Řetězové zlomky

Výsledky cvičení. Seznam literatury

In: Pavel Vít (author): Řetězové zlomky. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1982. pp. 153–156.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404022

VÝSLEDKY CVIČENÍ

Kapitola 1:

1. (a): $2, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{43}{19}, \frac{95}{42}$; (b): $3, \frac{13}{4}, \frac{94}{29}, \frac{107}{33}, \frac{308}{95}$; (c) $0, \frac{1}{3}, \frac{8}{25}, \frac{17}{53}$; (d) $10, \frac{101}{10}, \frac{1020}{101}; \frac{10301}{1020}$.

2. (a): (5, 1, 1, 5); (b): (3, 1, 2, 2, 1, 3), (c): (0, 1, 1, 2, 1, 1, 6, 2).

3. Např. $(2, 1, 3, 1)=(2, 1, 4)=\frac{14}{5}$.

Kapitola 2:

3. (1, 1, 3, 3, 3, 1, 5, 4, 4, 1, 3).

Kapitola 3:

1. (a): $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \frac{11}{30}$; (b): $1, 2, \frac{5}{3}, \frac{17}{10}, \frac{39}{23}$; (c): $2, \frac{11}{5}, \frac{13}{6}, \frac{24}{11}, \frac{61}{28}, \frac{451}{207}, \frac{4571}{2098}$; (d): $0, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{5}{29}, \frac{11}{64}, \frac{38}{221}, \frac{125}{727}, \frac{663}{3856}$; (e): $0, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}, \frac{10}{33}, \frac{33}{109}, \frac{109}{360}, \frac{360}{1189}$.

2. (a): $0, 1, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{8}{11}, \frac{11}{15}, \frac{30}{41}$; (b): $1, \frac{8}{7}, \frac{25}{22}, \frac{83}{73}, \frac{274}{241}, \frac{2001}{1760}$; (c): $1, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{5}, \frac{11}{8}, \frac{29}{21}, \frac{69}{50}, \frac{98}{71}, \frac{167}{121}, \frac{265}{192}, \frac{697}{505}$; (d): $0, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{11}, \frac{4}{15}, \frac{15}{56}, \frac{49}{183}, \frac{64}{239}, \frac{177}{661}, \frac{241}{900}, \frac{900}{3361}$; (e): $0, \frac{1}{6}, \frac{4}{25}, \frac{9}{56}, \frac{13}{81}, \frac{22}{137}, \frac{57}{355}, \frac{250}{1557}, \frac{1557}{9697}$.

3. $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}$: k-tý sblížený zlomek je $\frac{u_{k+1}}{u_k}$, kde u_k, (u_{k+1}) označuje k-tý ($(k+1)$-ní) člen Fibonacciho posloupnosti.

Kapitola 4:

3. $\frac{P_5}{Q_5}=\frac{13}{41}$; $\left|0{,}317317-\frac{13}{41}\right|<\frac{1}{2583}<0{,}0004$; $\delta=0{,}317317-\frac{13}{41}=$ $=0{,}0002$.

Kapitola 6:

1. Sblížené zlomky: $1, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{41}{29}, \frac{99}{70}$, vsunuté zlomky: $2, \frac{4}{3}, \frac{10}{7}, \frac{24}{17}$, $\frac{58}{41}, \frac{140}{99}$; z nich nejlepší přiblížení: $\frac{4}{3}, \frac{24}{17}, \frac{140}{99}$.
2. $q_{19}=2$.
3. Postačí hodnota $e=2{,}71828$.

Kapitola 7:

1. $q=3$ nebo 7.

Kapitola 8:

$-\frac{96}{65}=(-2, 1, 1, 10, 3)$; $-2, -1, -\frac{3}{2}, -\frac{31}{21}, -\frac{96}{65}$.

Kapitola 9:

1. (a) $\frac{99}{70}$, $\delta<\frac{1}{11830}=0{,}00008$; (b) $\frac{26}{15}$, $\delta<\frac{1}{615}=0{,}0016$; (c) $\frac{2889}{1292}$, $\delta<\frac{1}{1292.5473}<\frac{1}{1000.5000}=0{,}0000002$.
2. (b) $(7, \overline{1, 2, 7, 2, 1, 14})$; (c) $(7, \overline{1, 4, 3, 1, 2, 2, 1, 3, 4, 1, 14})$.

3. (a) $(3, \overline{1, 4})$; (b) $(\overline{2, 1, 2})$.

4. $(3, \bar{2})$ a $(0, 1, 1, \bar{2})$.

7. (a) $(0, 3, 3, 9, \ldots)$; (b) $(0, 2, 10, 2, \ldots)$; (c) $(1, 2, 1, 1, 18, \ldots)$.

Kapitola 11:

1. (a) $1+\sqrt{2}$; (b) $2+\sqrt{5}$; (c) $4+\sqrt{17}$; (d) $5+\sqrt{26}$.

2. (a) $2+\sqrt{6}$; (b) $3+\sqrt{12}$; (c) $4+\sqrt{24}$; (d) $5+\sqrt{27}$; (e) $6+\sqrt{38}$.

3. (a) $\dfrac{4+\sqrt{37}}{7}$; (b) $\dfrac{6+\sqrt{101}}{5}$; (c) $\dfrac{9+2\sqrt{39}}{15}$.

5. $5x^2-18x-4=0$; $\alpha=\dfrac{9+\sqrt{101}}{4}$, $\beta=\dfrac{9+\sqrt{101}}{5}$.

6. (a) $(\bar{2})$; (b) $(\overline{1, 4, 1, 1})$.

Kapitola 12:

1. (a) $(7, \overline{1, 1, 1, 1, 1, 1, 14})$; (b) $(9, \overline{4, 1, 1, 4, 18})$; (c) $(10, \overline{20})$.

2. $\sqrt{n^2+1}=(n, \overline{2n})$.

Kapitola 13:

1. $\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}$.

2. $\dfrac{20-\sqrt{2}}{8}$.

Kapitola 16:

2. (a) 3; (b) 12.

3. (a) 3; (b) 6, 17, 28, 39, 50; (c) 13; (d) 4; (e) 15; (f) 24; (g) 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32; (h) 99, 206, 313; (i) 81; (j) 200, 751, 1302, 1853, 2404.

Kapitola 17:

2. (a) jediné řešení $(10, 1)$; (b) nekonečně mnoho řešení $(100+13n, n)$, $n \in \mathbb{N}$; (c) dvě řešení $(1, 14)$ a $(3, 7)$; (d) nekonečně mnoho řešení $(15+21n, 15+25n)$, $n \in \mathbb{N}_0$; (e) žádné řešení.
3. (u všech řešení jsou vynechána čísla $-bt$, $+at$ a jsou — s výjimkou cvičení (i) — uváděny kladné hodnoty x_0, y_0) (a) $(8, 7)$; (b) $(9, 1)$; (c) $(5, 4)$; (d) $(7, 2)$; (e) $(28, 25)$; (f) $(3, 30)$; (g) $(3, 11)$; (h) $(9, 38)$; (i) $(-9, -3)$; (j) $(5, 8)$.

Kapitola 18:

1. $N=2:(3, 2)$; $N=5:(9, 4)$; $N=10:(19, 6)$; $N=13:(649, 180)$; $N=17:(33, 8)$; $N=26:(51, 10)$; $N=29:(9801, 1820)$; $N=37:(73, 12)$; $N=41:(2049, 320)$; $N=50:(99, 14)$.
3. (a) $x_{k+1}=2x_k+3y_k$, $y_{k+1}=x_k+2y_k$: $(7, 4)$, $(26, 15)$, $(97, 56)$; (b) $x_{k+1}=3x_k+8y_k$, $y_{k+1}=x_k+3y_k$: $(17, 6)$, $(99, 35)$, $(577, 204)$.
4. (a) $(66249, 9100)$; (b) $(485, 66)$.

SEZNAM LITERATURY

[1] Davenport H.: The Higher Arithmetic, An Introduction to the Theory of Numbers, ruský překlad Nauka Moskva 1965

[2] Hardy G. H.—Wright E. M.: An Introduction to the Theory of Numbers, německý překlad R. Oldenbourg München 1958

[3] Chinčin A. J.: Řetězové zlomky, Přírodovědecké vydavatelství Praha 1952

[4] Perron O.: Die Lehre von den Kettenbrüchen, 3. verbesserte und erweiterte Auflage, Bd. I. Elementare Kettenbrüche, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart 1954

[5] Rychlík K.: Úvod do elementární číselné theorie, Přírodovědecké nakladatelství Praha 1950

[6] Sierpiński W.: Czym sie zajmuje teoria liczb, Wiedza powszechna Warszawa 1957