

58. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z5

In: Karel Horák (editor); Martin Mareš (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 58. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2008/2009. 50. mezinárodní matematická olympiáda. 21. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2011. pp. 121–124.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405174>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z5

Texty úloh

Z5 – I – 1

Učitelka Kadrnožková kupovala v pokladně zoologické zahrady vstupenky pro své žáky a pro sebe. Vstupenka pro dospělého byla dražší než pro školáka, avšak ne více než dvakrát. Učitelka Kadrnožková zaplatila celkem 994 Kč. Učitel Hnízdo měl s sebou o tři žáky více než jeho kolegyně, a tak za své žáky a za sebe zaplatil 1 120 Kč.

1. Kolik žáků měl s sebou učitel Hnízdo?
2. Kolik stála vstupenka pro dospělého? *(L. Šimůnek)*

Z5 – I – 2

František Nudílek se zabýval tím, že psal po sobě jdoucí přirozená čísla. Začal takto: 1234567891011... Po čase ho to přestalo bavit, dokončil právě rozepsané číslo a kriticky se podíval na svůj výtvar. Zjistil, že v posloupnosti číslíc, které napsal, se vyskytuje pět jedniček bezprostředně za sebou.

1. Kolik nejméně po sobě jdoucích přirozených čísel musel František napsat?
2. Kolik nejméně číslíc musel František napsat? *(S. Bednářová)*

Z5 – I – 3

Nejvyšší známá sopka na Zemi je Mauna Kea na Havajských ostrovech. Její výška od úpatí po vrchol je dokonce o 358 metrů větší, než je nadmořská výška nejvyšší hory světa, Mount Everestu. Nezvedá se však z pevniny, ale ze dna Tichého oceánu, z 5 000metrové hloubky. Kdyby mořská hladina v této oblasti klesla o 397 metrů, byla by ponořená část Mauna Key přesně stejně vysoká jako část, která by vyčnívala nad hladinu.

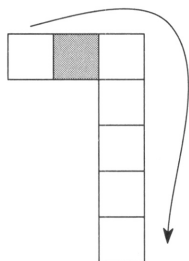
1. Jakou nadmořskou výšku má vrchol sopky?

2. Kolik měří Mauna Kea od úpatí po vrchol?
3. Jakou nadmořskou výšku má Mount Everest?

(Údaje o nadmořských výškách uváděné v různých zdrojích se mohou lišit, což je způsobeno nepřesnostmi měření, pohyby zemské kůry, vrstvou sněhové pokrývky apod. Při řešení úlohy proto vycházej pouze z údajů v ní uvedených.) (S. Bednářová)

Z5 – I – 4

Klasická hrací kostka se převracela naznačeným směrem po plánu na obr. 37. Na každém políčku zůstaly otisknuty tečky ze stěny, kterou se kostka plánu dotýkala. Počet všech teček otisknutých na plánu byl 23.



Obr. 37

Kolik teček bylo otisknuto na vybarveném políčku?

(Klasická hrací kostka má na stěnách tečky v počtu od 1 do 6 umístěné tak, že na protilehlých stěnách je vždy dohromady 7 teček. Plán je tvořen čtverci, které jsou stejně velké jako stěny kostky.) (M. Dillingerová)

Z5 – I – 5

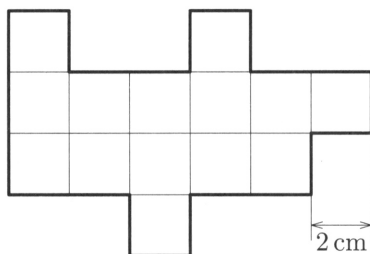
Digitální hodiny ukazují hodiny a minuty, jako například 14:37.

Kolik minut denně svítí na těchto hodinách alespoň jedna pětka?

(M. Volfová)

Z5 – I – 6

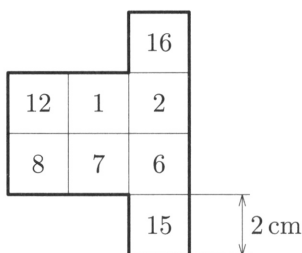
Dan si ze čtvercové sítě vystříhl útvar jako na obr. 38. Odstříhni dva čtverečky sítě tak, aby se výsledný útvar nerozpadl a měl co největší obvod. Najdi všechna řešení. (M. Dillingerová)



Obr. 38

Z5 – II – 1

Mirek si ze čtvercové sítě s vepsanými čísly vystříhl útvar na obr. 39:



Obr. 39

Odstříhni dva čtverečky útvaru tak, aby se výsledný útvar nerozpadl, aby po odstříhnutí obou čtverečků měl stejný obvod jako původně a aby součet vepsaných čísel byl nejmenší možný.

(*M. Petrová, M. Dillingerová*)

Z5 – II – 2

Patnáct na sobě položených stejných listů papíru jsem najednou přeložil. Získal jsem tak „sešit“, jehož stránky jsem očísloval po řadě čísla 1 až 60. Která další tři čísla jsou napsána na stejném listu papíru jako číslo 25?

(*L. Šimůnek*)

Z5 – II – 3

František Všímálek vypisoval po sobě jdoucí čísla výsledků malé násobilky tří, pěti a devíti. Mezi jednotlivými čísly nepsal mezery a postupoval

následovně: nejprve vypsál násobky čísla tři, za posledním z nich začal hned vypisovat násobky pěti a nakonec násobky devíti. Všiml si, že v jeho zápisu se objevují souměrná čísla. (Souměrné číslo se čte zezadu stejně jako zepředu, např. 272, 3553, 98089.) František vypsál všechna souměrná čísla se třemi a více číslicemi a seřadil je podle velikosti od nejmenšího po největší. Které číslo bylo v téhle posloupnosti na třetím místě a které bylo poslední?

(L. Hozová)