUV, a při vrcholu A trojúhelníka ABC dostaneme žádaný úhel α. Úsečky UV, BC (vyčárkované na obr. 148 a 149) není třeba rýsovat a konstrukce probíhá tedy takto: Kolem bodu Q opíšeme kružnici h s libovolným (ale dosti velkým) poloměrem r, která protne ramena QP, QR daného úhlu $\sphericalangle PQR$ v bodech U, V. (Při praktickém provádění rýsujeme pouze malé obloučky kružnice h v blízkosti jejich průsečíků U, V s rameny daného úhlu. Tyto body nepopisujeme žádnými písmeny; v učebnici jsou označeny U, V pouze pro jasnost výkladu.) Potom narýsujeme kolem bodu A kružnici k s týmž poloměrem r, která vytne na dané polopřímce AL bod B. (Při praktickém provádění zase rýsujeme pouze malé obloučky kružnice k v blízkosti bodů B, C; bod B nepopisujeme žádným písmenem.) Posléze opíšeme kolem bodu B kružnici s poloměrem rovným úsečce UV (z níž rýsujeme zase jen malý oblouček). Průsečík C této kružnice s kružnicí k (nepopisujeme jej žádným písmenem) spojíme s daným bodem A, to je druhé rameno úhlu α, a konstrukce je dokončena.

Sestrojený úhel α (obr. 149) vznikl otáčením ramene AL doprava. Úloze vyhovuje ještě také úhel α' (čteme α s čárkou), který vznikne otáčením ramene AL doleva. Rameno AC' úhlu $\alpha' = \sphericalangle LAC'$ je vytečkováno v obr. 149. Konstrukci přenášení úhlů, kterou jste právě poznali, musíte se naučit provádět hbitě. Je velmi důležité volit poloměr r dosti veliký; jinak by konstrukce nebyla přesná.



Obr. 150.



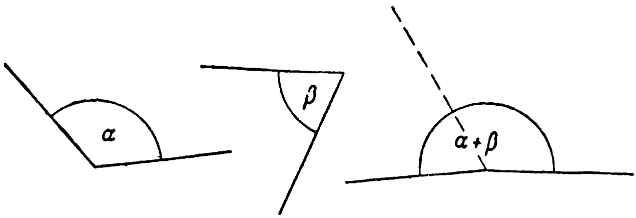
Obr. 151.

Stejnou konstrukcí řešíme také jiné důležité úlohy. Máme-li na př. rozhodnout, který z úhlů α, β, narýsovaných v obr. 150, je větší, sestrojíme kolem vrcholů obou úhlů kružnice se stejným (dosti velikým!) poloměrem. Prvá kružnice protne ramena prvého úhlu v bodech E, F, druhá kružnice protne ramena druhého úhlu v bodech G, H. V případě narýsovaném v obr. 150 vyjde $\overline{EF} > \overline{GH}$, a proto je $\alpha > \beta$. V obr. 151 máme dva styčné úhly, $\sphericalangle EAF$, $\sphericalangle FAM$, z nichž první se rovná úhlu α a druhý úhlu β (úhly α, β jsou v obr. 150). Tyto dva úhly, $\sphericalangle EAF$, $\sphericalangle FAM$ dohromady tvoří úhel $\sphericalangle EAM$, jeho velikost se rovná $\alpha + \beta$. Takový součet $\alpha + \beta$ dvou daných úhlů (obr. 150) snadno sestrojíme graficky (obr. 151).

Zvolíme libovolně polopřímku AF. Přenášením úhlů sestrojíme dva styčné úhly se společným ramenem AF tak, aby jeden z nich byl roven α a druhý byl roven β. Druhá ramena AE, AM přenesených úhlů jsou rameny úhlu, který se rovná součtu $\alpha + \beta$. Této konstrukci říkáme grafické sčítání úhlů.

Všimněte si, že součet dvou dutých úhlů α, β může být úhel vypuklý (obr. 152). Součet dvou dutých úhlů může také být úhel přímý.

Jsou-li dány úhly α, β tak, že $\alpha > \beta$, můžeme sestrojiti rozdíl $\alpha - \beta$ (grafické odčítání úhlů). Postup je podobný jako při grafickém sčítání úhlů. V obr. 151 je $\sphericalangle EAL = \alpha - \beta$, kde α, β jsou úhly z obr. 150.



Obr. 152.

Také tři, čtyři i více úhlů můžeme graficky sčítat. Sečteme-li graficky dva úhly rovné α, dostaneme dvojnásobek úhlu α neboli úhel $2\,\alpha$. Podobně máme na př. trojnásobek úhlu α neboli úhel $3\,\alpha$, čtyrnásobek atd.

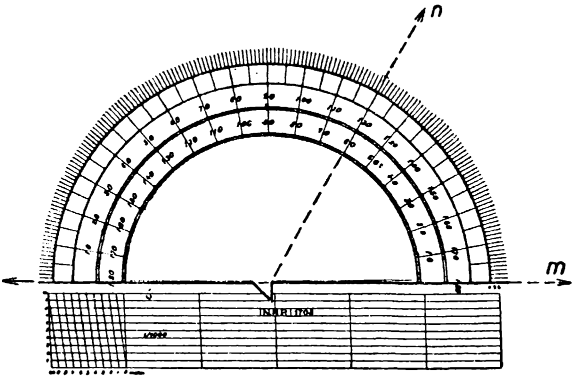
Součet dvou vedlejších úhlů se zřejmě rovná přímému úhlu neboli $2\,R$. Takové dva úhly, jejichž součet se rovná $2\,R$, jmenují se **výplňkové.** Tedy každé dva vedlejší úhly jsou výplňkové. Ale vedlejší úhly jsou výplňkové úhly ve zvláštní poloze. Jestliže o dvou úhlech víme pouze, že to jsou úhly výplňkové, nevíme nic o jejich poloze; proto dva výplňkové úhly nemusí být vedlejší.

Často se také vyskytují dva úhly, jejichž součet se rovná jednomu pravému úhlu. Takové dva úhly se jmenují **doplňkové.**

Změřit úhel znamená srovnat jeho velikost s úhlem určité velikosti, který zvolíme za **úhlovou jednotku.** Víme už, že za úhlovou jednotku lze zvolit pravý úhel R. Ale pro praxi je R příliš velká jednotka. Odedávna se užívá úhlové jednotky devadesátkrát menší než R, která se jmenuje **stupeň.** Značka pro stupeň je malá nula nahoře vpravo. Tedy

$90^0 = R$ (pravý úhel), $180^0 = 2\,R$ (přímý úhel), $360^0 = 4\,R$ (plný úhel), $270^0 = 3\,R$, $45^0 = \frac{1}{2}\,R$, $30^0 = \frac{1}{3}\,R$, $60^0 = \frac{2}{3}\,R$, $22\frac{1}{2}^0 = \frac{1}{4}\,R$ a pod. Dále máme:

$\alpha < 90^0$ pro ostrý úhel α,
$\alpha > 90^0$, $\alpha < 180^0$ pro tupý úhel α,
$\alpha < 180^0$ pro dutý úhel α,
$\alpha < 180^0$, $\alpha \neq 90^0$ pro kosý úhel α,
$\alpha > 180^0$, $\alpha < 360^0$ pro vypuklý úhel α.



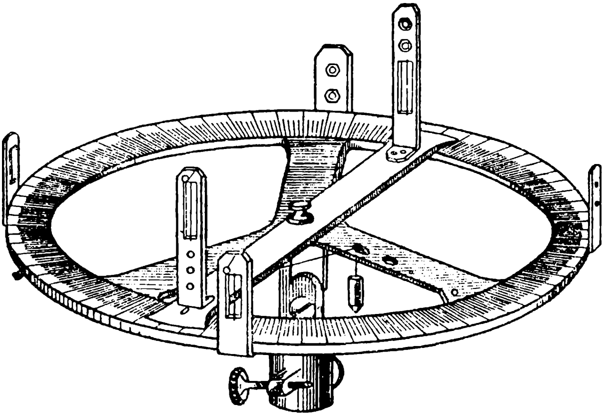
Obr. 153.

Dva výplňkové úhly dávají dohromady 180^0; na př. 70^0 a 110^0 jsou dva výplňkové úhly. Dva doplňkové úhly dávají dohromady 90^0; na př. 37^0 a 53^0 jsou dva doplňkové úhly.

Velikost úhlu měříme v sešitě **úhloměrem** (obr. 153). Na úhloměru čteme vždy dva údaje, které mají součet 180^0. Velikost dvou vedlejších úhlů můžeme vyčísti z úhloměru současně. Při měření úhlů úhloměrem musí býti narýsované části ramen dosti dlouhé a musí přesahovati úhloměr. Musíme dbáti toho, aby vrchol úhlu byl přesně ve středu úhloměru (obyčejně je tam výřez) a aby se jedno rameno úhlu přesně krylo s průměrem úhloměru. Úhloměru užíváme také k narýsování úhlu, jehož velikost (vyjádřená ve stupních) je předepsána. Máme-li však přenésti úhel již narýsovaný, neužíváme úhloměru, nýbrž postupujeme podle obr. 149; je to přesnější.

V přírodě měříme úhly různými přístroji, které jsou založeny na téže zásadě jako úhloměr. Jednoduchý úhloměrný přístroj je znázorněn v obr. 154.

Při jemných měřeních se užívá také menších úhlových jednotek, než je stupeň. Je to úhlová **minuta** a úhlová **vteřina (sekunda).** Značka pro minutu je čárka nahoře vpravo, pro vteřinu dvě čárky. Píšeme: $1^0 = 60'$, $1' = 60''$, t. j. stupeň má šedesát minut, minuta má šedesát vteřin. Měnitel úhlových měr je šedesát.



Obr. 154.

Máme-li na př. $37^0\,25'$ rozvésti na minuty, vypočteme

$$\begin{array}{l} 37 \,.\, 60 + 25 \\ \hline 2245 \end{array}$$

(oba výkony můžeme provésti najednou) a máme výsledek $37^0\,25' = 2\,245'$. Týž výpočet dá, že $37'\,25'' = 2\,245''$.

Máme-li $37^0\,25'\,49''$ rozvésti na vteřiny, najdeme nejprve jako výše, že $37^0\,25' = 2\,245'$, načež máme ještě $2\,245'\,49''$ rozvésti na vteřiny. To provedeme výpočtem

$$\begin{array}{l} 2\,245 \,.\, 60 + 49 \\ \hline 134\,749 \end{array}$$

a dostaneme výsledek $37^0\,25'\,49'' = 134\,749''$. Celý postup výpočtu se dá naznačiti takto:

$$(37 \,.\, 60 + 25) \,.\, 60 + 49 = 134\,749.$$

Přejdeme k obrácenému výpočtu. Že $37^0 25' = 2\,245'$, našli jsme násobením šedesáti. Abychom obráceně od tvaru $2\,245'$ přešli k rozvedenému tvaru $37^0 25'$, musíme provésti dělení šedesáti, tedy počítat:

$$\frac{2\,245 : 60}{37} \quad \text{(zb. 25)}$$

Totéž dělení dá, že $2\,245' = 37'25''$. Abychom od tvaru $134\,749''$ přešli ke tvaru $37^0 25' 49''$, musíme provésti dvoje dělení:

$$\frac{134\,749 : 60}{2\,245} \quad \text{(zb. 49)} \qquad \frac{2\,245 : 60}{37} \quad \text{(zb. 25)}$$

Protože měnitel úhlových jednotek není ani 10, ani 100, ani 1 000, je u úhlů převádění a rozvádění výkon, který se nedá tak okamžitě provésti jako u měr a vah v metrické soustavě. Proto na rozdíl od metrické soustavy provádíme u úhlů základní početní výkony přímo ve mnohojmenném tvaru.

Sčítání úhlů provádíme takto:

$$\begin{array}{rrr} 27^0 & 38' & 42'' \\ 32^0 & 53' & 27'' \\ 11^0 & 55' & 39'' \\ \hline 72^0 & 27' & 48'' \end{array}$$

Popis. Začneme od vteřin a najdeme, že $39 + 27 + 42 = 108$. Dostaneme $108''$, které zpaměti rozvedeme: $108'' = 1'48''$. Napíšeme $48''$ a $1'$ přidáme k minutám. Dále vypočteme: $1 + 55 + 53 + 38 = 147$, zpaměti rozvedeme: $147' = 2^0 27'$, napíšeme $27'$ a 2^0 přidáme k stupňům. Konečně vypočteme: $2 + 11 + 32 + 27 = 72$ a zapíšeme 72^0.

Podobně se provádí odčítání úhlů:

$$\begin{array}{rrr} 27^0 & 38' & 42'' \\ -11^0 & 55' & 39'' \\ \hline 15^0 & 43' & 3'' \end{array}$$

Popis. Začneme od vteřin, najdeme, že $42 - 39 = 3$, a zapíšeme $3''$. Přejdeme k minutám a vidíme, že 55 od 38 odečísti nelze. Proto k $38'$ přidáme $60'$; $38 + 60 = 98$, $98 - 55 = 43$, tedy zapíšeme $43'$. Protože jsme však k menšenci přidali $60'$ neboli 1^0, musíme, aby výsledek byl správný, o 1^0 více odečíst. Proto u stupňů vypočteme $27 - 12 = 15$ (nikoli $27 - 11$) a zapíšeme 15^0.

U sčítání provádíme zkoušku správnosti sečtením v obráceném pořádku. U odčítání provádíme zkoušku správnosti sečtením menšitele a rozdílu.

N á s o b e n í ú h l u m a l ý m č í s l e m se provádí takto:

$$\begin{array}{lll} 27^0 & 38' & 42'' \times 3 \\ \hline 82^0 & 56' & 6'' \end{array}$$

P o p i s : Začneme od vteřin a najdeme, že $42 . 3 = 126$. Rozvedeme zpaměti: $126'' = 2' 6''$, zapíšeme $6''$ a $2'$ přidáme k minutám. Dále vypočteme $38 . 3 + 2 = 116$, rozvedeme zpaměti: $116' = 1^0\, 56'$, zapíšeme $56'$ a 1^0 přidáme ke stupňům. Konečně vypočteme $27 . 3 + 1 = 82$ a zapíšeme 82^0.

D ě l e n í ú h l u m a l ý m č í s l e m se provádí takto:

$$\begin{array}{lll} 29^0 & 31' & 42'' : 3 \\ \hline 9^0 & 50' & 34'' \end{array}$$

P o p i s. Dělení čísel začínáme od nejvyšších míst dělence, a proto začneme od stupňů. Dělení $29 : 3$ dá podíl 9 a zbytek 2. Zapíšeme podíl 9^0 a zbytek $2^0 = 120'$ přidáme k minutám. Dělení $(120 + 31) : 3$ neboli $151 : 3$ dá podíl 50 a zbytek 1 Zapíšeme podíl $50'$ a zbytek $1' = 60''$ přidáme ke vteřinám. Dělení $(60 + 42) : 3$ neboli $102 : 3$ dá podíl 34 beze zbytku; zapíšeme $34''$.

Zkoušku správnosti násobení provádíme dělením, zkoušku správnosti dělení provádíme násobením.

Násobení a dělení úhlu většími čísly se v praxi téměř nevyskytuje a nebudeme je cvičit.

V tomto článku jste se seznámili s těmito geometrickými názvy: vnitřní úhly trojúhelníka neboli úhly trojúhelníka — přenášení úhlů — grafické sčítání a odčítání úhlů — grafické násobení úhlu číslem — úhly výplňkové — úhly doplňkové — úhlové jednotky: stupeň, minuta, vteřina (sekunda), 1^0, $1'$, $1''$ — měnitel úhlových jednotek.

Cvičení.

254. Sestrojte dva trojúhelníky se stranami 43 mm, 36 mm, 53 mm. Přesvědčte se graficky, že úhly prvního trojúhelníka jsou rovny úhlům trojúhelníka druhého.

255. Sestrojte rovnostranný trojúhelník o straně 5 cm a přesvědčte se graficky, že všeckny jeho úhly jsou si rovny.

256. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou $\overline{BC} = 42$ mm a rameny 63 mm. Přesvědčte se graficky, že úhly při vrcholech B a C jsou si rovny.

257. Sestrojte trojúhelník DEF se stranami $\overline{DE} = 37$ mm, $\overline{DF} = 4$ cm, $\overline{EF} = 43$ mm. Přesvědčte se graficky, že úhel při vrcholu E je menší než úhel při vrcholu D, ale větší než úhel při vrcholu F.

258. Zvolte si tři ostré úhly a určete graficky jejich součet.

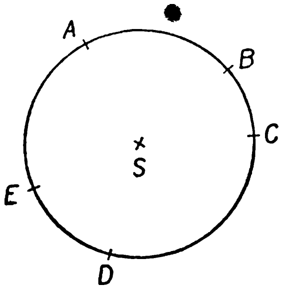
259. Zvolte si tupý úhel α a ostrý úhel β a určete graficky jejich rozdíl.

260. Sestrojte graficky dvojnásobek, trojnásobek a čtyrnásobek zvoleného úhlu.

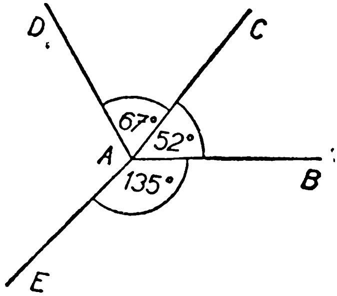
261. Zvolte si body K, L, M tak, aby bylo $LK \perp LM$, $\overline{LK} = 5$ cm, $\overline{LM} = 2$ cm. Kolikrát musíte zvětšit $\sphericalangle LKM$, abyste dostali úhel tupý? Kolikrát, abyste dostali úhel vypuklý? Kolikrát nemůžete zvětšit $\sphericalangle LKM$, nemá-li vyjít úhel větší než $4\,R$?

262. Sestrojte trojúhelník BCD shodný se stejně označeným trojúhelníkem v obr. 24 (str. 24). Označte β, γ a δ úhly při vrcholech B, C a D. Sestrojte graficky tyto tři úhly: $\delta - 2\,\gamma$, $\delta - 3\,\beta$, $2\,\beta + 3\,\gamma$.

263. Na kružnici se středem S a s poloměrem 5 cm si zvolte 5 bodů jako v obr. 155. Srovnejte graficky úhly $\sphericalangle ACE$, $\sphericalangle ADE$, $\sphericalangle ABE$. Sestrojte graficky dvojnásobek úhlu $\sphericalangle ACE$ a srovnejte jej graficky s úhlem $\sphericalangle ASE$.



Obr. 155.



Obr. 156.

264. Vyjádřete ve stupních: $\frac{2}{5}\,R$, $\frac{3}{4}\,R$, $1\frac{1}{3}\,R$, $2\frac{3}{5}\,R$, $3\frac{1}{4}\,R$.

265. Vyjádřete pomocí pravého úhlu: 60^0, 15^0, 210^0, $22\frac{1}{2}^0$, 135^0, 270^0, 315^0.

266. Jmenujte úhly výplňkové k úhlům: 97^0, 36^0, 130^0, 48^0, 148^0, 100^0, 1^0.

267. Jmenujte úhly doplňkové k úhlům: 54^0, 39^0, 80^0, 27^0, 36^0. Můžete jmenovat doplňkové úhly ke všem úhlům ze cvičení **266**?

268. S pomocí úhloměru sestrojte v rozmanitých polohách úhly: 55^0, 38^0, 142^0, 200^0, 300^0, 100^0, 72^0, 85^0, 330^0, 254^0.

269. V obr. 24 (str. 24) změřte: $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle CDB$ a vypuklý úhel s rameny BA, BD. Zapište každý svůj výsledek a potom srovnávejte výsledky celé třídy.

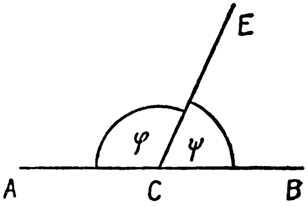
270. Vypočtěte, čemu se rovná $\sphericalangle DAE$ v obr. 156.

271. Narýsujte od ruky obrazec, třeba nepřesný, ve kterém vychází z bodu S šest polopřímek, a to SA, SB, SC, SD, SE, SF, za sebou tak, aby $\sphericalangle ASB = 43^0$, $\sphericalangle BSC = 67^0$, $\sphericalangle CSD = 70^0$, $\sphericalangle DSE = 59^0$, $\sphericalangle ESF = 51^0$. Zapište velikosti úhlů do svého obrazce. Rozhodněte nejdříve výpočtem, zdali by při přesném rýsování čára ASD byla přímá, potom zdali by čára BSE byla přímá, konečně zdali by čára CSF byla přímá.

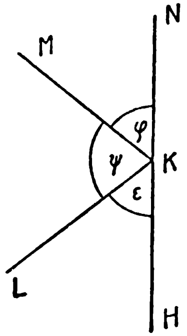
Cvičení **272** až **277** řešte napřed výpočtem a potom narýsujte podle úhloměru přesný obrazec.

Cvičení **272** až **274** se vztahují k obr. 157. Čára ACB je přímá.

272. Jestliže $\psi = 72^0$, čemu se rovná φ?



Obr. 157.



Obr. 158.

273. Jestliže $\varphi = 134^0$, čemu se rovná ψ?

274. Jestliže $\varphi = 2\,\psi$, čemu se rovná ψ?

Cvičení **275** až **277** se vztahují k obr. 158. Čára HKN je přímá.

275. Jestliže $\varphi = 52^0$, $\psi = 62^0$, čemu se rovná ε?

276. Jestliže $\varphi = \psi = 57^0$, čemu se rovná ε?

277. Jestliže $\psi = \varepsilon = 2\,\varphi$, čemu se rovná ε?

278. Převeďte na minuty: a) $18^0\ 29'$; b) $62^0\ 47'$; c) $29^0\ 36'$.

279. Převeďte na vteřiny: a) $57'\ 32''$; b) $17'\ 18''$; c) $44'\ 48''$; d) $52^0\ 38'\ 42''$; e) $36^0\ 18'\ 50''$; f) $43^0\ 42'\ 41''$.

280. Rozveďte: a) $1\,357'$; b) $2\,222'$; c) $987''$; d) $3\,333''$; e) $123\,456''$; f) $234\,567''$.

281. Sečtěte: a) $32^0\ 55' + 27^0\ 43'$; b) $18^0\ 46' + 23^0\ 49'$; c) $35'\ 57'' + 25'\ 49''$.

282. Sečtěte: a) $53^0\ 35'\ 53'' + 64^0\ 46'\ 34''$; b) $87^0\ 27'\ 59'' + 37^0\ 37'\ 37''$; c) $44^0\ 44'\ 44'' + 65^0\ 43'\ 21'' + 39^0\ 39'\ 20''$; d) $35^0\ 49'\ 52'' + 53^0\ 52'\ 49'' + 60^0\ 55'\ 55'' + 15^0\ 48'\ 42''$.

283. Odečtěte: a) $39^0\ 21' - 21^0\ 39'$; b) $57^0\ 11' - 11^0\ 57'$; c) $100^0\ 1' - 27^0\ 34'$; d) $100^0\ 3' - 37^0\ 5'\ 29''$; e) $98^0\ 42' - 37^0\ 42'\ 50''$; f) $111^0\ 11'\ 11'' - 12^0\ 34'\ 56''$.

284. Najděte výplňkové úhly k úhlům: a) $53^0\ 53^0\ 42''$; b) $123^0\ 23'\ 27''$; c) $95^0\ 59'\ 32''$.

285. Najděte doplňkové úhly k úhlům: a) $37^0\ 27'\ 37''$; b) $26^0\ 35'\ 44''$; c) $33^0\ 45'\ 54''$.

286. Najděte dvojnásobek úhlu: a) $35^0\ 42'\ 37''$; b) $29^0\ 38'\ 56''$; c) $38^0\ 56'\ 29''$; d) $86^0\ 32'\ 26''$.

287. Vypočtěte: a) $35^0\ 42'\ 37'' \cdot 5$; b) $29^0\ 38'\ 56'' \cdot 7$; c) $38^0\ 56'\ 29'' \cdot 3$.

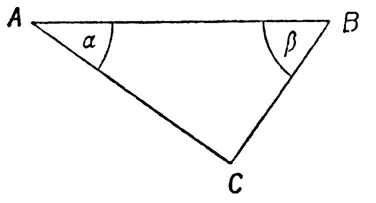
288. Odhadněte zpaměti, jakým nejmenším číslem musíte znásobit $12^0\ 39'\ 45''$, abyste dostali úhel tupý, a potom ten tupý úhel vypočtěte.

289. Najděte polovinu úhlu: a) $32^0\ 57''\ 38''$; b) $11^0\ 39'\ 40''$; c) $37^0\ 57'$; d) $125^0, 43'\ 12''$

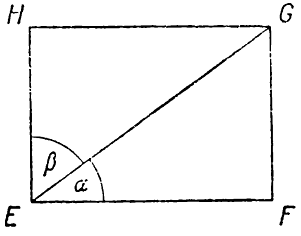
290. Vypočtěte: a) $87^0\ 35' : 5$; b) $35^0\ 43' : 6$; c) $53^0\ 32'\ 4'' : 7$.

3. Úhly v trojúhelníku. Pravidelný šestiúhelník.

Narýsujte na volném listu papíru pravoúhlý trojúhelník ABC (s pravým úhlem při vrcholu C) třeba tak, aby jeho odvěsna $\overline{AC} = 47$ mm, $\overline{BC} = 34$ mm, a vyznačte si písmenem α úhel při vrcholu A, písmenem β úhel při vrcholu B (obr. 159).



Obr. 159.



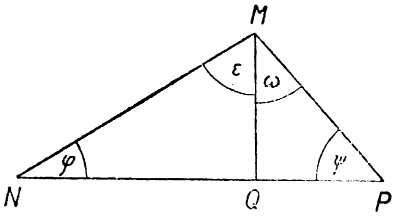
Obr. 160.

Dále si narýsujte do sešitu obdélník $EFGH$ s rozměry $\overline{EF} = 47$ mm, $\overline{EH} = 34$ mm a rozdělte jej úhlopříčkou EG na dva trojúhelníky (obr. 160). Vystřihněte si trojúhelník ABC. Protože velikosti odvěsen se rovnají rozměrům obdélníka a protože tyto odvěsny svírají pravý úhel, můžete vystřižený trojúhelník položit na obdélník $EFGH$ tak, aby se kryl s trojúhelníkem EGF; při tom se bude vrchol A trojúhelníka ABC krýt s vrcholem E trojúhelníka EGF, a z toho soudíme, že v trojúhelníku EGF je $\sphericalangle FEG = \alpha$, jak je vyznačeno v obr. 160. Za druhé však můžeme vystřižený trojúhelník položit na obdélník *EFGH* tak, aby se kryl s trojúhelníkem *GEH*; při tom se bude vrchol *B* trojúhelníka *ABC* krýt s vrcholem *E* trojúhelníka *GEH*, a z toho soudíme, že v trojúhelníku *GEH* je $\sphericalangle\ GEH = \beta$, jak je rovněž vyznačeno v obr. 160. Vidíme, že úhly α, β trojúhelníka *ABC* můžeme beze změny jejich velikosti přenésti tak, aby z nich vznikly dva styčné úhly při vrcholu *E*, které dohromady dávají úhel pravý. Došli jsme k důležitému výsledku, že

$$\alpha + \beta = R.$$

Tedy pravoúhlý trojúhelník má dva ostré úhly, jejichž součet je *R* neboli 90^0; jsou to doplňkové úhly.

Narýsujte si nyní zcela libovolný trojúhelník a jeho vrcholy označte *M*, *N*, *P* tak, aby *NP* byla nejdelší strana. Z vrcholu *M* spusťte kolmici na přímku *NP* a její patu označte *Q* (v obr. 161). Vidíte, že úsečka *MQ* rozdělí trojúhelník *MNP* na dva pravoúhlé trojúhelníky *MNQ* a *MPQ*. Označte jako v obr. 161 φ, ε oba ostré úhly trojúhelníka *MNQ*, ψ, ω oba úhly trojúhelníka *MPQ*. Pozorujete, že trojúhelník *MNP* má při vrcholu *N* úhel φ, při vrcholu *P* úhel ψ a úhel při vrcholu *M* je roven $\varepsilon + \omega$. Proto součet všech tří úhlů trojúhelníka *MNP* je roven součtu čtyř úhlů φ, ε, ψ, ω. Vidíme však již, že $\varphi + \varepsilon = R$, $\psi + \omega = R$; proto je $\varphi + \varepsilon + \psi + \omega = 2R$, a máme důležitý výsledek: Součet všech tří úhlů každého trojúhelníka je $2R$ neboli 180^0.



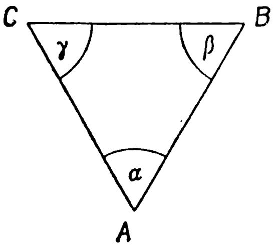
Obr. 161.

Viděli jsme, že jakmile jeden úhel trojúhelníka je pravý, jsou oba ostatní úhly ostré. Totéž platí, jakmile jeden úhel trojúhelníka je tupý, neboť velikost toho úhlu je větší než 90^0, takže velikost obou ostatních úhlů dohromady činí méně než 90^0. Proto jsou tři druhy trojúhelníků:

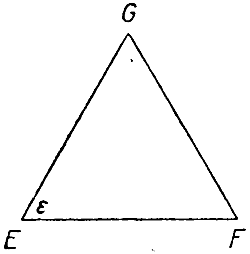
ostroúhlý trojúhelník má všecky tři úhly ostré,
pravoúhlý trojúhelník má jeden úhel pravý a dva ostré.
tupoúhlý trojúhelník má jeden úhel tupý a dva ostré.

Pro ostroúhlé a tupoúhlé trojúhelníky máme společný název **kosoúhlý trojúhelník.** Tedy kosoúhlý trojúhelník je každý trojúhelník, který není pravoúhlý.

Narýsujte si na volný list papíru rovnostranný trojúhelník ABC a jeho úhly označte α, β, γ (obr. 162). Dále si narýsujte do sešitu rovnostranný trojúhelník EFG se stranami rovnými stranám trojúhelníka ABC a označte si ε jeho úhel při vrcholu E. Oba trojúhelníky ABC a EFG jsou shodné. Můžete vystřihnouti trojúhelník ABC a položiti jej na trojúhelník EFG tak, *aby kterýkoli vrchol* trojúhelníka ABC se kryl s vrcholem E trojúhelníka EFG. Při tom se bude kterýkoli ze tří úhlů α, β, γ, krýt s úhlem ε. Z toho soudíme,



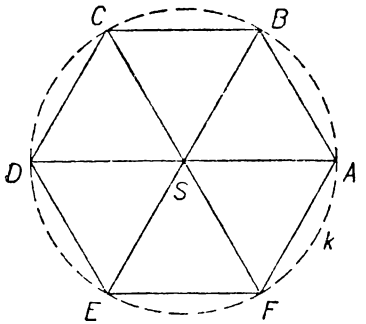
Obr. 162.



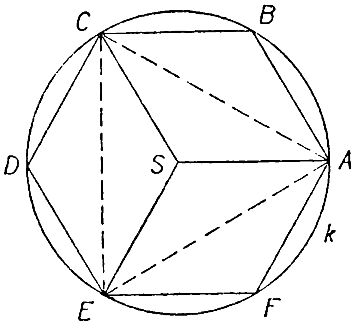
Obr. 163.

že všecky tři úhly, α, β, γ, jsou si rovny. Protože součet všech tří úhlů α, β, γ je roven 180^0, je každý z nich roven 60^0. *Proto každý úhel rovnostranného trojúhelníka je roven* 60^0.

Šestinásobek úhlu 60^0 je úhel 360^0, což je úhel plný. Proto můžeme šest rovnostranných trojúhelníků se stranami vesměs sobě rovnými umístiti tak, že mají společný vrchol S a že jejich úhly při vrcholu S dohromady tvoří úhel plný. V obr. 164 máme takových rovnostranných trojúhelníků šest: SAB, SBC, SCD, SDE, SEF, SFA. Označme r velikost každé strany každého z těchto trojúhelníků. Vznikne nám šestiúhelník $ABCDEF$, jehož každá strana má touž velikost r. Mimo to vzdálenost každého vrcholu A, B, C, D, E, F šestiúhelníka $ABCDEF$ od bodu S je také rovna r, proto všecky tyto vrcholy leží na kružnici k opsané kolem bodu S s poloměrem r. Takový šestiúhelník $ABCDEF$ se jmenuje **pravidelný šestiúhelník** a kružnice k se jmenuje **kružnice opsaná** pravidelnému šestiúhelníku; bod S se jmenuje **střed** pravidelného šestiúhelníka. Také říkáme, že $ABCDEF$ je **pravidelný šestiúhelník vepsaný** do kružnice k. Všimněme si na př. vrcholů A, D našeho pravidelného šestiúhelníka; jsou to jeho dva protější vrcholy. Vidíme, že polopřímky SA, SD určují úhel, který je trojnásobek úhlu 60^0, je to tedy úhel 180^0 neboli úhel přímý. Proto body A, S, D leží na přímce, a máme výsledek: Každé dva protější vrcholy pravidelného šestiúhelníka jsou dva krajní body průměru opsané kružnice. Z předcházejícího je patrné, že všecky strany pravidelného šestiúhelníka jsou si rovny a že jsou rovny poloměru



Obr. 164.



Obr. 165.

opsané kružnice. Také všecky úhly pravidelného šestiúhelníka jsou si rovny. Neboť všimněme si na př. úhlu $\sphericalangle ABC$. Tento úhel je součet úhlů $\sphericalangle ABS$, $\sphericalangle CBS$, z nichž každý je roven 60^0. Tedy každý úhel pravidelného šestiúhelníka je roven 120^0.

Abychom narýsovali pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$, jehož strany se rovnají dané úsečce r, zvolíme si libovolně bod S a kolem něho opíšeme kružnici k s poloměrem r. Na této kružnici budou ležet všecky vrcholy pravidelného šestiúhelníka. Jeden vrchol A si zvolíme na kružnici k libovolně a postupně určíme na kružnici k další vrcholy B, C, D, E, F tím, že musí býti $\overline{AB} = r$, $\overline{BC} = r$, $\overline{CD} = r$, $\overline{DE} = r$, $\overline{EF} = r$. Také musí vyjít $\overline{FA} = r$, což dá kontrolu přesnosti rýsování.

Narýsujte si do sešitu pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ a vyznačte si opsanou kružnici k a její střed S (v obr. 165). Všimněte si trojúhelníka ASC. Při vrcholu S má tento trojúhelník úhel 120^0 $(60 + 60 = 120)$ a jeho strany SA, SC jsou obě rovny r. Totéž platí o trojúhelníku CSE i o trojúhelníku ESA. Položme na sešit průsvitný papír a vyznačme si na něm body S, A, C, které určují na průsvitném papíře trojúhelník ASC. Tento trojúhelník z průsvitného papíru můžeme položit na sešit jednak tak, aby se kryl s trojúhelníkem CSE, jednak tak, aby se kryl s trojúhelníkem ESA. Proto jsou trojúhelníky ASC, CSE, ESA shodné, a z toho soudíme, že $\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EA}$, t. j. že trojúhelník ACE je rovnostranný. Proto rovnostranný trojúhelník, vepsaný do dané kružnice k, můžeme sestrojit tak, že nejprve vepíšeme do kružnice k pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$; potom ACE je rovnostranný trojúhelník, vepsaný do kružnice k. Rovněž BDF je rovnostranný trojúhelník, vepsaný do kružnice k.

Geometrické názvy, s kterými jste se v tomto článku seznámili: ostroúhlý trojúhelník — tupoúhlý trojúhelník — kosoúhlý trojúhelník — pravidelný šestiúhelník — kružnice jemu opsaná — střed pravidelného šestiúhelníka — pravidelný šestiúhelník vepsaný do kružnice.

Cvičení.

291. Jeden ostrý úhel pravoúhlého trojúhelníka je: a) 54^0; b) $39^0\ 20'$; c) $27^0\ 27'\ 27''$. Určete velikost druhého ostrého úhlu.

292. Dva úhly trojúhelníka jsou: a) 52^0, 68^0; b) 112^0, 36^0; c) 8^0, 3^0; d) 90^0, 47^0. Určete velikost třetího úhlu trojúhelníka.

293. Řekněte, může-li mít trojúhelník tyto úhly: a) 45^0, 65^0, 80^0; b) 43^0, 64^0, 73^0; c) 95^0, 95^0, x^0.

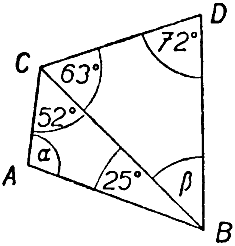
294. Úhly trojúhelníka jsou: a) α, $2\ \alpha$, $3\ \alpha$; b) $3\ \alpha$, $4\ \alpha$, $5\ \alpha$. Čemu se rovná α?

295. Úhly trojúhelníka jsou φ, $\varphi + 35^0$, $\varphi + 25^0$. Čemu se rovná φ?

296. V trojúhelníku ABC je úhel α větší než $\beta + \gamma$. (Úhly při vrcholech A, B, C jsou α, β, γ.) Může trojúhelník být ostroúhlý?

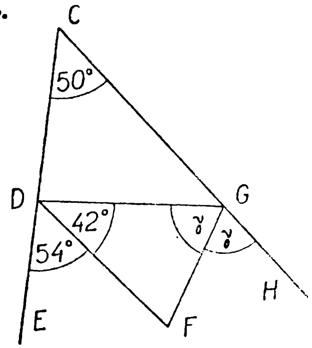
297. Určete třetí úhel trojúhelníka, víte-li, že dva úhly jsou:
a) $59^0\ 48'\ 24''$, $38^0\ 37'\ 42''$; b) $43^0\ 37'\ 46''$, $65^0\ 56'\ 56''$.
Ve cvičeních **298** až **301** máte vypočísti, jak velké jsou úhly označené řeckými písmeny. Rýsujte sami obrazec od ruky. (Nemusí býti přesný, ale musí být úpravný.)

298.



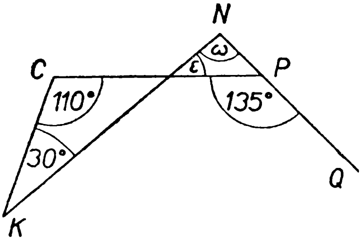
Obr. 166.

299.



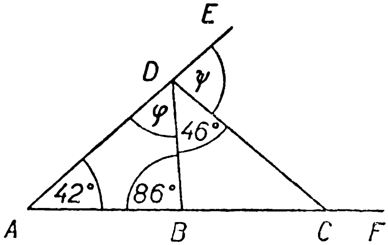
Obr. 167.

300.



Obr. 168.

301.



Obr. 169.

302. Zvolte si úsečku $\overline{AB}$ = 42 mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník *ABCDEF.*

303. Zvolte si úsečku $\overline{AD}$ = 74 mm a sestrojte pravidelný šestiúhelník *ABCDEF.*

304. Do kružnice s poloměrem 5 cm vpište rovnostranný trojúhelník *ACE.* Každý žák změří pečlivě velikost strany. Potom se porovnají výsledky celé třídy.

IV. ÚLOHY A OPAKOVÁNÍ.

A. Geometrické výrazy.

305. Jak se jmenuje přímá čára v obou směrech omezená, v jediném směru omezená, v obou směrech neomezená? Je-li taková čára označena *AB*, smíme ji také označit *BA*?

306. Jmenujte dva vrcholové úhly v obr. 170.

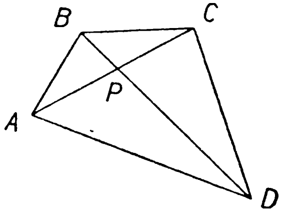
307. Jak se jmenují takové dvě kružnice, jaké vidíte na obr. 171?

308. Co to znamená, když je u některého obrazce v učebnici poznámka „jednotka 1 cm“?

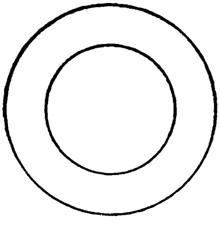
309. Které cizí slovo znamená „sestrojení“?

310. Čtěte: $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, $AD < BC$, $\overline{BC} > AD$.

311. Trojúhelníky jsme rozdělili na dva druhy, a to nejprve podle ..., potom podle ... Vyložte podrobně!



Obr. 170.



Obr. 171.

312. V jakém smyslu se užívá v geometrii slova „pata“?

313. Jak se jmenují strany pravoúhlého trojúhelníka?

314. V kterých jednotkách měříme úhly?

315. Jak se nazývá součin dvou sobě rovných čísel? Jak součin tří sobě rovných čísel?

316. Co jsou to vedlejší úhly? (Obrázek a výklad.)

317. Jak se jmenují dva obrazce, které můžeme položit jeden na druhý tak, aby se navzájem kryly?

318. Co jsou to vrcholové úhly? (Obrázek a výklad.)

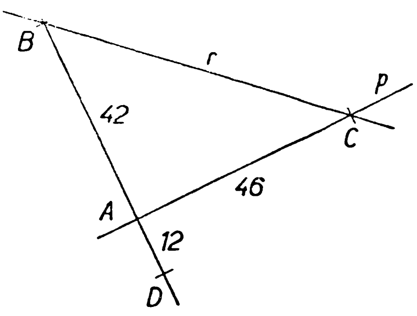
B. Vyjadřování a čtení.

319. Vyložte zřetelně slovy, jak se zkusmo půlí úsečka! Můžete si pomáhat obrazcem od ruky, ale vyjadřujte se tak, aby nebylo třeba ukazovat na obrazec!

320. Vyložte jasnými a přesnými slovy, jak se sestrojuje čtverec, jehož jedna strana je dána!

321. Vyložte, jak byste si počínali, kdybyste měli narýsovat trojúhelník PQR shodný s narýsovaným trojúhelníkem DEF, při čemž poloha bodu P by byla předepsána!

322. Dávejte slovy návod, podle kterého by vaši spolužáci mohli rýsovat obrazec naznačený v obr. 172



Obr. 172.

(jednotka 1 cm). Přitom $q \perp p$. Návod dávejte tak, aby rýsovali napřed přímku p, potom bod A, pak přímku q, dále bod B, bod C, bod D a na konec přímku r.

323. Opakujte cvičení 322, ale začněte přímkou q a za ní ať následuje za sebou bod D, bod B, bod A, přímka p, bod C a přímka r.

324. Dávejte slovy návod, podle kterého by spolužáci mohli rýsovat obr. 37 na str. 32. (Jednotka 1 cm.)

325. Opakujte úlohu z obr. 38 na str. 32. (Jednotka 1 cm.)

326. (Čtěte pomalu a postupně rýsujte.) Zvolte si přímku p a na ní dva body A, B tak, že $\overline{AB} = 5$ cm. Bodem A veďte přímku CAD a naneste $\overline{CA} = \overline{AD} = 1$ cm. Bodem B veďte přímku BE a bod E určete tak, aby bylo $\overline{BE} = 2$ cm a aby úsečka DE neprotala přímku p. Sestrojte kružnici nad průměrem DE.

327. Kolem zvoleného bodu S opište dvě kružnice s poloměry 3 cm (kružnice h) a 5 cm (kružnice k). Zvolte si na kružnici k bod A a veďte jím průměr, který protne kružnici h v bodech B a C ($\overline{AB} > \overline{AC}$). Najděte na kružnici k body D a E tak, aby bylo $\overline{BD} = \overline{EB} = 5$ cm. Spusťte z bodu E kolmici na přímku BD a označte její patu P. Vztyčte v bodě D kolmici K k přímce AD.

C. Přesné rýsování.

328. Propíchněte volný list papíru ve dvou bodech A a B ($\overline{AB} = 4$ cm). Na obou stranách papíru sestrojte čtverec $ABCD$. Změřte úhlopříčky a střední příčky obou čtverců. Přesvědčte se proti světlu, že jste na obou stranách rýsovali úplně stejně.

329. Zvolte body A, B, C tak, aby bylo $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3$ cm, $AB \perp AC$. Sestrojte čtverec $BCDE$ tak, aby nezasahoval dovnitř trojúhelníka ABC. Určete patu H kolmice spuštěné z bodu E na přímku AC. Určete patu K kolmice spuštěné z bodu B na přímku EH. Přesvědčte se, že čtyrúhelník $ABKH$ je čtverec.

330. Narýsujte kružnici k se středem S a uvnitř si zvolte bod A. Na kružnici k si zvolte body B, C tak, aby úhel BAC byl ostrý. Veďte tětivy BD a CE kružnice k tak, aby obě procházely bodem A. Přesvědčte se graficky, že součet úhlů $\sphericalangle BSC$ a $\sphericalangle DSE$ je roven dvojnásobku úhlu $\sphericalangle BAC$.

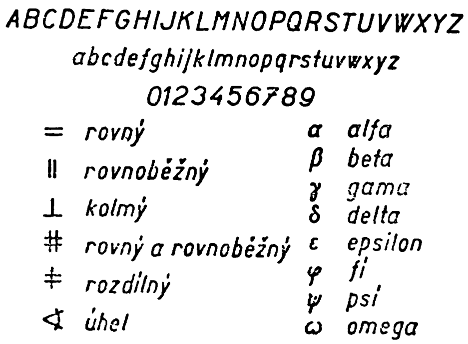
331. Sestrojte si kružnici k a do ní vpište rovnostranný trojúhelník ABC. Na kružnici k si zvolte dva body D, E tak, aby $\overline{AD} = \overline{BE}$ a aby na kružnici k šly za sebou po pořádku body A, D, B, E a C. Přesvědčte se graficky, že součet úseček AD a AB se rovná úsečce AE.

D. Geometrické poznatky.

332. Známe-li průměr kružnice, jak vypočteme poloměr? Jak vypočteme průměr, známe-li poloměr?

333. Je možné zvolit velikosti stran trojúhelníka libovolně? Jaká jsou omezení?
334. Jestliže přímka *p* neprochází bodem *A*, který bod přímky *p* je nejblíže k bodu *A*?
335. Která strana pravoúhlého trojúhelníka je nejdelší?
336. Jakou vzájemnou polohu mají dvě přímky, které jsou obě kolmé k téže přímce *p*?
337. Co je vám známo o stranách obdélníka (o jejich velikosti a o jejich vzájemné poloze)?
338. Co je vám známo o úhlopříčkách obdélníka?
339. Kolik musí míti kvádr hran téže velikosti s danou hranou? Může takových hran být více?
340. Co je vám známo o středních příčkách obdélníka?
341. Co je vám známo o středních příčkách čtverce?
342. Co je vám známo o úhlopříčkách čtverce?
343. Jak se počítá obsah obdélníka? Jak obsah čtverce?
344. Dá se vypočítat obsah čtverce, známe-li velikost úhlopříčky?
345. Jak se počítá objem kvádru?
346. Jak se počítá povrch kvádru?
347. Jak se počítá povrch otevřené krabice (bez víka)?
348. Narýsujte si dvě různoběžky. Vzniknou vám čtyři úhly. Co víte o jejich velikosti?
349. Víte něco o velikosti ostrých úhlů pravoúhlého trojúhelníka?
350. Co víte o velikosti úhlů trojúhelníka?
351. Čemu se rovnají úhly rovnostranného trojúhelníka?
352. Čemu se rovnají úhly pravidelného šestiúhelníka?

Vzor normalisovaného písma.



Obr. 173.

V. VÝSLEDKY.

I. PŘÍMKY, ÚSEČKY, KRUŽNICE.

4. *AB, BF, FG*; *AE, EF, FG*; *AE, EH, HG*; *AD, DC, CG*; *AD, DH, HG*. **5.** *B, D, E*. **6.** *AB, BC, CG, GF*; *AD, DC, CB, BF*; *AD, DC, CG, GF*; *AD, DH, HG, GF*; *AD, DH, HE, EF*; *AE, EH, HG, GF*. **7.** *AD, DC, CG, GF, FB*; *AD, DH, HG, GF, FB*; *AD, DH, HE, EF, FB*; *AD, DH, HG, GC, CB*; *AE, EH, HG, GF, FB*; *AE, EH, HG, GC, CB*; *AE, EF, FG, GC, CB*; *AE, EH, HD, DC, CB*. **8.** Bod *U* leží v prodloužení za bod *S* (1); na úsečce *ST* (2); v prodloužení za bod *T*.

10. V případě (1) a (2).

16. Průsečík *N* leží na přímce *RTS*.

39. 3, *PT, RU, SV*. 40. *PS, SU, UP, RT, TV, VR*.

47. $\overline{AB} = \overline{EF} = 13$ mm; $\overline{BC} = \overline{DE} = 1$ cm; $\overline{CS} = \overline{SD} = 3$ cm. **48.** $\overline{RU} =$ $= \overline{TV} = 69$ mm.

55. Středy kružnic leží na kružnici o středu *P* a poloměru 3 cm. **59.** Protínají se v jednom bodě.

63. $\overline{AB} = 46$ mm, 106 mm. **64.** $\overline{HK} = 50$ mm. **70.** Trojúhelník lze sestrojit v případě a), b).

71. Délka třetí strany trojúhelníka musí být v příkladě a) větší než 51 mm a menší než 143 mm, v příkladě b) menší než 10,428 m a větší než 1,688 m. Délka obvodu v příkladě a) je menší než 286 mm a větší než 194 mm, v příkladě b) je menší než 20,856 m a větší než 12,116 m. **72.** Trojúhelník je možný v případě d). **73.** 13 mm $< \overline{HL} <$ 113 mm, 10 mm $< \overline{KM} <$ 110 mm. **76.** 52 mm. **77.** Jsou dvě takové kružnice. Středy jejich jsou vrcholy rovnoramenných trojúhelníků o společné základně *MN*. **79.** Jsou dva takové trojúhelníky. **80.** Jsou čtyři takové trojúhelníky o společném rameni $\overline{AB} = 42$ mm. **84.** Nejblíže stromu jsme tehdy, přetínáme-li kolmici vedenou stromem na směr silnice. **90.** Strana *c* pravého úhlu pravoúhlého trojúhelníka *ABC* je potom kolmice spuštěná na př. z vrcholu *A* na odvěsnu *BC*. Délka kolmice, t. j. odvěsny *AC* je vždy kratší než přepona *AB*.

101. 38 mm; 6 cm; 76 mm. **106.** Body *A, B, C, D, E, F* jsou od *S* vzdáleny 35 mm.

II. OBDÉLNÍK A KVÁDR.

119. Čtyrúhelník *EGFH* je obdélník. **120.** Vznikne čtverec *EGFH*.

122. $\overline{KL} = 25$ mm. **125.** Čtverec s úhlopříčkou 8 cm je větší. **127.** Úhlopříčky čtyrúhelníka se nepůlí navzájem. **128.** Úhlopříčky nebudou stejně dlouhé.

134. a) 500 m^2; b) 2 700 m^2; c) 35 000 m^2; d) 140 000 m^2. **135.** a) 140 000 cm^2; b) 5 600 000 cm^2; c) 100 000 000. **136.** a) 56 a; b) 300 a; c) 7500 a. **137.** a) 85 ha; b) 7 000 ha. **138.** a) 87 m^2; b) 1 000 m^2; c) 100 m^2. **139.** a) 7 050 300 cm^2; b) 0,070 503 ha. **140.** a) 150 305 a; b) 15 030 500 m^2; c) 1 503,05 ha.

141. a) 5 m^2 79 dm^2 60 cm^2; b) 3 ha 8 a 90 m^2; c) 30 ha 89 a 90 m^2; d) 15 km^2 37 ha 50 a. **142.** a) 9 ha 45 a; b) 112 a 42 m^2. **143.** a) 99 a; b) 99 m^2. **147.** 420 a. **148.** 48 dm^2. **149.** 27,28 m^2. **150.** 36 dm^2.

151. a) 6,25 cm^2; b) 1 849 cm^2. **152.** 155,40 cm^2. **154.** 6 136 osob. **155.** 158,04 m^2. **156.** 160 m. **157.** 10 m. **158.** 47,61 cm^2; 42,32 cm^2, 28,09 cm^2; 32 cm^2; **160.** 14 400 m^2.

161. 840 m^2. **162.** 750 a; 15 a. **163.** 430 cm^2. **164.** 25 dm^2; 56,25 ha. **165.** 234 cm^2. **166.** 30 cm^2. **167.** 58 cm^2. **168.** 78 cm^2. **169.** 220 cm^2. **170.** 41 cm^2.

171. 104 cm^2.

202. *LM, MR, RT, TL*; *UV, VA, AX, XU*. **203.** *AEDF, GKLV, AEKC, EDLK, DFVL, FACV*.

212. *PR, ST, UV, XY*; *RS, PT, PU, RV*; *UY, VX, SX, TY*. **213.** *RV, SX, TY, PU*; *RP, VU, RS, VX*; *ST, XY, PT, UY*. **214.** *T, S*. **215.** *PR, VX, TY*; *RS, UV, TY*; *RS, XY, PU*; *ST, UY, RV*; *ST, VX, PU*; *PT, UV, SX*; *PT, XY, RV*. **216.** Na př. *RSTYUVR*. **217.** 700 cm^3; 15 300 cm^3. **218.** 25 hl. **219.** 5 082 cm^3. **220.** a) 48 l 5 dl; b) 12 dm^3 610 cm^3.

221. a) 95 l; b) 963 cm^3; c) 1 l 7 dl. **223.** a) V = 250 cm^3, a) S = 250 cm^2; b) V = 153,6 dm^3, S = 18 560 cm^2. **224.** Povrch se zvětší 4krát, objem 8krát. **225.** a) 34,48 dm^2, 11,2 dm^3; b) 247 936 cm^2, 7 135 744 cm^3. **226.** 232 dm^2. **227.** 75,264 dm^3. **228.** 72,128 dm^3. **229.** 108,64 dm^3. **230.** 20,736 dm^3; 23,872 dm^3.

231. 79 cm^3. **232.** 136 cm^3. **233.** 4,8 m^3. **234.** 21,28 m^2. **235.** 24 dm, 2 m, 16 dm. **236.** 360 hl. **237.** 240, nyní 180; 10,8 dm^3, 13,6 dm^3; ušetří se 14,4 dm^3 dřeva.

III. ÚHLY.

241. a) R; b) 2 R; c) 3 R; d) $1\frac{1}{2}$ R; e) $2\frac{1}{2}$ R; g) 2 R; h) $1\frac{1}{2}$ R; i) $\frac{1}{2}$ R. **242.** a) *Z*; b) *Z*; c) *S*; d) *Z*; e) *JZ*; f) *SV*; g) *JV*; h) *SV*; i) *SV*; j) *Z*; k) *J*; l) *Z*. **243.** a) 4 R; b) 2 R; c) $\frac{1}{3}$ R; d) 11 R. **244.** a) 2 R; b) $\frac{3}{4}$ R; c) $\frac{1}{3}$ R; d) $\frac{1}{6}$ R. **245.** $\frac{5}{2}$ R. **246.** $\frac{1}{2}$ R, R. **247.** $2\frac{3}{4}$ R. **248.** $1\frac{1}{2}$ R. **249.** $\frac{4}{3}$ R. **250.** R.

251. $\frac{1}{2}$ R. **252.** $\frac{2}{3}$ R; $\frac{1}{2}$ R. **253.** $1\frac{1}{2}$ R; $3\frac{1}{3}$ R.

261. Nejméně pětkrát, nejvíce osmkrát. Nemůžeme zvětšit 17krát. **264.** 36^0; $67^0\,30'$; 120^0; 234^0; $292^0\,30'$. **265.** $\frac{2}{3}$ R; $\frac{1}{6}$ R; $2\frac{1}{3}$ R; $\frac{1}{4}$ R; $1\frac{1}{2}$ R; 3 R; $3\frac{1}{2}$ R. **266.** 83^0; 144^0; 50^0; 132^0; 32^0; 80^0; 179^0. **267.** 36^0; 51^0; 10^0; 63^0; 54^0. Některé úhly ve cvičení 266 jsou větší než R, nelze proto k nim jmenovat doplňkové úhly. **270.** 106^0.

271. Čáry *ASD* a *CSF* jsou přímé, *BSE* není. **272.** 108^0. **273.** 46^0. **274.** 60^0. **275.** 66^0. **276.** 66^0. **277.** 60^0. **278.** a) $1\,109'$; b) 3 767; c) $1\,776'$. **279.** a) $3\,452''$; b) $1\,038''$; c) $2\,688''$; d) $189\,522''$; e) $130\,730''$; f) $157\,361''$. **280.** a) $22^0\,37'$; b) $37^0\,2'$; c) $16'\,27''$; d) $55'\,33''$; e) $34^0\,17'\,36''$; f) $65^0\,9'\,27''$.

281. a) $60^0\ 38'$; b) $42^0\ 35'$; c) $61'\ 46''$. **282.** a) $118^0\ 22'\ 27''$; b) $125^0\ 5'\ 36''$; c) $150^0\ 7'\ 25''$; d) $166^0\ 27'\ 18''$. **283.** a) $17^0\ 42'$; b) $45^0\ 14'$; c) $72^0\ 27'$; d) $62^0\ 57'\ 31''$; e) $60^0\ 59'\ 10''$; f) $98^0\ 36'\ 15''$. **284.** a) $126^0\ 6'\ 18''$; b) $56^0\ 36'\ 33''$; c) $84^0\ 28''$. **285.** a) $52^0\ 32'\ 23''$; b) $63^0\ 24'\ 16''$, c) $56^0\ 14'\ 06''$. **286.** a) $71^0\ 25'\ 14''$; b) $59^0\ 17'\ 52''$; c) $77^0\ 52'\ 58''$; d) $173^0\ 4'\ 52''$ **287.** a) $178^0\ 33'\ 5''$; b) $207^0\ 32'\ 32''$; c) $116^0\ 49'\ 27''$. **288.** 8; $101^0\ 18'$. **289.** a) $16^0\ 28'\ 49''$; b) $5^0\ 49'\ 50''$; c) $18^0\ 58'\ 30''$; d) $62^0\ 51'\ 36''$. **290.** a) $17^0\ 31'$; b) $5^0\ 57'\ 10''$; c) $7^0\ 38'\ 52''$.

291. a) 36^0; b) $50^0\ 40'$; c) $62^0\ 32'\ 33''$. **292.** a) 60^0; b) 32^0; c) 169^0; d) 43^0. **293.** a) ne; b) ano; c) ne. **294.** a) 30^0; b) 15^0 **295.** 40^0. **296.** $\alpha + (\beta + \gamma) = 180^0$, $\alpha > 90^0$, trojúhelník nemůže být ostroúhlý. **297.** a) $81^0\ 33'\ 54''$; b) $70^0\ 25'\ 18''$. **298.** $\alpha = 103^0$; $\beta = 45^0$. **299.** $\gamma = 67^0$. **300.** $\varepsilon = 40^0$; $\omega = 95^0$.

301. $\varphi = 52^0$; $\psi = 82^0$.

VI. REJSTŘÍK.

Číslo značí stránku, kde je pojem vysvětlen.

Obsah.

GEOMETRIE

pro první třídu středních škol

Autoři: Dr Eduard Čech, Alfons Fišer, Vítězslav Jozífek, Ing. Karel Komínek, Jan Vyšín, Rudolf Zelinka

Odpovědný redaktor: prof. Dr František Vyčichlo

Technický redaktor: Ing. Antonín Langer

Obálka: Marie Tůmová

Rysy: Milada Mrázková, Dr A. Urban

Korektor: Karel Paar

●

Plánovací skupina 301 20-521 - Schváleno výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 21. března 1951, č. 16 782/51-I/1, v druhém vydání jako učebnice pro školy střední - Povoleno MIO č. j. 45 250/51-3-III/1 ze dne 12. března 1951 - Čkm. S 238-I - Sazba: 2. IV. 1951 - Tisk: 4. VI. 1951 - Vydalo roku 1951 Státní nakladatelství učebnic v druhém vydání - Náklad 42 000. výt. (131 001.-173 000. výt.) - Plánovacích archů 7,25 - Autorských archů 6,99 - Vydavatelských archů 7,12 - Papír 221-10 - Formát A5 - Písmo Plantin - Druh tisku: knihtisk - Všeobecná daň 1%, - Vytiskly Západomoravské tiskárny, národní podnik, základní závod, Brno

CENA SEŠ. VÝTISKU Kčs 9.50

Ckm S. 238-I

Cena Kčs 9,50

301 20-521