Množiny bodů v prostoru

1. kapitola. Úvod

In: Josef Holubář (author): Množiny bodů v prostoru. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1983. pp. 3–6.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404093

1. kapitola

ÚVOD

Vám, mladí přátelé, je už ze základní školy dobře znám pojem *množiny bodů* a pojem *množiny všech bodů, které mají určitou vlastnost*, pokud se ovšem jedná o útvary v rovině. Slova množina bodů budeme zkracovat m. b. a místo množina všech bodů budeme stručně psát m. v. b. V planimetrii jste už řešili mnoho konstrukčních úloh, při jejichž řešení se m. b. často používá. Vždyť konstrukční geometrická úloha má často řešení, jež dostaneme jako průnik dvou nebo více množin bodů, které jsme předtím nalezli (srovnej např. úlohu 8 řešenou v našem textu na str. 30). Potom je odvození příslušných m. b. vlastně řešením jistých obecnějších konstrukčních úloh, s kterými jsou m. b. v úzké souvislosti.

Ve škole jste se však dosud málo setkali s pojmem m. b., který se vztahuje na útvary prostorové. V této knížce bych vás chtěl, zvláště pak účastníky matematické olympiády, seznámit s některými m. b. v prostoru. Prostorem zde rozumíme *trojrozměrný euklidovský prostor*, v němž se vyskytují všechny geometrické útvary, které jste probírali ve škole. Také m. b. v prostoru se často používají v konstrukčních úlohách, a to prostorových. V našich úvahách, zvláště na začátku knížky, zdůrazníme obdobu a souvislosti m. b. prostorových s m. b. v rovině. Uvidíme, jak se vyšetřování m. v. b. v prostoru často a výhodně převádí na vyšetřování

m. v. b. v rovině a jak se z těchto m. b. rovinných přejde do prostoru zobrazením, např. otáčením, rovnoběžným posunutím nebo stejnolehlostí apod., čímž se studium m. b. v prostoru značně usnadní.

Při vyšetřování m. b. v prostoru se nám vyskytnou plochy běžné v prostorové geometrii, s kterými jste se však na základní škole nesetkali, jako např. další *rotační plochy druhého stupně*, tzv. *kvadriky*. Z nich jste poznali rotační plochu válcovou, kuželovou a kulovou i jejich vznik. Pokud jde o kulovou plochu, připomeňme k její známé definici pomocí středu a poloměru a k jejímu vytvoření pomocí rotace kružnice kolem jejího průměru ještě Thaletovo a Apolloniovo vytvoření kulové plochy. Tato vytvoření jsou jenom prostorovým zobecněním Thaletova a Apolloniova vytvoření kružnice, která znáte z planimetrie, viz příklad 4 kapitoly 2 na str. 11.

Další rotační kvadriky vznikají *rotací kuželoseček* kolem některé z jejich os:

Rotací elipsy, která má ohniska v bodech F, G, kolem její hlavní osy vznikne *rotační elipsoid protáhlý* s ohnisky v bodech F, G, definovaný jako m. v. b. v prostoru, které mají od daných bodů F, G daný součet vzdáleností rovný $2a > |FG|$, kde je a velikost hlavní poloosy výchozí elipsy a také hlavní poloosy vzniklého elipsoidu. Rotací téže elipsy kolem její vedlejší osy vznikne další kvadrika, *rotační elipsoid zploštělý*.

Otáčením hyperboly s ohnisky F, G kolem její hlavní osy vznikne *rotační hyperboloid dvoudílný* s ohnisky v bodech F, G, definovaný jako m. v. b. v prostoru, které mají od daných bodů F, G danou absolutní hodnotu rozdílu vzdáleností rovnou $2a < |FG|$. Při této rotaci vytvářejí asymptoty rotující hyperboly asymptotickou kuželovou plochu vzniklého hyperboloidu. Rotuje-li tatáž hyperbola kolem své vedlejší osy, vznikne *rotační* *hyperboloid jednodílný*, který má mnoho zajímavých vlastností (např. obsahuje přímky a lze jej také vytvořit rotací každé takové přímky kolem jeho osy).

Rotuje-li parabola s ohniskem v bodě F a řídicí přímkou d kolem své osy, vzniká *rotační paraboloid* s ohniskem v bodě F a řídicí rovinou ϱ, která prochází přímkou d a která je kolmá na osu výchozí paraboly. Rotační paraboloid je definován jako m. v. b. v prostoru, které mají od daného bodu F a od dané roviny ϱ vzdálenosti sobě rovné.

Při našich úvahách o m. b. v prostoru se nám vyskytnou kuželosečky, jejichž ohniskové definice znáte, které však zde dostaneme jako *průniky kvadriky a roviny*, tedy jako *rovinné řezy kvadriky*. Uveďme zde alespoň některé věty, a to bez důkazů.

Průnikem rotační válcové plochy V s osou o a roviny σ je:

a) *dvojice rovnoběžných přímek* plochy V nebo *jedna přímka* plochy V, nebo *množina prázdná*, je-li $\sigma \parallel o$;

b) *elipsa*, je-li rovina σ různoběžná s osou o. Je-li rovina σ kolmá k ose o, je tato elipsa *kružnicí*.

Průnikem rotační kuželové plochy K s osou o a roviny σ je:

a) *dvojice přímek* plochy K nebo *jedna přímka* plochy K, nebo pouze *vrchol* plochy K, jestliže rovina σ prochází vrcholem kuželové plochy;

b) *elipsa* (ve zvláštním případě *kružnice*), je-li rovina σ různoběžná se všemi přímkami plochy K a neprochází jejím vrcholem;

c) *hyperbola*, neprochází-li rovina σ vrcholem plochy K a je-li rovnoběžná právě se dvěma přímkami plochy K;

d) *parabola*, neprochází-li rovina σ vrcholem plochy K a je-li rovnoběžná právě s jednou přímkou plochy K.

V naší knížce půjde v podstatě o řešení příkladů m. v. b. v prostoru vybraných tak, aby vás mohly zaujmout i poučit. Geometrické myšlení pěstované studiem planimetrických útvarů si tím rozšíříte, a hlavně prohloubíte. Pro názornost budeme často používat vedle pravoúhlých průmětů také náčrtů prostorových útvarů sestrojených v známém volném rovnoběžném promítání. Tyto náčrty vám usnadní porozumění vztahům mezi prostorovými útvary a pomohou vám i v dalším rozvoji prostorové představivosti. Některé příklady m. b. jsou ponechány jako úlohy doprovázené částečnými výsledky k řešení vám samotným.