

Vytvořující funkce

Návody ke cvičením

In: František Zítek (author): Vytvořující funkce. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1972. pp. 145–[146].

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403749>

Terms of use:

© František Zítek, 1972

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

NÁVODY KE CVIČENÍM

Řešení některých cvičení by zpočátku mohlo méně zkušeným čtenářům působit potíže a odrazovat je tak od dalšího studia. Uvádíme zde proto stručné, heslovité návody (nikoli výsledky) k řešení. Neznamená to přirozeně, že úlohy nelze řešit i jinak; ostatně doufáme, že se každý čtenář vždy nejprve pokusí rozrešit cvičení samostatně.

I.

$$2. \quad x^2 = (1 + x - 1)^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (1 + x)^{n-k}.$$

$$3. \quad (1 + 2x)^n = (x + x + 1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k (x + 1)^{n-k}.$$

$$4. \quad \binom{n}{k} \frac{1}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \frac{1}{n+1}.$$

$$5. \quad (1 - x)^{2n} = \sum_{m=0}^{2n} \binom{2n}{m} (-1)^m x^m = \\ = \sum_{k=0}^n \binom{2n}{2k} x^{2k} - \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{2k+1} x^{2k+1},$$

$$(1-x)^{2n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{2k} x^{2k} -$$

$$- \sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{2k+1} x^{2k+1}.$$

7. Indukcí pomocí (19).
8. $F_n(n) = n!$, $F_n(-1) = (-1)^n n!$; viz též (24).
10. Pomocí (32').
17. a, b) — pomocí (57), (59) a (42');
c, d) — pomocí (64) indukcí.
19. Dosazením (16) do (57).
20. Dosazením $x = 0$ do $D_F^k x^n = \Delta^k x^n$.
21. Pomocí (66).

II.

5. Pomocí (I.11).
31. Dosazením $x = 1/3$.

III.

1. c) $k^2 = k(k-1) + k$,
d) $k^3 = k(k-1)(k-2) + 3k(k-1) + k$.
8. Pomocí (II.35) a (II.18).