Obsah

In: Radka Smýkalová (author): Goniometrické funkce v elementární matematice. (Czech). Brno, 2016. pp. 4–5.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404322

Terms of use:

© Akademické nakladatelství CERM

© Nadace Universitas v Brně

© Česká matematická společnost

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Obsah

Úvod **6**

1 Z historie goniometrických funkcí **8**
1.1 Počátky trigonometrie ve starověku . . . 8
1.1.1 Měření úhlů a délek tětiv . . . 8
1.1.2 Ptolemaiovy výpočty . . . 9
1.2 Středověký zrod trigonometrických veličin . . . 17
1.2.1 Trigonometrie v Indii . . . 18
1.2.2 Trigonometrie v arabských zemích . . . 21
1.3 Trigonometrie v Evropě 15. – 17. století . . . 25
1.4 Eulerova reforma goniometrie . . . 31
1.4.1 Hlavní rysy Eulerovy reformy . . . 32
1.4.2 Introductio in Analysin infinitorum (1748) . . . 33

2 Goniometrie pravoúhlého trojúhelníku **40**
2.1 Funkce ostrého úhlu . . . 40
2.1.1 Od podobnosti k poměrům . . . 40
2.1.2 Grafy a základní vztahy . . . 41
2.2 Pythagorova a Eukleidovy věty . . . 43
2.3 Goniometrické hodnoty téhož úhlu . . . 45
2.4 Goniometrické hodnoty významných úhlů . . . 46
2.5 Goniometrické vzorce . . . 52
2.6 Příklady . . . 57

3 Goniometrie obecného trojúhelníku **63**
3.1 Věty o průmětech . . . 63
3.2 Goniometrické hodnoty tupých úhlů . . . 64
3.3 Sinová věta a obsah trojúhelníku . . . 66
3.4 Kosinová věta, závislost tří kosinů . . . 68
3.5 Tangentová věta, Mollweidovy vzorce . . . 72
3.6 Odvození součtových vzorců . . . 75
3.7 Příklady . . . 78

4 Goniometrické funkce v oboru $\mathbb{R}$ **85**
4.1 Funkce sinus a kosinus . . . 85
4.1.1 Dvě funkce orientovaného úhlu . . . 85
4.1.2 Koloběh hodnot sinu a kosinu . . . 89
4.2 Funkce tangens a kotangens . . . 92

4.3 Základní goniometrické vzorce . . . 96
4.3.1 Součtové a rozdílové vzorce . . . 96
4.3.2 Funkce dvojnásobného a poloviˇcního argumentu . . . 99
4.3.3 Převody součinů na součty a naopak . . . 101
4.4 Goniometrické rovnice a nerovnice . . . 102
4.5 Goniometrické soustavy rovnic . . . 117
4.6 Goniometrické identity a rovnosti . . . 132
4.7 Příklady . . . 146

5 Hlubší trigonometrické vztahy 163
5.1 Trigonometrické identity . . . 163
5.2 Trigonometrické nerovnosti . . . 170

6 Další aplikace goniometrických funkcí 186
6.1 Goniometrické substituce . . . 186
6.2 Goniometrický tvar komplexních čísel . . . 205
6.3 Z matematické kartografie . . . 213

Závěr 230

Literatura 231