

O nerovnostech a nerovnicích

Kapitola 3. Množiny

In: František Veselý (author); Jan Vyšín (other); Jiří Veselý (other):
O nerovnostech a nerovnicích. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1982.
pp. 19–22.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/404005>

Terms of use:

© Marie Veselá, 1963

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kapitola 3.

MNOŽINY

Pojem množiny je blízký pojmu souhrn nebo soubor. Každá množina se skládá z předmětů, které mohou být jakékoli povahy (konkrétní nebo abstraktní) a jsou od sebe dobře rozlišitelné; nazýváme je prvky množiny. Množina je určena, je-li dán předpis, podle kterého můžeme o každém předmětu jakékoli povahy rozhodnout, zda je nebo není prvkem této množiny. Prvky tvořící množinu mohou být různorodé předměty, neboť předmětem studia v teorii množin nejsou jednotlivé prvky, nýbrž jen vlastnosti příslušných souborů, při nichž se k vlastnostem jeho prvků nepřihlíží. Stanovíme-li například, že prvky jisté množiny jsou planeta Mars, číslo 7 a písmeno A , je tím tato množina určena. My se ovšem budeme zajímat hlavně o množiny složené z takových prvků, s nimiž se setkáváme v aritmetice, v algebře a v geometrii. V matematice se též zavádí tzv. prázdná množina. Tak označujeme množinu, která nemá žádný prvek. Prázdná množina se obvykle označuje znakem \emptyset .

Pro označování množin se užívá nejčastěji velkých písmen, pro označování jejich prvků malých písmen. Řekne-li se, že „ x je prvkem množiny M “, zaznamená matematik tento vztah mezi množinou M a prvkem x zápisem $x \in M$. Uvedený zápis se čte někdy i jinak, jako např. „ x patří do množiny M “ nebo „ x náleží do množiny M “ apod. Při užívání takových rčení je však třeba dávat

pozor na to, že slovesa patřit a náležet mohou mít i jiný význam. V této knížce nebudeme užívat speciálních značek, které matematikové užívají v teorii množin, neboť nám jde jen o to, abyste se trochu seznámili s pojmy prvek množiny, množina, sjednocení a průnik množin.¹⁾ Někdy se užívá k zápisu množin takového způsobu, že se do složených závorek zapíše označení všech prvků množiny. Jindy se do takových závorek zapíše takové matematické výrazy, které podle smluvené dohody umožňují zjistit prvky takto označené množiny. S některými zápisy tohoto druhu se v této knížce setkáte. Uvedeme nyní několik příkladů množin, přičemž se omezíme jen na množiny čísel reálných:

1. $M_1 = \{0\}$, 2. $M_2 = \{1\}$, 3. $M_3 = \{0, 1, 2\}$, 4. $M_4 = \{2, 0, 1\}$, 5. M_5 označíme množinu všech reálných kořenů rovnice $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$, 6. M_6 označíme množinu všech racionálních kořenů rovnice $x^2 - 2x - 7 = 0$, 7. M_7 označíme množinu všech přirozených čísel, 8. M_8 označíme množinu všech celých čísel, 9. M_9 označíme množinu všech reálných čísel, 10. M_{10} označíme množinu, která nemá žádný prvek.

K uvedených příkladům připojíme tyto poznámky:

a) 1 je prvkem množin $M_2, M_3, M_4, M_5, M_7, M_8, M_9$. Číslo $1 + 2\sqrt{2}$ je prvkem množiny M_9 .

b) Na příkladu množiny M_6 je vidět účelnost pojmu prázdné množiny. Je ovšem třeba rozlišovat mezi množinou M_1 a M_{10} , neboť množina M_1 má jeden prvek, tj. číslo 0, avšak M_6 a M_{10} nemají žádný prvek. Stejně nelze zaměňovat pojem množiny o jednom prvku s pojmem prvku této množiny. Je totiž pravdivý výrok „1 je prvkem $\{1\}$ “, ale věta „ $\{1\}$ je prvkem 1“ nemá vůbec smysl.

¹⁾ Dnešnímu čtenáři jsou tyto pojmy pravděpodobně běžné.

c) Dvě množiny pokládáme za rovné, jestliže se skládají z týchž prvků. Je tedy např. $M_3 = M_4 = M_5$. Také $M_6 = M_{10} = \emptyset$.

d) Množina všech přirozených čísel je přesné označení určité množiny, tj. v našem případě M_7 , kdežto název množina přirozených čísel je označení pro takové množiny, jejichž prvky jsou jen přirozená čísla. Obdobnou poznámku bychom mohli učinit o množinách všech celých čísel nebo všech reálných čísel.

Sjednocením dvou množin A , B nazýváme takovou množinu C , o jejíchž prvcích platí, že každý z nich je prvkem množiny A nebo množiny B . Tak např. sjednocením množin $\{1, 2, 3, 4\}$ a $\{3, 4, 5\}$ je množina $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Obdobně se definuje sjednocení libovolného počtu množin. Tak např. sjednocením množin M_1 , M_2 , M_3 je množina $M_3 = M_4 = M_5$. *Průnikem* dvou množin A , B nazýváme takovou množinu D , jejímiž prvky jsou všechny společné prvky množin A , B . Je tedy průnikem množin $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{3, 4, 5\}$ množina $\{3, 4\}$. Obdobně se definuje průnik libovolného počtu množin. Je jistě zřejmé, že průnikem dvou množin, které nemají žádné společné prvky, je prázdná množina. Tak např. průnikem množin M_1 a M_2 je množina M_{10} .

Některých pojmů teorie množin i množinových operací se užívalo již dříve, než vznikl název množiny i jiné odborné názvy s pojmem množiny souvisící. V budování teorie množin učinil první kroky pražský rodák *Bernard Bolzano* (1781—1848), vynikající logik a matematik. O její rozvoj se zasloužil zejména německý matematik *Georg Cantor* (1845—1918). K mohutnému rozvoji teorie množin došlo však teprve ve dvacátém století a velmi se o něj zasloužili matematikové sovětští a polští. V teorii množin a v oborech matematiky, které na ní byly nejdříve budovány, dosáhli významných výsledků též ma-

tematikové čeští, zejména akademik *Eduard Čech* (1893 až 1960) a jeho velmi nadaný žák *Bedřich Pospíšil* (1912—1944), který se stal obětí nacistické perzekuce.