O grupách

9. kapitola. Závěr

In: Ladislav Rieger (author): O grupách. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1974. pp. 139–[140].

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403820

9. kapitola

ZÁVĚR

V předchozí, poslední kapitole našich výkladů o grupách, jsme se z dálky (dílem ze značné dálky, která dává bohužel splývat pevným obrysům), podívali na alespoň něco z toho, co jsme si na teorii grup a jejich užitích nestačili prohlédnout zblízka.

Neuškodí však také přehlédnout jediným krátkým pohledem za sebe tu cestu — tu malou počáteční část výstupu k teorii grup — kterou jsme skutečně prošli.

S pojmem grupy jsme se seznámili v jeho zvláště důležitě uskutečněné podobě grupy zákrytových pohybů. Vyzdvihnuvše typické vlastnosti skládání zákrytových pohybů (opět v zákrytové pohyby) ve tvar čtyř axiomů, shledali jsme, že takovouto zákonitostí, takovými vlastnostmi jsou obdařeny i četné jiné druhy skládání. To nás vedlo k obecnému, abstraktnímu pojmu grupy, jakožto souboru nějakých prvků, které lze po dvou „skládat" — říkali jsme: grupově násobit — tak, že jsou splněny axiomy 1—4.

Zároveň jsme byli vedeni k důležitému pojmu isomorfismu: dvě grupy platily za isomorfní, když měly nejen stejný počet prvků (prvky z jedné grupy se daly vzájemně jednoznačně zobrazit na prvky z druhé), nýbrž i tehdy, když skládání, zhruba řečeno, v obou probíhalo stejně, takže se dalo skládání v jedné grupě přenesením úplně nahradit skládáním podle gruhé grupy — a obráceně. Vyzdvihli jsme, že vlastním předmětem bádání abstraktní teorie grup nejsou samotné (konkrétní) grupy, nýbrž hned celé typy grup navzájem isomorfních. Tím poučky abstraktní teorie grup nabývají největší možné obecnosti, obecné aplikovatelnosti (na každou jednotlivou grupu z grup vzájemně isomorfních, kdekoli by se vyskytla) a zároveň co největší přesnosti a jasnosti — ovšem to vše za cenu určité myšlenkové nesnadnosti pro toho, kdo není zvyklý myslet abstraktně.

Abstrakci, jak se ukázalo, je možno i nutno vyvažovat obráceným pochodem konkretizace a realizace abstraktních pojmů teorie grup. To bylo ukázáno především na isomorfní reprezentaci každé abstraktní konečné grupy, lépe řečeno: každého z možných typů isomorfismu konečných grup, konkrétní grupou číselných matic. (Byl předveden ovšem jen nejjednodušší, prakticky i teoreticky málo významný ukázkový způsob takové reprezentace.)

Věnovali jsme se dále několika více méně namátkou vybraným příkladům základních pouček abstraktní teorie grup a příslušných důkazových metod. Podali jsme také několik aplikací (v matematice), z nichž byl poměrně nejtěžší výklad a důkaz jednoduchosti alternujících grup stupně n.

A nakonec, po této námaze, jsme se podívali, jak již bylo řečeno, z dálky a zhruba na některé vyšší výsledky, úkoly a aplikace teorie grup.