NÁVODY KE CVIČENÍM

Řešení některých cvičení by zpočátku mohlo méně zkušeným čtenářům působit potíže a odrazovat je tak od dalšího studia. Uvádíme zde proto stručné, heslovité návody (nikoli výsledky) k řešení. Neznamená to přirozeně, že úlohy nelze řešit i jinak; ostatně doufáme, že se každý čtenář vždy nejprve pokusí rozřešit cvičení samostatně.

I.

2. $x^2 = (1 + x - 1)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} (1 + x)^{n-k}.$

3. $(1 + 2x)^n = (x + x + 1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k (x + 1)^{n-k}.$

4. $\binom{n}{k} \frac{1}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \frac{1}{n+1}.$

5. $(1 - x)^{2n} = \sum_{m=0}^{2n} \binom{2n}{m} (-1)^m x^m =$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{2n}{2k} x^{2k} - \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{2k+1} x^{2k+1},$$

$$(1-x)^{2n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{2n+1}{2k} x^{2k} -$$

$$- \sum_{k=0}^{n} \binom{2n+1}{2k+1} x^{2k+1} .$$

7. Indukcí pomocí (19).
8. $F_n(n) = n!$, $F_n(-1) = (-1)^n\, n!$; viz též (24).
10. Pomocí (32′).
17. a, b) — pomocí (57), (59) a (42′);
    c, d) — pomocí (64) indukcí.
19. Dosazením (16) do (57).
20. Dosazením $x = 0$ do $\mathrm{D}_F{}^k x^n = \Delta^k x^n$.
21. Pomocí (66).

II.

5. Pomocí (I.11).
31. Dosazením $x = 1/3$.

III.

1. c) $k^2 = k(k-1) + k$,
   d) $k^3 = k(k-1)(k-2) + 3k(k-1) + k$.
8. Pomocí (II.35) a (II.18).