Druhý výlet do moderní matematiky

Předmluva

In: Jan Vyšín (author); Jitka Kučerová (author): Druhý výlet do moderní matematiky. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1973. pp. 3–[6].

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403782

PŘEDMLUVA

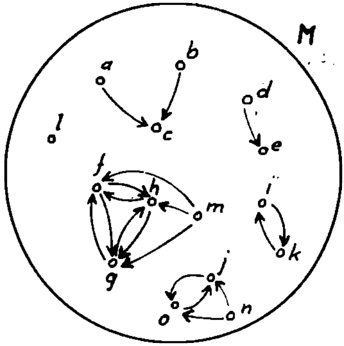
První výlet do moderní matematiky (ŠMM svazek 30) začal a skončil v zemi množin. Při zpáteční cestě jste se setkali s množinovými operacemi, tj. poznali jste, jak lze manipulovat s celými množinami — tvořit jejich průniky, sjednocení apod. To vám jistě vnuklo myšlenku, podívat se i na „život uvnitř množin". Je to nepochybně nápad dobrý, protože množiny, v kterých se něco děje, jsou všude kolem nás. Matematikové, kteří mají rádi učené názvy, říkají množinám, v nichž bují vnitřní život,

STRUKTURY

Tato učenost se dá vysvětlit snadno i člověku, který toho mnoho z matematiky neumí. Představte si, že na dvoře stojí skupina 15 dětí z několika rodin: to je „mrtvá množina ***M***". Ale děti začnou hrát hru: „ukaž svou sestru", při níž každé dítě má ukázat na všechny své sestry. Cizí návštěvník, který nezná děti ani jejich jména, si nakreslí takový obrázek, jako je obr. I.

Z tohoto nakresleného záznamu vyčte např., že a, b jsou dva bratři, c je jejich sestra; e je dívka, d je její bratr; f, g, h jsou tři sestry, m je jejich bratr; i, k jsou dvě sestry, l je buď dívka, která tu nemá sourozence, nebo chlapec, který tu nemá sestru. Hra „ukaž svou sestru" odkryla jisté vztahy mezi dětmi skupiny ***M*** — matematikové říkají, že v množině ***M*** je definována *relace:* „množina ***M*** ožila"!

Množiny mohou ovšem „ožít" pomocí složitějších relací: tak např. v rovině sestrojíme ke každým dvěma bodům X, Y bod Z, který je středem dvojice X, Y, a studujeme vlastnosti této operace „střed". Ukáže se, že toto „oživení" roviny je velmi důmyslné: získáme tak nové východisko pro zkoumání geometrických vlastností.



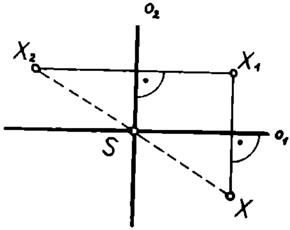
Obr. I.

Tak tedy při novém výletě si budete všímat dvojího druhu „oživení" množin: jednak tzv. *binárními**) *relacemi*, jednak tzv. *binárními operacemi*. Však jste ve škole poznali mnoho jejich příkladů, ovšem jen v množinách číselných a bodových: třeba $x = y$, $x < y$, x je dělitel čísla y, x je zbytek při dělení čísla y pěti, X je obraz bodu Y v dané středové souměrnosti — to jsou příklady (binárních) relací. Sčítání dvou čísel, násobení dvou čísel, výpočet aritmetického nebo geometrického průměru

*) Slovo „binární" (latinsky bis — dvakrát) znamená, že jde buď o vztah mezi dvěma prvky nebo operaci s dvěma prvky. Slovo „binární" budeme zpravidla vynechávat.

dvou čísel, operace „střed" — to jsou příklady (binárních) operací.

Zejména nás budou zajímat zvláštní případy relací — zobrazení, permutace, shodná zobrazení a pak ještě něco mnohem složitějšího: operace s prvky, které nejsou ani čísla, ani body, ale zobrazení. Také to není svět vám zcela



Obr. II.

neznámý: v geometrii jste skládali např. dvě souměrnosti podle os o_1, o_2 navzájem kolmých a dostali jste souměrnost podle středu S — průsečíku přímek o_1, o_2. Na obr. II. vidíte názorně, co „skládání souměrností" znamená: sestrojíme obraz X_1 bodu X v souměrnosti podle osy o_1, pak obraz X_2 bodu X_1 v souměrnosti podle osy o_2 a výsledek? Pro každý bod X je X_2 jeho obraz v souměrnosti podle středu S. Jednoduchým důsledkem tohoto „oživení" roviny je např. geometrická věta: Je-li rovinný obrazec souměrný podle dvou os navzájem kolmých, je souměrný i podle jejich průsečíku.

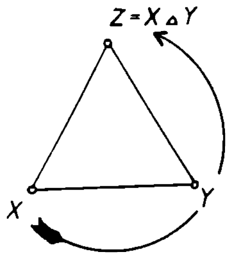
Jiné „oživení" roviny způsobí např. tato operace:

K dvěma daným různým bodům X, Y roviny ϱ sestrojíme bod $Z = X \triangle Y$ tak,

(a) aby vznikl rovnostranný trojúhelník XYZ;

(b) aby smysl obíhání XYZ byl proti pohybu hodinových ručiček (obr. III).

Definici operace $X \triangle Y$ doplníme pro $X = Y$ takto: $X \triangle X = X$. Tato geometrická operace má zajímavé vlastnosti a dává podnět k řešení řady úloh; můžeme se např. ptát, které body roviny jsou „sestrojitelné" operací $\triangle$, vyjdeme-li ze dvou pevných bodů $A \neq B$. Zde je otevřené pole pro experimentování a zobecňování.



Obr. III.

Doufáme, že se na výletě přesvědčíte sami, že takovéto operace s geometrickými zobrazeními a operacemi k něčemu jsou a že se neleknete ani nového „učeného" názvu „grupa", s kterým se setkáte.

Na druhý výlet se vypravíte s podobnou výbavou jako na první. V tomto svazečku jsme vybrali řadu úloh z učebních textů, podle kterých se učí žáci pokusných základních škol. K úlohám je připojeno v mnoha případech řešení a samozřejmě i srozumitelný výklad: máte tedy na výlet dobrého průvodce. Neujedete podle vzoru různých autokarových zájezdů stovky kilometrů, neuvidíte desítky atrakcí, ale navštívíte několik pěkných matematických zákoutí a vrátíte se snad chytřejší, osvěženější a zvědavější, než jste vyjeli.

Šťastnou cestu!