

43. ročník matematické olympiády na základních školách

Kategorie Z4

In: Milan Koman (editor); Jiří Binder (editor); Antonín Vrba (editor): 43. ročník matematické olympiády na základních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 1993/1994. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1996. pp. 49–53.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/404990>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z4

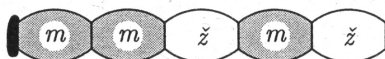
ZADÁNÍ ÚLOH I. KOLA

(Řešení úloh na str. 51)

Z4 - I - 1

Badatel objevil vzácný druh housenek. Jejich tělíčko se skládá z hlavičky a pěti článků (obr. 25). Každý článek je buď celý žlutý nebo celý modrý. Přitom dva žluté články nikdy nejsou vedle sebe. Modré však vedle sebe dost často bývají.

Kolik různě zbarvených housenek mohl badatel objevit? (Vojtela)



Obr. 25

Z4 - I - 2

Barborka je třikrát starší než Péťa. Máma je třikrát starší než Barborka. Táta je stejně starý jako máma. Dědečkovi je 88 let, což je tolik, kolik je všem ostatní dohromady. Kolik je Barborce? (Hozová)

Z4 - I - 3

V následujícím zápise jsou tři kaňky. Pod nimi se skrývají stejná čísla. Zjisti, která.

$$\text{kaňka} + 34 + \text{kaňka} = 103 - \text{kaňka}$$

(Černek)

Z4 - I - 4

Prohlédni si šesticiferné číslo 231 213. Mezi trojkami jsou tři číslice, mezi dvojkami dvě a mezi jedničkami jedna číslice. Najdi osmiciferné číslo, které bude mít mezi pětkami pět číslic, mezi čtyřkami čtyři číslice, mezi

dvojkami dvě číslice a mezi jedničkami jednu číslici. Najdi jich co nejvíc.
(Kyselová)

Z4 - I - 5

V kině Záliv prodávají lístky za 7 korun. V kině Zátoka prodávají lístky za 8 korun, ale každý desátý má vstup zdarma. V kině Zora prodávají lístky za 9 korun, ale každý stý divák vyhrává 200 korun. Do každého kina přišlo 638 diváků. Které kino získalo nejvíc korun? Napište také zdůvodnění svého tvrzení.
(Koman)

Z4 - I - 6

Na ostrově Pavučina je šest měst. Každé z nich je spojené přímými cestami s dalšími čtyřmi z těchto měst. Tyto cesty se nikde nekříží. Nakreslete, jak mohou být tato města rozmístěna. Do obrázku zakreslete i cesty.
(Volfová)

ZADÁNÍ ÚLOH II. KOLA

(Řešení úloh na str. 53)

Z4 - II - 1

Nahraď kaňky dvěma za sebou jdoucími čísly tak, aby byl výsledek správný.

$$432 + \text{kaňka} + 502 + \text{kaňka} = 2507$$

Z4 - II - 2

Lokomotiva táhne 6 vagonů, každý vagon je buď žlutý nebo modrý. Přitom pořadí barev jednotlivých vagonů je odpředu stejné jako odzadu. Kolik takových vláčků dokážete nakreslit?

Z4 – II – 3

V kinu Záliv prodávají vstupenky po 12 korunách a každý osmý divák má poloviční slevu. V kině vybrali 600 korun. Kolik se prodalo vstupenek po 12 Kč a kolik se slevou?

ŘEŠENÍ ÚLOH I. KOLA

Řešení úlohy Z4-I-1 (str. 49)

Různě zbarvené housenky roztrídíme podle počtu žlutých článků. Žádný žlutý článek může mít jen jedna housenka, která je celá modrá. Má-li housenka jen jeden žlutý článek, můžeme to být jeden z pěti jejích článků. Počet barevných kombinací při dvou žlutých článcích je 6: tři kombinace v případě, kdy je mezi žlutými články jeden modrý článek, dvě kombinace pro případ, kdy jsou mezi nimi dva modré články a jedna kombinace se třemi modrými články uprostřed. Housenka se třemi žlutými články může být zbarvena jen jedním způsobem. Víc než tři žluté články mít housenka nemůže.

Badatel mohl objevit celkem $1 + 5 + 6 + 1 = 13$ různě zbarvených housenek.

Řešení úlohy Z4-I-2 (str. 49)

Věk jednotlivých členů rodiny si můžeme znázornit graficky:

Péťa: —
Barborka: — — — —
Máma: — — — — — — — —
Táta: — — — — — — — —

Protože dědečkovi je tolik roků jako všem ostatním dohromady, odpovídá jeho věk $1 + 3 + 9 + 9 = 22$ dílkům. Jeden dílek tedy představuje $88 : 22 = 4$ roky.

Péťovi jsou 4 roky, Barborce 12 a mámě i tátovi 36 let.

Řešení úlohy Z4-I-3 (str. 49)

Číslo skryté pod kaňkami označme K . Uvedený zápis byla rovnost:

$$K + 34 + K = 103 - K$$

Je tedy $3K = 103 - 34$ a $K = 23$.

Pod kaňkami bylo číslo 23.

Žáci 4. ročníku mohli určit řešení také experimentálně.

Řešení úlohy Z4-I-4 (str. 49)

Místa pro vepsání jednotlivých cifer hledaného osmiciferného čísla označíme \square . Do zápisu $\square\square\square\square\square\square\square\square$ se budeme snažit požadovaným způsobem vepsat číslice 1, 1, 2, 2, 4, 4, 5, 5. Nejvýhodnější bude přitom postupovat od větších číslic k menším, protože větší cifry musí být dále od sebe, takže pro jejich umístění máme méně možností.

Aby mezi dvěma pětkami zůstalo pět volných míst, můžeme je umístit pouze dvěma způsoby:

$$\begin{array}{c} 5\square\square\square\square\square 5\square \\ \square 5\square\square\square\square\square 5 \end{array}$$

Uvažujme nyní první možnost a zkusme do čísla vepsat dvě čtyřky tak, aby mezi nimi byla čtyři místa. To lze udělat pouze jediným způsobem $5\square 4\square\square\square\square 5\square 4$. Nyní zbývá i pro dvojky jediná možnost: $5\square 2\square 4\square\square 2\square 5\square 4$. Nakonec doplníme jedničky a dostaneme číslo 52412154, které má požadované vlastnosti.

Pro druhou možnost vepsání pětek můžeme postupovat stejným způsobem. Můžeme si však také všimnout, že vycházíme ze zápisu, který je symetrický s první možností, takže druhé řešení musí být číslo 45121425.

Existují jen dvě taková čísla: 52412154 a 45121425.

Řešení úlohy Z4-I-5 (str. 50)

V kině Záliv vyberou od 638 diváků $638 \cdot 7 = 4\,466$ korun.

Od každé desítky diváků vyberou v kinu Zátoka $8 \cdot 9 = 72$ korun. Od 638 diváků vyberou $63 \cdot 72 + 8 \cdot 8 = 4\,600$ korun.

V kině Zora vyberou od 638 diváků $638 \cdot 9 = 5\,742$ korun, avšak na výhrách přitom vyplatí $6 \cdot 200 = 1\,200$ korun, takže získají $5\,742 - 1\,200 = 4\,542$ korun.

Nejvíce korun získalo kino Zátoka.

Řešení úlohy Z4-I-6 (str. 50)

Možné rozmístění měst na ostrově Pavučina je zakresleno na obr. 20 k řešení úlohy Z5-I-6 na straně 47.

ŘEŠENÍ ÚLOH II. KOLA

Řešení úlohy Z4-II-1 (str. 50)

Součet těchto dvou hledaných čísel je roven rozdílu $2507 - (432 + 502) = 1573$. Vzhledem k tomu, že jde o dvě po sobě jdoucí čísla, je jedno z nich rovno $(1573 - 1) : 2 = 786$ a druhé se rovná 787.

Řešení úlohy Z4-II-2 (str. 50)

Vzhledem k tomu, že pořadí barev je stejné odpředu jako odzadu, je obarvení celého vlaku určeno obarvením prvních tří vagónů. První vagón můžeme obarvit dvěma barvami. Při každém obarvení prvního vagónu máme dvě možnosti pro druhý vagón. Pro první dva vagóny proto máme $2 \cdot 2 = 4$ barevné kombinace a pro každou z nich můžeme vybrat barvu třetího vagónu opět dvěma způsoby.

Vlak můžeme sestavit celkem $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ způsoby.

Řešení úlohy Z4-II-3 (str. 51)

Každá skupina osmi diváků zaplatí $(7 \cdot 12 + 6)$ Kč = 90 Kč. Protože $600 = 6 \cdot 90 + 60$, přišlo do kina šest takových skupin. Zbývajících 60 korun vybrali od 5 diváků s plným vstupným 12 Kč.

V kině Záliv prodali 6 vstupenek po 6 Kč a $7 \cdot 6 + 5 = 47$ vstupenek po 12 Kč.