Co víme o přirozených číslech

1. Zopakujme si základní pojmy

In: Jiří Sedláček (author): Co víme o přirozených číslech. (Czech). Praha: Mladá fronta, 1961. pp. 5–8.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403437

1.

ZOPAKUJME SI ZÁKLADNÍ POJMY

●

V této knížce budeme předpokládat, že čtenář umí počítat s *přirozenými* čísly

$$1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5, \ 6, \ldots$$

Základy této znalosti si každý z nás přináší už z předškolního věku: Takřka souběžně s tím, jak si dítě osvojuje mateřský jazyk, seznamuje se i s významem malých přirozených čísel. Počítání s přirozenými čísly nás učí ovšem až národní škola. Přirozená čísla sčítáme, odčítáme, násobíme a dělíme a později se seznámíme i s umocňováním a odmocňováním. Všechny tyto početní výkony se řídí určitými pravidly; tak např. pro sčítání platí zákon komutativní $a + b = b + a$ a zákon asociativní $(a + b) + c = a + (b + c)$ apod. Budeme zde předpokládat, že jsou čtenáři ze školy známy i všechny tyto aritmetické zákony.

V této knížce si budeme všímat dělitelnosti přirozených čísel; je však účelné rozšířit obor všech přirozených čísel ještě o číslo 0. Čísla 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,… se stručně nazývají *celá nezáporná* čísla.

Ve škole i v praxi zapisujeme čísla obvykle v tzv. *desítkové* (*dekadické*) soustavě, přičemž používáme deseti *číslic* (*cifer*) 0, 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. V této knížce budeme mluvit vesměs jen o číslech vyjádřených v desítkové soustavě a nebude tedy nutné, abychom v jednotlivých případech zvlášť zdůrazňovali, že se jedná o soustavu desítkovou.

V řadě školských i olympijských úloh je třeba dobře znát různé vlastnosti čísel vyplývající z vyjádření v desítkové soustavě. Zopakujme si proto tuto školskou partii na příkladech 1 a 2.

Příklad 1. Dvojciferné číslo má ciferný součet rovný číslu 9. Jestliže vzájemně vyměníme obě číslice, dostaneme nové číslo, které je o 45 větší než číslo původní. Určete původní číslo.

Řešení. Jestliže hledané dvojciferné číslo má první číslici x a druhou y, potom toto číslo má ciferný součet $x + y = 9$. Ze školy víme, že hledané číslo je možno vyjádřit ve tvaru $10x + y$. Vyměníme-li vzájemně obě číslice, dostaneme nové číslo, které má první číslici y a druhou x; toto nové číslo je možno tedy psát ve tvaru $10y + x$. Podle podmínek uvedených v textu příkladu je číslo $10y + x$ o 45 větší než číslo $10x + y$, což můžeme vyjádřit rovnicí $10y + x = 10x + y + 45$. Tuto rovnici už snadno upravíme na tvar $9y - 9x = 45$ čili $y - x = 5$.

Zatím jsme tedy našli soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

$$x + y = 9,$$
$$y - x = 5.$$

Sečtením dostaneme $2y = 14$ čili $y = 7$, odečtením vychází $2x = 4$ čili $x = 2$.

Odpověď. Hledané dvojciferné číslo je číslo 27.*)

Další příklad, kterým se zde budeme zabývat, je zajímavý tím, že vede k sestavení jedné lineární rovnice o dvou neznámých. To vypadá na první pohled jako nedostatečně určená úloha, neboť ze školy víme, že rovnice tohoto druhu má nekonečně mnoho řešení. Náš příklad je však zvláštním

*) Přenecháváme čtenáři, aby se zkouškou přesvědčil, že číslo 27 skutečně vyhovuje podmínkám popsaným v příkladě 1.

případem takovéto rovnice a touto zvláštností je právě zajímavý.

Příklad 2. Trojciferné číslo je zakončeno číslicí 4. Přesuneme-li tuto číslici na první místo (a ostatní dvě číslice ponecháme beze změny), dostaneme číslo, které je o 81 menší než číslo původní. Určete původní číslo.

Řešení. První číslici hledaného čísla označme x a druhou číslici y. Hledané číslo má tedy tvar $100x + 10y + 4$. Přesuneme-li číslici 4 na první místo, vznikne nové číslo $400 + 10x + y$, které je o 81 menší než číslo původní. Tuto okolnost můžeme nyní vyjádřit rovnicí

$$400 + 10x + y = 100x + 10y + 4 - 81.$$

Sestavili jsme tedy jednu lineární rovnici o dvou neznámých a v našem příkladě nejsou již pro hledané číslo popsány žádné další podmínky, kterých bychom při řešení mohli využít. To však nevadí, neboť naše rovnice se snadnou úpravou převede na tvar $90x + 9y = 477$. Dělíme-li obě strany této rovnice devíti, vychází $10x + y = 53$. Na levé straně této rovnice máme vlastně vyjádřeno dvojciferné číslo, jehož první číslice je x a druhá y, na druhé straně této rovnice je pak napsáno dvojciferné číslo 53. Z této úvahy vyplývá, že platí $x = 5$, $y = 3$.

Odpověď. Našli jsme číslo 534.*)

Úlohy

1. Které n-ciferné číslo ($n \geq 2$) má první číslici x, druhou číslici y a ostatní číslice rovné nule?

*) Zkoušku zde opět přenecháváme čtenáři.

2. Které dvojciferné číslo se po vzájemné výměně obou číslic zvětší o 37?

3. Je-li číslo zakončeno číslicí 5, pak jeho druhá mocnina je zakončena dvojčíslím 25. Dokažte!

4. Čtyřciferné číslo je zakončeno číslicí 2. Přesuneme-li tuto číslici na první místo (a ostatní tři číslice ponecháme beze změny), dostaneme číslo, které je o 234 větší než číslo původní. Určete původní číslo.