MATEMATICKÉ ŠTUDIJNÉ SÚŤAŽE V MAĎARSKU*)

ENDRE HÓDI

Úvodom niekoľko slov o organizácii školstva v Maďarsku (MĽR). Deti vo veku 6 až 14 rokov chodia do všeobecnej školy. Dochádzka je povinná. Po úspešnom skončení všeobecnej školy môžu pokračovať v štúdiu na jednom z troch typov stredných škôl:

a) ústavy pre výchovu odborných robotníkov (3-ročné štúdium),
b) stredné odborné školy (4-ročné),
c) gymnázia (4-ročné štúdium).

---

*) Doc. Endre Hódi z katedry matematiky Štátneho pedagogického ústavu v Budapešti mal 31. augusta 1972 na Medzinárodnom kongrese o vyučování matematiky v Exeteri prednášku o matematických študijných súťažiach v Maďarsku (MĽR). Z jeho obsiahlej prednášky uvádzame podstatné časti. So súhlasom doc. Hódiho sme vynechali z jeho prednášky zmienku o organizácii školstva v MĽR, tu sme uviedli iba školy. Stručnejšie uvádzame matematickú súťaž pre 7. a 8. ročníky všeobecných škôl a takmer v plnom znení Celoštátne stredoškolské súťaže so stručnejším náznakom ostatných stredoškolských súťaží, akými sú: Matematická súťaž Dániela Aranya, Bodovacia súťaž Matematických listov a súťaž pre odborné učilištia ako aj televízna súťaž „Kto v čom je vedcom“. Ďalej tiež stručnejšie uvádzame tie časti prednášky doc. Endre Hódiho, v ktorých sa zmieňuje o matematickej súťaži pre poslucháčov pedagogických ústavov a univerzít a o Súťažiach Miklósa Schweitzera. Celkom sme vynechali tie časti zo záveru prednášky doc. Hódiho, v ktorých sa zmieňuje o medzinárodnej matematickej olympiáde a v ktorých vyslovuje poďakovanie matematikom za pomoc pri zostavovaní jeho prednášky.

Absolventi stredných odborných škôl, resp. gymnázií môžu po úspešne vykonaných prijímacích skúškach pokračovať na niektorej z týchto škôl:

a) učiteľské ústavy vyššieho stupňa, ústavy pre vychovávateľky, priemyselné školy atď. (3-ročné štúdium),
b) vysoké školy pre prípravu profesorov, vysoké školy technické (väčšinou 4-ročné štúdium),
c) univerzity, techniky, poľnohospodárske vysoké školy, záhradnícká univerzita a pod., ktoré obyčajne trvajú 5 študijných rokov.

Okrem uvedených škôl existujú v MĽR aj školy s mimoriadnymi formami štúdia.

Teraz stručne uvedieme matematické študijné súťaže, ktoré t. č. existujú v MĽR.

Od škol. roku 1966/67 poriadajú sa každý rok študijné súťaže pre žiakov 7. a 8. ročníkov všeobecných škôl. Na základe skúseností zo súťaží, ktoré boli v župách, v mestách, hlavne však už aj v predchádzajúcich rokoch, zriadilo ministerstvo školstva MĽR v spolupráci s Matematickou spoločnosťou Jánoša Bolyaia (Bolyai János Matematikai Társulat) a Maďarským zväzom pionierov (Magyar Úttöröl Szövetsége) celoštátnu súťaž. Organizačne ju zabezpečuje Maďarský zväz pionierov a o odbornú stránku sa stará celoštátne 10-členná súťažná komisia, ktorú ustanovuje predsedníctvo Bolyai János Matematikai Társulat. Táto 10-členná komisia pozostáva z vedúcich odborných inšpektorov všeobecných škôl, z profesorov všeobecných a stredných škôl, z odborníkov Celoštátneho pedagogického ústavu a ministerstva školstva.

Súťaž má štyri kolá. Prvé kolo sa koná do konca januára takmer na všetkých všeobecných školách, a to pre pionierske družiny žiakov 7. a 8. ročníkov.

Podľa zistených údajov zúčastní sa I. kola približne 114 tisíc žiakov všeobecných škôl. Úlohy I. kola zostavujú odborní profesori jednotlivých škôl. Títo vykonávajú aj hodnotenie riešení. Do druhého okresného (v Budapešti do obvodového) kola sa dostanú dvaja — traja žiaci zo 7. a práve toľko aj z 8. ročníkov. Títo sú vyhlásení za víťazov I. kola.

Druhé kolo sa koná v sídlach okresov (v Budapešti v jednotlivých obvodoch), a to v ten istý deň. Táto súťaž sa poriada už zvlášť pre žiakov 7. a zvlášť pre žiakov 8. ročníka, a to obyčajne v polovici februára. Súťaž má slávnostný charakter. Úlohy zostavuje už celoštátna súťažná komisia. Okresné súťažné komisie dostanú súťažné úlohy v zapečatených obálkach až v deň súťaže, a to v toľkých exemplároch, koľko je súťažiacich. Súťažiaci musia vyriešiť 6 úloh obyčajne za 2 hodiny. Hodnotenie riešení robí okresná súťažná komisia tak, že posudzujúci dostanú očíslované riešenia a len po ich ohodnotení sa priradí k udaným číslam patričné meno súťažiaceho. Po dvoch-troch víťazoch zo 7. a z 8. ročníka okresného kola postupuje ďalej do III. — župného (v Budapešti do „budapeštského") kola.

Aj župné kolá sa konajú v ten istý deň — v polovici marca — obyčajne v sídlach žúp. Pre túto súťaž zostavuje úlohy opäť celoštátna súťažná komisia, a to osobitne pre žiakov 7. a osobitne pre žiakov 8. ročníkov. Hodnotenie a organizácia tohto III. kola sú také isté ako v II. kole. Každý víťaz župného (III.) kola a z budapeštského kola v poradí prví štyria postupujú do záverečného IV. kola, celoštátneho. Počet súťažiacich v celoštátnom kole je približne 27.

Celoštátne kolo býva spravidla hneď po skončení škol. roku, a to v rámci pionierskeho tábora. Táto záverečná súťaž je dvojdenná. V prvý deň súťažiaci jednotlivých tried riešia súťažné úlohy zostavené pre každú triedu zvlášť. Súťažné úlohy zostavuje opäť celoštátna súťažná komisia, ktorá obyčajne určí aj jednu spoločnú úlohu. Tá istá komisia vykoná aj hodnotenie riešení. Hodnotenie sa robí — tak ako v predchádzajúcich kolách — tiež bodovacím systémom. 8—10 súťažiacich žiakov z každej triedy, ktorí získajú najviac bodov, pokračuje v súťaži aj na druhý deň, kedy súťažiaci musia uviesť podrobne aj postup riešení. Konečné poradie súťažiacich sa určuje podľa výsledkov a hodnotení za obidva dni.

Víťazi celoštátneho kola sú odmenení vyslaním do letných zahraničných táborov a dostanú vecné odmeny (knihy, vreckové rádio, magnetofón a pod.). Všetci tí súťažiaci, ktorí sa dostanú do celoštátneho kola, môžu sa bezplatne zúčastniť na dvojtýždennom odbornom táborení pri Balatone. V rámci tohto táborenia popri rekreácii a zábave majú žiaci možnosť venovať sa aj matematike (domáce súťaže, matematické hry, odborné krúžky, premietanie filmov, počúvanie prednášok známych matematikov a pod.).

Aj súťažiaci, ktorí v nižších kolách boli najlepší, bývajú odmenení — obyčajne knihami. Žiaci, ktorí boli úspešní v III. kole, môžu byť prijatí na strednú školu bez prijímacích skúšok.

Celoštátna súťažná komisia zostavuje súťažné úlohy tak, aby tieto naväzovali na účebnú látku všeobecnej školy, aby riešenie úloh nevyžadovalo väčšie požiadavky ako platné učebné osnovy, a hlavne aby kládli dôraz na logické myslenie súťažiacich Zostavovatelia úloh majú na zreteli, aby tieto neboli jednotvárne, ale pestré, ďalej aby upozornili profesorov matematiky na tie partie, ktoré pri výklade boli zanedbané, ako napr.

dôkazy, konštrukcie, približné výpočty, geometrické transformácie a pod.

Pre stredoškolákov poriadajú v našej vlasti pomerne veľa matematických študijných súťaží.

Matematická a fyzikálna spoločnosť (Matematikai és Physikai Társulat) sa rozhodla v r. 1894 poriadať každoročne v jeseni pre žiakov, ktorí práve zmaturovali, „Matematické študijné súťaže“. V tom čase bol predsedom spoločnosti fyzik Loránd Eötvös, ktorý sa neskôr stal tiež ministrom školstva.

Súťaže sa poriadali v Budapešti a v Kluži a po prvej svetovej vojne — po trojročnej prestávke — v Budapešti, v Szegede a neskôr aj v Debrecíne, teda iba v sídlach vysokých škôl. Súťažiaci riešili tri úlohy počas štyroch hodín, pričom mohli používať všetky pomôcky, knihy alebo poznámky. Tieto podmienky sa dodnes nezmenili. Autori dvoch najlepších riešení boli finančne odmenení — prvý resp. druhý dostal Eötvösovu cenu.

Odmenené práce boli publikované — pokiaľ možno bez akýchkoľvek úprav — vo vedeckom časopise spoločnosti Matematické a fyzikálne listy (Matematikai és Physikai Lapok).

V takejto forme sa konali spomínané súťaže do r. 1943. Vojnové udalosti a potom zánik spoločnosti zapríčinili trojročnú nútenú prestávku v poriadaní súťaží. Po oslobodení v r. 1947 utvára sa Bolyai Társulat a od tejto doby sa súťaž znova poriada v jeseni každého roku. Od r. 1949 nesie súťaž meno Józsefa Kürscháka, ktorý celý svoj život zasvätil matematickým študijným súťažiam. Aj keď je súťaž určená pre žiakov, ktorí už zmaturovali, súťažná komisia dovoľuje, aby sa jej mohli zúčastniť aj žiaci stredných škôl. Takto dostávajú možnosť zmerať svoje vedomosti s tými, ktorí sú už po maturite. Aj táto okolnosť prispela k tomu, že počet účastníkov súťaže, ktorý pred oslobodením málokedy bol väčší ako 50, dnes obyčajne prevyšuje niekoľko sto. V roku 1972 sa súťaž konala už v 18 mestách — vo všetkých v ten istý deň. Organizuje ju Bolyai Társulat, a to v tých mestách, v ktorých spoločnosť má svoje pobočky. Vyhlásenie výsledkov a rozdelenie cien uskutočňuje sa na prednáškovom zasadaní spoločnosti, na ktorom zodpovedný člen súťažnej komisie oboznámi prítomných s riešením súťažných úloh, upozorní na možnosť viacerých riešení, uvedie didaktické pripomienky, ktoré sa viažu na riešenia úloh, poukáže na možnosť zovšeobecnenia vzťahov vyskytujúcich sa v úlohách a v odpovediach na nadhodené otázky vysvetlí prípadné nejasnosti.

Tieto prednášky uverejňovali v dobe od r. 1949 do r. 1966 Stredoškolské matematické listy (Középiskolai Matematikai Lapok). Od r. 1967 vychádza ročenka, ktorá podáva prehľad o súťažiach v príslušnom roku.

Vychádzajúc z viac ako trištvrťstoročnej tradície sú súťažné úlohy volené tak, aby k ich riešeniu neboli potrebné vedomosti prekračujúce rámec stredoškolských osnov, ale vyžadujú samostatné matematické myslenie. Cieľom súťaže je vyhľadávanie matematických talentov a vzbudenie záujmu o matematiku.

Mnohí z víťazov Študijných matematických súťaží Loránda Eötvösa resp. Józsefa Kürscháka stali sa medzinárodne uznávanými matematikmi, alebo sa preslávili pri rôznych aplikáciach matematiky, napr. Győző Zemplén, Lipót Fejér, Tódor Kármán, Déness König, Alfréd Haar, Marcel Riesz, Gábor Szegö, Tibor Radó, Ferenc Krbek, László Rédei, László Kalmár, Ede Teller, Tibor Gallai, Endre Makai, Tibor Szele, Ákos Császár atď.

Súťažné úlohy, ktoré sa riešili v súťažiach v rokoch 1894—1928, publikoval Jószef Kürschák s riešeniami a s poznámkami pod názvom Matematické súťažné tézy

(Matematikai versenytételek) v r. 1929. Túto prácu čiastočne prepracovali György Hajós, Gyula Neukomm a János Surányi. Prepracovaný zborník pod názvom Matematikai versenytételek — I. časť vyšiel r. 1955. II. časť, v ktorej je zhrnutý súťažný materiál zo súťaží v rokoch 1929—1955, vyšla r. 1957. Aj túto II. časť spracovali György Hajós, Gyula Neukomm a János Surányi. Druhé vydánie II. časti sa objavilo v r. 1965. Toto už spracováva aj súťaž v r. 1963, a to v poslednej časti zborníka. Prepracovaná I. časť bola vydaná aj v jazyku anglickom v r. 1962.*)

Veľký význam majú Celoštátne stredoškolské matematické študijné súťaže.

Začiatky týchto súťaží siahajú do roku 1923 a svoj dnešný charakter nadobudli v polovici päťdesiatych rokov a aj od tej doby boli niekoľkokrát upravené v súlade s požiadavkami modernizácie. Celoštátnej stredoškolskej študijnej súťaže zúčastňujú sa žiaci 3. a 4. tried gymnázií a stredných odborných škôl. Riešia rovnaké úlohy, ale žiaci špeciálnych tried (s rozšíreným obsahom matematiky) súťažia v osobitnej skupine. V tejto skupine riešia podstatne ťažšie úlohy, čo je aj odôvodnené tým, že počet týždenných hodín v matematike je u týchto žiakov dvojnásobný ako u ostatných.

Súťaž má dve kolá. Úlohy I. kola riešia súťažiaci síce v ten istý deň, ale každý účastník súťaže na vlastnej škole a pod dozorom určeného profesora. I. kola sa môže zúčastniť každý žiak. Pri hodnotení výsledkov I. kola je rozhodujúci posudok odborného profesora.

V prvých rokoch súťaže riešili v I. kole všetci žiaci — teda aj žiaci špeciálnych tried — tri úlohy, ktoré vy-

*) Hungaria Problem Book, based on the Eötvös Competitions. I: 1894—1905. II: 1906—1928. Translated by Elvira Rapaport, NML 11—12, Random House, New York.

chádzali z náplne stredoškolských učebných osnov viac než úlohy Súťaže Jószefa Kürscháka. Boli zamerané najmä na rutinné výpočty a menej vyžadovali nápaditosť alebo hlbšie myslenie žiakov. Od r. 1968—69 riešia žiaci obidvoch skupín v prvom kole po 8 súťažných úloh. Na žiakov špeciálnych tried sú pre postup do II. kola kladené náročnejšie požiadavky ako na ostatných. Na riešenie úloh I. kola majú žiaci 5 hodín času a môžu použiť ľubovoľné pomôcky.

Riešenia úloh I. kola, ktorých býva v posledných rokoch približne 3000, hodnotia najprv odborní profesori, a to podľa vzorových riešení. Z viacerých škôl došlé ohodnotené riešenia po kontrole hodnotí znovu osobitná komisia. Takáto komisia pozostáva z dvoch až troch členov. Po kontrole a prípadnej oprave hodnotenia rozdelí súťažiacich na tri skupiny: V jednej skupine sú tí, ktorí sú navrhnutí na ďalší postup bez podmienok, v druhej skupine sú takí, ktorí sú navrhnutí na postup s určitou podmienkou, a konečne v tretej skupine sú tí, ktorí nie sú navrhnutí na postup.

Riešenia súťažiacich z I. a II. skupiny dostanú sa potom pred 10—12člennú ústrednú komisiu, ktorá podľa pravidiel súťaže určí postupujúcich do II. kola. Platí zásada, aby riešenia takého súťažiaceho, ktorého ústredná komisia nevybrala do II. kola, prezreli aspoň dvaja členovia komisie.

V II. kole súťaží každoročne približne 300 žiakov. Títo sú rozdelení opäť do dvoch skupín: žiaci zo špeciálnych matematických tried a ostatní.

V obidvoch skupinách súťažiaci musia riešiť tri úlohy a na riešenie majú 5 hodín času. Pri riešení môžu používať akékoľvek pomôcky. Úlohy v tomto prípade sú samozrejme ťažšie ako v predchádzajúcich kolách. Pre ilustráciu uvádzame úlohy, ktoré boli vybrané v r. 1972 na Celoštátnej stredoškolskej matematickej študijnej súťaži:

Úlohy I. kola:

1. Riešte sústavu rovníc:

$$7^{x+1} - 6^{y+3} = 1\,,$$
$$6^{y+2} - 7^{x} = 5(6^{y} + 1)\,.$$

2. Kružnicu s polomerom 5 cm pretína priamka p v bodoch A, B. Vzdialenosť bodu A, resp. B od daného bodu P tejto priamky je 12,8 cm, resp. 20 cm. Veďte z bodu P dotyčnicu ku kružnici. Nech dotykovým bodom je bod C. Určite pomer veľkosti úsečiek AC a BC.
3. V pravoúhlom trojuholníku ABC zvolíme na odvesne AC, resp. BC bod X, resp. Y tak, aby platilo

$$\frac{AX}{XC} + \frac{BY}{YC} = 1\,.$$

Dokážte, že priamka XY prechádza ťažiskom trojuholníka ABC.
4. Daná je kružnica s polomerom r a rovnobežne s rovinou kružnice vo vzdialenosti r je daná úsečka AB, ktorej pravouhlým priemetom na rovinu kružnice je priemer kružnice.

Z každého bodu úsečky AB viedeme polpriamky na ňu kolmé (z vnútorných po dvoch, z koncových po jednej) tak, aby prechádzali bodmi danej kružnice. Nech ϱ je rovina rovnobežná s rovinou kružnice vzdialená od tejto roviny a od úsečky AB o $r/2$. Akú krivku vytvoria priesečníky uvažovaných polpriamok s rovinou ϱ?
5. Pre reálne čísla a, b, x, y, z platí, že

$$x^2 = y^2 + a^2 = z^2 + b^2 = (a + b)^2 + (y - z)^2\,.$$

Vyjadrite číslo x pomocou čísel a, b.

6. Pre ktoré prirodzené n je číslo $3^{(n+1)(n+2)} + 63$ deliteľné číslom 72?
7. Uvažujme o grafoch funkcií $y = \cos x$ a $y = \sin 2x$ v otvorenom intervale $(0, \pi/2)$. Zostrojte dotýčnicu ku každej z kriviek v ich priesečníku a určite uhol dotýčnic. Vychádzajúc z názoru určite, koľko oblúkov daných grafov leží v jednotlivých uhloch, na ktoré uvažované dotýčnice rozdeľujú rovinu.
8. Na zoznamovacom večierku sa stretne spoločnosť, o členoch ktorej vieme, že medzi nimi nie sú štyria (rôzni) ľudia A, B, C, D takí, že A pozná B, B pozná C, C pozná D. Dokážte, že potom možno spoločnosť rozdeliť do troch miestností tak, že v každej miestnosti sú ľudia, ktorí sa nepoznajú. (Známosť považujeme za vzájomnú, tj. ak A pozná B, potom aj B pozná A.)

Úlohy II. kola:

A) Úlohy určené pre žiakov tried s učebnými osnovami zameranými na všeobecný a matematicko-fyzikálny odbor. (Žiaci tried zameraných na matematiku a fyziku majú týždenne o 1—2 hodiny viac matematiky ako žiaci, ktorých učebné osnovy sú zamerané všeobecne. Tieto nadpočetné hodiny sú v prvom rade vyhradené na prehĺbenie prebraného učiva a na jeho aplikáciu.)

1. Určite maximum funkcie s troma premennými

$$f(x, y, z) = \frac{x}{2} + y - z$$

pri nasledujúcich podmienkach:

$$|x - 2y + z| \leqq 2, \; |y| \leqq 3, \; xz \geqq 0\,.$$

2. V urne je 8 rôzne zafarbených guliek. Vytiahneme jednu a vrátime ju. Toto urobíme celkom desať-

krát. Aká je pravdepodobnosť, že takýmto spôsobom každá guľka sa nám dostane do ruky aspoň raz?

3. Z papiera vystrihneme rovnoramenný trojuholník ABC. Na základni AB bližšie k bodu A leží bod D a bližšie k bodu B bod E. Otáčajúc trojuholníky ACD a BCE okolo priamok CD, resp. CE stretnú sa vrcholy A a B v bode F. Dokážte, že pravouhlý priemet vrchola C uvažovaného trojuholníka do roviny DEF splynie so stredom kružnice, ktorá je zvonku vpísaná trojuholníku DEF — k strane DE.

B) Úlohy určené pre žiakov špeciálnych matematických tried:

1. Pre rôzne body A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 roviny je
$$\sphericalangle A_1B_2C_1 = \sphericalangle B_1C_2A_1 = \sphericalangle C_1A_2B_1 = 90^\circ ,$$
$$A_2B_1 = B_1C_2 , \quad B_2C_1 = C_1A_2 , \quad C_2A_1 = A_1B_2 .$$
Dokážte, že priamky A_1A_2, B_1B_2 a C_1C_2 prechádzajú jedným bodom.
2. Funkcia $f(x)$ definovaná v intervale $0 < x < 1$ premennej x priraďuje v intervale medzi 0 a 1 také číslo, pre ktoré v desiatkovej sústave n-té desatinné miesto rovná sa číslu n alebo číslu 0 podľa toho, či n-té desatinné miesto čísla x sa rovná číslu n alebo nie ($n = 1, 2, \ldots$). Možno funkciu $f(x)$ integrovať v intervale $\langle 0, 1\rangle$, a ak áno, akú hodnotu má jej integrál?
3. Dokážte, že k ľubovoľnému páru funkcií $f(x)$, $g(x)$ definovaných v uzavretom intervale $\langle 0, 1\rangle$ existuje taká dvojica čísel $[x, y]$: $0 \leqq x \leqq 1$ a $0 \leqq y \leqq 1$, pre ktoré
$$| f(x) + g(x) - xy \geqq \frac{1}{4} \cdot$$

Druhé kolo Celoštátnej stredoškolskej matematickej študijnej súťaže sa koná v rovnakom čase a v tých istých miestach ako súťaž Kürschákova. Riešenia úloh účastníkov tohto II. kola posudzujú priamo členovia ústrednej súťažnej komisie. Každé riešenie musia vidieť najmenej dvaja členovia komisie a tie riešenia, ktoré prichádzajú do úvahy na odmenenie, všetci členovia komisie.

Poradie riešiteľov v II. kole sa určuje výlučne podľa povahy riešenia a úloh v tomto kole. Prvoradou podmienkou je, aby z troch daných súťažných úloh každá bola vyriešená úplne aspoň jedným spôsobom. Až potom prídu do úvahy prípadné ďalšie riešenia (riešenia iným spôsobom), zovšeobecnenia, hodnotné poznámky a doplnky, prípadne v práci sa vyskytujúce hodnotné zvláštnosti.

Súťažiaci umiestnení na prvých troch miestach v obidvoch kategóriach sú odmenení. Prvá cena od dávna je 2000 Ft, druhá cena 1000 Ft a tretia cena 500 Ft. Podľa výsledkov súťaže môžu byť tieto ceny v určitom zmysle preskupené. Okrem toho súťažiaci umiestnení na prvých 10 miestach sú oslobodení od prijímacích skúšok na takých vysokých školách, na ktorých skúšobným predmetom je aj matematika. Toto sa vzťahuje na súťažiacich v obidvoch kategóriach. Od škol. roku 1972/ /73 stredoškoláci 3. a 4. triedy súťažia v troch kategóriach, a to: súťažiaci zo špeciálnych matematických tried, zo špeciálnych matematicko-fyzikálnych tried a ostatní.

Výdavky spojené s touto súťažou kryje MŠ, organizačne súťaž riadi MŠ v spolupráci s Bolyai Társulat. Mená odmenených v tejto súťaži uverejňuje aj denná tlač. Záverečná správa ústrednej súťažnej komisie spolu s riešeniami úloh súťaží sa do roku 1965 publikovala každoročne v Középiskolai Matematikai Lapok, od roku 1965 vychádza v osobitnej ročenke.

Ďalšou súťažou pre žiakov 1. a 2. tried stredných škôl je od roku 1951 každoročne organizovaná Súťaž Dániela Aranya (stredoškolský profesor, ktorý v r. 1894 začal vydávať Stredoškolské matematické listy).

Táto súťaž je organizovaná podobne ako Celoštátna stredoškolská matematická študijná súťaž. Aj tu osobitne súťažia žiaci zo špeciálnych matematických tried a osobitne ostatní. Je povolené používať vecné pomôcky, ale pre riešenie úloh v obidvoch kolách majú len po 4 hodiny času. Okrem toho súťažiaci z 1. tried (začínajúci) dostávajú iné úlohy ako žiaci 2. tried (pokračujúci).

Počínajúc škol. rokom 1966/67 žiaci 1. tried dostávajú k riešeniu 15 úloh a žiaci 2. tried 12 úloh namiesto do toho času obvyklých troch úloh. Vo väčšom počte úloh objavili sa samozrejme oveľa ľahšie úlohy ako v predchádzajúcich rokoch. Súťažná komisia chcela tým docieliť to, aby sa zvýšil počet súťažiacich žiakov. Je len prirodzené, že sa tým rozšírila práca súťažnej komisie, lebo sa zvýšil počet potrebných úloh. V Súťaži Dániela Aranya postupuje do II. kola zo začiatočníkov ako aj z pokročilých približne rovnaký počet úspešných riešiteľov ako v celoštátnej študijnej súťaži. V prvom kole je však 1,5krát viac účastníkov.

Súťaž Dániela Aranya organizuje Bolyai Társulat za podpory MŠ. Od škol. roku 1972/73 aj v tejto súťaži súťažia žiaci namiesto v troch kategóriach podľa jednotlivých ročníkov. Súťaž Dániela Aranya pre žiakov 7. a 8. ročníkov je výhodnejšia ako Celoštátna súťaž, lebo v nej nie je nijaké obmedzovanie: z tej istej triedy môže postúpiť do rozhodujúceho kola ľubovoľný počet súťažiacich.

Okrem toho je v MĽR ešte jedna významná matematická súťaž: Bodovacia súťaž Stredoškolských matematických listov.

Odhliadnuc od prerušenia počas svetovej vojny časopis Stredoškolské matematické listy (Középiskolai Matematikai Lapok) vychádza ešte aj dnes. V rokoch 1894—1914, 1925—1939 a potom od r. 1948 vychádzal, resp. vychádza mesačne v každom školskom roku. Časopis má veľký význam, lebo privyká svojich čitateľov a spolupracovníkov, aby sa pravidelne zaoberali riešením matematických úloh, ktoré sú na patričnej úrovni, a aby sa tieto riešenia naučili presne popísať. Pred zriadením špeciálnych matematických tried Stredoškolské matematické listy vypĺňali medzeru v rozvíjaní matematických talentov. Medzi bývalými riešiteľmi v spomínanom časopise publikovaných úloh nájdeme takmer všetkých našich vynikajúcich profesorov matematiky, prírodovedcov, technikov a iných významných vedcov. Tejto Bodovacej súťaže zúčastňuje sa pravidelne približne 600 žiakov.

V roku 1965 na počesť 20. výročia oslobodenia MĽR založilo ministerstvo práce MĽR matematickú súťaž pre žiakov učňovských škôl.

Ešte pred týmto rokom boli študijné súťaže o titul „Vynikajúci žiak odboru“. V požiadavkách tejto súťaže vyskytli sa aj isté matematické znalosti, tieto však boli silne odbornej povahy a nie veľmi prekročili úroveň učebnej látky všeobecných škôl.

Aj prvé matematické súťaže boli zamerané viac na odbornú stránku. Ani úlohy neboli jednotné. Rôzne odbory (strojárenský, banícky, elektrotechnický, stavebný atď.) pre žiakov príslušných odborných škôl usporiadali osobitné súťaže.

Keď potom všeobecné predmety nadobúdali patričný význam a úroveň a úroveň obsahu vyučovania matematiky rástla, aj povaha matematických súťaží sa zmenila — charakter odbornosti súťaží postupne ustúpil do pozadia.

V súčasnosti ministerstvo práce vyhlasuje súťaž každý september. Súťaž pozostáva z dvoch kôl.

Prvé kolo sa koná na školách. Osobitné hárky so súťažnými úlohami rozosiela ministerstvo na jednotlivé školy v požadovanom počte. Hodnotenie žiackych riešení sa robí na školách podľa ústredím zaslaného bodovacieho poriadku. Do druhého rozhodujúceho kola môže vyslať každý ústav 1—2 žiakov, ktorí splnili stanovené podmienky pre postup.

Opravu riešení úloh v rozhodujúcom kole robí príslušná komisia. Žiaci, ktorí docielia najlepšie výsledky, sú odmenení zahraničnou alebo domácou rekreáciou, resp. finančnou odmenou. Texty úloh sú publikované v časopise aj v ruskom a anglickom preklade.

Medzi súťaže matematického charakteru možno zaradiť aj televíznu sútaž „Kto v čom je vedcom", ktorú každoročne vysiela od r. 1964 maďarská televízia. Charakter televízneho vysielania však neumožňuje do nej zaraďovať zvlášť náročné úlohy.

Z uvedených stredoškolských matematických študijných súťaží ani jedna nie je dostatočne prístupná žiakom učňovských učilíšť. Požiadavky z matematiky na týchto ústavoch sú podstatne nižšie ako na odborných stredných školách alebo gymnáziách.

Uveďme, že v škol. roku 1971/72 z asi 14 000 žiakov odborných učilíšť zúčastnilo sa súťaže približne 5000 žiakov, z ktorých do záverečného kola postúpilo asi 60 žiakov.

Doc. Endre Hódi založil v r. 1952 matematickú súťaž pre poslucháčov vysokých škôl pre výchovu profesorov, a to na budapeštianskej vysokej škole. Súťaž bola v roku 1952 a 1953 v hlavnom meste, v r. 1954 v Szegede a v r. 1955 v Egeri. Z každej vysokej školy zúčastnilo sa po 8 poslucháčov, ktorí po dobu 5 hodín mali písomne vyriešiť päť úloh, pričom pri riešení mohli použiť akékoľvek pomôcky. Po zániku vysokej školy v Budapešti viac rokov sa matematické súťaže neporiadali.

V r. 1965 katedry matematiky univerzít začali opäť neoficiálnu matematickú súťaž a podľa jej skúseností ministerstvo školstva a Bolyai Társulat organizuje od r. 1966 v každom roku celoštátnu matematickú súťaž pre vysoké školy pre výchovu profesorov.

Cieľom súťaže nie je vyhľadávanie matematických talentov, ale podnietenie poslucháčov k cvičeniu v riešení úloh a pomoc pri prehlbovaní nadobudnutých vedomostí.

Súťažná komisia je zložená zo zástupcov jednotlivých katedier matematiky univerzít a vyslaného zástupcu Bolyai Társulat. Tým posledným doteraz vždy bol doc. Hódi. Súťažná komisia zostavuje súťažné úlohy a hodnotí riešenia.

Súťažiaci musia riešiť 7 úloh v čase 5 hodín. S výnimkou posledných dvoch rokov súťažiaci súťažili v ten istý deň na svojej vysokej škole. Počet súťažiacich na jednotlivých vysokých školách sa pohyboval medzi 12—20. V posledných rokoch sa koná vždy v sídle niektorej vysokej školy v rámci celoštátnej konferencie súťaž pre poslucháčov inštitúcií vychovávajúcich pedagógov. Tejto súťaže sa zúčastňuje po 5 poslucháčov z každej vysokej školy.

Pre riešenie vybraných úloh predpokladajú sa vedomosti nanajvýš z druhého ročníka vysokej školy. Úlohy sú však prevažne také, že ich môžu vyriešiť aj prvoročiaci. Témy úloh sú rozmanité. V rovnakej miere môžu sa vyskytnúť úlohy z teórie čísel, z algebry, z geometrie, z analýzy, z logiky atď., aby si súťažiaci mohli zvoliť z daných úloh také, ktoré zodpovedajú ich záujmu.

Pre ilustráciu uvedieme ukážku textov úloh v súťaži r. 1972:

1. Nájdite maximálny súčin, ktorého činitele sú prirodzené čísla a súčet činiteľov je $3k + 1$; k je prirodzené číslo.
2. Každý z troch chlapcov a troch dievčat má k dispozícii telefón a vieme o nich toto:
   a) Žiadne dve osoby nepoznajú vzájomne svoje telefónne čísla, ale každý chlapec pozná telefónne číslo jedného z dievčat.
   b) Telefónne číslo každého z uvedených chlapcov a dievčat pozná niekto z ostatných, ale žiaden nepozná viac ako dve telefónne čísla.
   c) Dve z uvedených osôb nepoznajú telefónne číslo žiadneho z ostatných.
   d) Počet iných osôb, ktoré poznajú telefónne číslo účastníka, a počet tých, ktorých telefónne čísla pozná on, dáva súčet, ktorý nie je väčší než tri.

   Najmenej koľko z uvedených osôb je treba vyrozumieť o správe, aby sa ju dozvedela každá osoba?
3. V množine **R** racionálnych čísel definujeme nižšie uvedené operácie:

$$a * b = r(a + b) + s\,ab + t\,,$$

   kde r, s, t sú pevné racionálne čísla a $s \neq 0$.

   Akú podmienku je potrebné vymedziť pre t a pri zanechaní ktorého racionálneho čísla vytvorí obdržaná množina komutatívnu skupinu podľa definovanej operácie?
4. V rovine sú dané štyri rovnostranné trojuholníky: ABC, AA_1A_2, BB_1B_2 a CC_1C_2. Poloha jednotlivých trojuholníkov a veľkosť strany je ľubovoľne voliteľná, podstatné však je, aby vrcholy všetkých trojuholníkov zachovávali dané poradie (napr. kladné, tj. proti pohybu ručičiek hodinových) bez cyklickej zámeny.

Stred úsečky A_2B_1 označme P, stred úsečky B_2C_1 označme Q a konečne stred úsečky C_2A_1 označme R. Dokážte, že potom aj trojuholník PQR je rovnostranný.

5. Vrcholy pravidelného p-uholníka ($p > 2$ je prvočíslo) sú vyznačené farebne červene alebo belaso tak, že sú červené aj belasé vrcholy. Otáčajme mnohouholník okolo jeho stredu v kladnom zmysle dovtedy, kým sa nebudú kryť červené vrcholy s červenými a belasé s belasými. Dokážte, že veľkosť uhla otočenia je 2π.

6. Je rad $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\log_2 n)^{\log_2 n}}$ konvergentný?

7. Funkcia $f(x)$ má nasledujúce vlastnosti:
   a) je definovaná pre každé reálne číslo rôzne od 0;
   b) môže nadobúdať každú reálnu hodnotu;
   c) najviac v dvoch bodoch jej môžeme priradiť akúkoľvek funkčnú hodnotu;
   d) jej deriváciou je: $f'(x) = x^{-2} - |x^{-3}|$;
   e) minimum funkcie v jednom bode je 1,5.

   Nájdite nulové body funkcie $f(x)$!

Z vysokoškolských súťaží má popri matematickej súťaži univerzít či už z hľadiska vedeckého a či medzinárodného podstatne väčší význam Matematická súťaž Miklósa Schweitzera. Túto súťaž usporiadal Bolyai Társulat prvýkrát v r. 1949. K jej založeniu viedla myšlienka podnietiť poslucháčov vysokých škôl k bádaniu a dať mladým záujemcom o matematiku možnost prejaviť sa v ich nadaní. Kládla si za cieľ objavovať mladých bádateľov. V zmysle súťažných pravidiel sa môžu tejto súťaže zúčastňovat poslucháči univerzít, ďalej aj takí, ktorí svoje vysokoškolské štúdium ukončili v bežnom roku, v ktorom sa súťaž koná.

Najnovšie sa súťaže môžu zúčastňovať aj stredoškoláci (gymnazisti).

Súťažná komisia vyberá také úlohy, ktorých riešenia vyžadujú si poznatky alebo časť poznatkov univerzitnej učebnej látky alebo bezprostredne sa viažu na ňu. K riešeniu týchto úloh je potrebné samostatné matematické myslenie a pohotovosť. Pri súťaži súťažiaci môžu použiť akékoľvek knihy a pomôcky.

Súťaž bola najprv uzavretá — ako stredoškolské súťaže, ale od roku 1950 majú súťažiaci na riešenie zadaných úloh 7—10 dní a potom riešenia zasielajú poštou na adresu spoločnosti. Pri hodnotení dbá sa na to, aby každé riešenie bolo samostatnou prácou súťažiaceho. Obyčajne se dáva 10 úloh.

Celý materiál týkajúci sa súťaží konaných v rokoch 1949—1961 vydalo v roku 1968 v jazyku anglickom Akademické vydávateľstvo v Budapešti pod názvom „Contests in Higher Mathematics, Hungary, 1949—1961, in memoriam Miklós Schweitzer“.

Tam je v predslove zhrnutá podstata súťaže. Texty úloh sú uverejnené v jazyku francúzskom na strane 120 v 8. ročníku Matematikai Lapok.