

# [dokumenty-01] Vybrané úlohy matematické olympiády A + MMO

---

## Předmluva

In: Miroslav Fiedler (editor); Jaroslav Zemánek (editor):  
[dokumenty-01] Vybrané úlohy matematické olympiády A +  
MMO. [Sbírka řešených úloh z 1. až 20. ročníku soutěže].

**Terms of use** (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1976.  
pp. 5–8.

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences  
Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405253>  
provides access to digitized documents strictly for personal use.

Each copy of any part of this document must contain these  
*Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for  
electronic delivery and stamped with digital  
signature within the project *DML-CZ: The Czech  
Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# Předmluva

Vědomosti předpokládané pro porozumění této knížce jsou zcela elementární a v podstatě vlastní všemu živému. Např. pes nebo zajíc utíká za kořistí nebo před nepřítelem vždy pokud možno přímočaře, neboť zajisté zná trojúhelníkovou nerovnost. Také každá liška ví, že když slepice jsou v kurníku a kurník ve dvoře, pak slepice musejí být ve dvoře (transitivita inkluze), a nehledá je jinde. Nejhezčí květy bývají souměrné kolem středu. Onomu podivuhodnému řádu podléhali i starořeční myslitelé, když prvně studovali řez kuželové plochy rovinou a objevili elipsu. A o dva tisíce let později se ukázalo, že dráhami našeho i jiných světů jsou vlastně elipsy. Tato vzrušující harmonie přírody probouzí v člověku cit, který nazýváme matematikou. A právě pro takového čtenáře, kterého začíná matematika zajímat, je napsána tato knížka.

Na obecně přístupné úrovni pokusili jsme se v ní naznačit jisté charakteristické prvky matematického myšlení. K tomu se výborně hodí některá témata z dosavadních matematických olympiád našich i mezinárodních. Doplnili jsme je ovšem řadou dalších příkladů v podobném duchu. Přesto však si myslíme, že tento delikátní úkol nebyl snadný a samozřejmě mohou se vyskytnout názory na to, jak jsme jej realizovali.

Snažili jsme se, aby byly optimálně zastoupeny všechny složky tzv. elementární matematiky (aritmeticko-algebraická, geometrická, funkční, logická, numerická, kombinatorická, konečná i nekonečná, abstraktní i názorná) a zdůrazněna jejich vzájemná jednota (viz např. řešení úloh 3, 15, 35, 47, 59, 62, 69, 70, 71, 78, 83, 87, 88, 96, 97, 100, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 109, 110, 113 aj.). Rovněž metody důkazů (konstruktivní i existenční, početní i geometrické, čistě logické, přímé či nepřímé atd.) možná začátečníka často překvapí. Toto jsme považovali za důležité, neboť tyto složky či metody jakož i jejich nejrozmanitější kombinace se podivuhodně zobecňují v ohromné a neustálého

vývoje schopné struktury současné matematiky. Vznikly nové, značně bohatší a zajímavější obory. Není však těžké rozpoznat třeba v těch z nejvýznamnějších původní geometrické ideje. Proto sdílíme přesvědčení, že čtenář, maje na vědomí principy a základy, z nichž matematika začala vyrůstat, bude se moci správněji orientovat v její dnešní budově. Též proto, že mnohé dnes centrální pojmy a metody jsou, jak jsme již naznačili, vlastně přirozeným zobecněním dřívějších představ. Z těchto důvodů (a také s ohledem na ostatní vědy a techniku) pokládáme zvolenou tematiku za zvláště vhodnou a nad jiné osvědčenou na úvod před vyšším studiem.

Máme však pro to ještě jedno ospravedlnění. Aby nějaká věta mohla zaujmout v matematice významnější místo, musí být nejen pravdivá, ale ještě také užitečná, zajímavá a „krásná“. Jeden z velkých matematiků kdysi prozradil, že se vždy snažil spojovat v matematice pravdu s krásou, ale kdykoli musel volit jednu nebo druhou, volil zpravidla krásu. Skutečně, estetický smysl jakožto výraz všeobecné touhy po harmonii bývá důležitým činitelem v tvůrčí práci. Domníváme se, že se nám podařilo alespoň některými příklady a důkazy vyjádřit hlubokou estetičnost matematického způsobu myšlení. A jestliže si vzpomenete, jak matematika vznikla, pak vám bude jasné, odkud se v ní vzala sama spravedlnost a ještě tolik krásy.

Odtud pramení též obecnější výchovný význam této vědy. A je také nasnadě, jak to přijde, že výsledky matematiky jaksi dobře zapadají do světa, který pozorujeme, a tím přinášejí neocenitelný užitek ostatním snahám člověka.

Chtěli bychom však varovat před idealizováním matematiky. Soudíme, že žádný model pozorovaných skutečností, tedy ani matematika, nemůže dávat věrný obraz světa třeba už jen proto, že zajisté není úplný (neobráží všechny vlastnosti vesmíru). A to je dobře, neboť tak zůstávají neodhalena mnohá tajemství. Na druhé straně však nelze popřít, že již sama analýza zákonitostí v rámci matematiky může leccos napovědět.

Vraťme se k obsahu nynější knížky. Jednotlivými úlohami, které

jsme vybrali, je možno se zabývat celkem v libovolném pořadí. Třicet důmyslnějších jsme označili hvězdičkou. Ke každé jsme připojili nejméně jedno řešení a popř. další poznámky. Čtenářům však doporučujeme, aby se vždy sami snažili najít řešení anebo si alespoň promysleli smysl a problematiku úlohy, dříve než si řešení prohlédnou. Proto také uvádíme nejprve jenom zadání úloh a až potom vše ostatní. Věříme, že pro člověka nejcennější jsou vlastní silou vybojované zápasy a přejeme tudíž čtenáři hodně trpělivosti na obtížnějších místech této knížky.

V poznámkách, které se bezprostředně po některých úlohách nabízejí, je možno se jakoby mimochodem a v příhodnou chvíli dovědět o širších souvislostech. Zaměřili jsme se zejména na tyto okruhy otázek: konvexní funkce, vlastnosti čtyřstěnů, geometrie mřížových bodů, teorie množin, kombinatorická geometrie, pojem limity a kompaktnosti. Také v nich můžete najít řadu řešitelských triků, jimiž ostatně hýří snad každá stránka a které možná někomu pomohou vyhrát matematickou olympiádu, jestliže se jí zúčastní. V tomto smyslu tedy přehled 113 úloh vytištěných v první části nevystihuje plně obsah knížky. Dokonce v poznámce za př. 49 se zmiňujeme o jednom problému, jehož řešení nám není známo. Koho zajímá problém nekonečna, nechť si přečte např. úlohu 107 a poznámky, které následují za jejím řešením.

Existují ovšem i jiné populárně vědecké knížky resp. články vhodné k přemýšlení. Na některé odkazujeme v závěru. Lze totiž předpokládat, že stupeň vyspělosti získaný svědomitým prostudováním alespoň části materiálů, které zde předkládáme, umožní čtenáři přistoupit nikoli bez nadějí ke studiu další vážnější literatury.

Vybranými příklady nemíníme nikoho učit absolutní dokonalosti v řešení olympijských úloh, poněvadž dosažení takového cíle se nám nezdá reálné a pro další rozvoj mladého člověka ani žádoucí. Prosíme jen, aby čtenář nepodceňoval ideje obsažené v této knížce. Neboť nejmoudřejším mužům našeho tisíciletí pomohla právě euklidovská matematika a z ní plynoucí filosofie

*k principiálním objevům, jimž jako žádným jiným vděčíme za možnost vědeckého poznání.*

*Pravda, k pochopení soudobých problémů bude čtenář muset později studovat další obory a teorie. Přáli bychom si, aby schopnosti rozvinuté ve hře s naší knížkou usnadnily mu tuto nelehkou cestu.*

*Praha, leden 1975*

*Autoři*