

Počátky teorie matic v Českých zemích a jejich ohlasy

Střípky z pozdějších ohlasů v našich zemích

In: Martina Štěpánová (author): Počátky teorie matic v Českých zemích a jejich ohlasy. (Czech). Praha: Matfyzpress, vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty UK, Praha, 2014. pp. 349–356.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403394>

Terms of use:

© Matfyzpress, vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty UK, Praha

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

7 Stríčky z pozdějších ohlasů v našich zemích

Po ohlasech od brněnských matematiků se již v českých zemích nevytvořil obdobný kolektiv, který by Weyrovu teorii (či jiné výsledky z období počátků teorie matic v českých zemích) blíže studoval, rozvíjel nebo využíval v aplikacích. Další reakce na Weyrovy výsledky přicházely izolovaně. Nejvýraznější vzešly od Jindřicha Bečváře; první z jeho prací týkajících se Eduarda Weyra byla publikována v polovině devadesátých let 20. století.

Vraťme se však nejdříve o několik desetiletí do minulosti. V roce 1970, tj. v době, kdy se schylovalo k vydání Borůvkovy učebnice *Základy teorie matic*, prvního česky psaného knižního zpracování Weyrových výsledků, publikovala Jana Tvrdá (nar. 1945) článek

- *Vznik teorie matic* [Tv1],

v němž regovala mimo jiné na Weyrovu práci *O teorii forem bilineárných*. O rok později vyšel anglický překlad její práce pod názvem *On the origin of the theory of matrices*.

Budeme-li uvažovat i slovenské matematiky, nemůžeme opomenout několik prací Jozefa Moravčíka (1934–2005) a jeho spolupracovníků. V nich došlo k odklonu od algebraické podstaty problematiky a k využití Weyrovy teorie v matematické analýze.

V osmdesátých letech, konkrétně v roce 1986, publikovali Jozef Moravčík a Šim Borisovič Norkin rusky psanou práci, jejíž název v angličtině je

- *Weyr's theory and linear systems with a constant matrix* [MN1].

Spolupráce těchto matematiků vyústila v roce 1993 v článek nazvaný

- *Sistemy s posledejstviem i teorija Vejra* [MN2].

Typickým znakem uvedených Moravčíkových prací je využití Weyrovy teorie k řešení diferenciálních nebo diferenčních rovnic. Nejinak je tomu u společné poznámky Janky Feťkové, Pavola Marušiaka (1935–2000) a Jozefa Moravčíka nazvané

- *Autonomous systems of difference equation and Weyr's theory of matrices* [FMMo1],

kteřá byla publikována roku 1999, a také u Moravčíkova článku

- *Autonomous delay difference systems and Weyr's theory of matrices* [Mr1]

z téhož roku.

7.1 Eduard Weyr a historie matematiky

Přibližně v polovině devadesátých let 20. století začala vycházet edice Dějiny matematiky věnovaná mimo jiné významným osobnostem české matematické komunity a vývoji jednotlivých matematických disciplín. Jejím druhým svazkem, který vyšel roku 1995, je monografie

- *Eduard Weyr (1852–1903)* [Be1].

Sepsali ji Jindřich Bečvář, Josef Daneš, Jaroslav Fuka, Zbyněk Nádeník a Luděk Zajíček, převažující část knihy je však prací prvního jmenovaného. Jindřich Bečvář je autorem jak dvou biografických částí věnovaných Weyrově rodině a Eduardu Weyrovi samotnému, tak dvou příspěvků, které se zabývají Weyrovými idejemi v lineární algebře. Než se s nimi blíže seznámíme, podotkněme, že kniha obsahuje rovněž články věnované geometrickým pracím Eduarda Weyra (Z. Nádeník), jeho výsledkům z analýzy (J. Daneš, J. Fuka) a Weyrově sporu s Janem Vilémem Pexiderem o původnosti Weyrovy knihy *Počet diferenciální* (J. Bečvář, L. Zajíček).

Zmíněné dva příspěvky věnované lineární algebře se nazývají

- *Eduard Weyr, lineární algebra a teorie hyperkomplexních čísel* [Be2] a
- *Weyrova teorie charakteristických čísel* [Be3].

V prvním z nich se autor, jak název napovídá, věnoval Weyrovým textům, které obsahují problematiku lineární algebry či přesahují do teorie hyperkomplexních čísel. Jedná se o práce *Verification der Multiplicationsformel für Determinante, O základní větě v teorii matic, Sur la théorie des quaternions, O řešení lineárních rovnic, Sur la théorie des matrices, Répartition des matrices en espèces et formation de toutes les espèces, O binárních maticích, Sur la réalisation des systèmes associatifs de quantités complexes à l'aide des matrices, Note sur la théorie des quantités complexes formées avec n unités principales, O teorii forem bilineárných* (1889 i 1901) a *Zur Theorie der bilinearen Formen*.

Weyrovy myšlenky a poznatky prezentované v jeho jednotlivých pracích jsou zasazeny do historického kontextu a konfrontovány s výsledky tehdejší světové vědy.

Představeny jsou všechny podstatnější ideje Eduarda Weyra. Od věty o násobení determinantů, důkazu Cayleyovy-Hamiltonovy věty, zavedení matic e^M a $\log M$, studia soustav lineárních rovnic až k významným poznatkům souvisejícím s teorií matic, včetně studia lineárních asociativních algeber a hyperkomplexních čísel. Z výsledků obsahujících aparát teorie matic jmenujme souvislost stupně minimálního polynomu matice A a nulity matice $A - \lambda E$, odhady nulity součinu dvou matic, charakteristická čísla matice, *typický tvar* matice, úplný systém invariantů podobnosti matic, vztah matic druhého řádu ke kvaternionům, strukturní vzorce a strukturní konstanty lineární algebry, reprezentace lineární asociativní algebry v algebře matic či konvergenci maticové mocninné řady. Po tomto rozboru (přibližně 19 stran) následují poznámky k textu (6 stran). Mnohé z nich obsahují citace knižních pramenů, domácí i zahraniční reakce na studované Weyrovy práce apod.

Na tento článek plynule navázal příspěvek následující. V devítistránkovém textu nazvaném *Weyrova teorie charakteristických čísel* přeformuloval Jindřich Bečvář v té době přibližně sto let starou teorii do moderní řeči vektorových prostorů a homomorfismů, včetně použití adekvátní současné terminologie. Upozorněme, že v termínu označujícím pojem charakteristické číslo, který není běžnou součástí základní teorie matic, a tudíž ani její terminologie, zdůraznil Jindřich Bečvář jméno matematika, který tento pojem zavedl. Nazval jej *Weyrovo charakteristické číslo*.

Ve výkladu Weyrovy teorie charakteristických čísel použil především pojmů dimenze jádra endomorfismu, báze vektorového (pod)prostoru, vzory a obrazy vektorů v endomorfismu, direktní rozklad prostoru na podprostory invariantní vůči endomorfismu apod.

V obdobném duchu tuto teorii představil i v kapitole *Weyrova teorie charakteristických čísel*, která je součástí jeho učebnice

- *Lineární algebra* [Be5]

z roku 2000.³⁹⁸ V ní navíc doplnil několik řešených příkladů na upevnění základních pojmů.

V kurzech, které Jindřich Bečvář vede pro učitelské studium matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze, však Weyrova teorie vyučována není.

V roce 2007 publikoval Jindřich Bečvář obsáhlou knihu (více než 500 stran) věnovanou historii lineární algebry v celosvětovém měřítku. Nazval ji jednoduše

- *Z historie lineární algebry* [Be6].

Vzhledem k významnosti výsledků Eduarda Weyra není překvapivé, že také v této monografii autor hodnotil Weyrovy myšlenky a jejich postavení v kontextu světové matematiky. Studoval je v kapitolách *IV. Matice*, *V. Kanonické tvary*, *VI. Komplexní a hyperkomplexní čísla*, *lineární algebry* a *VII. Soustavy lineárních rovnic (pokračování)*.

Snad právě díky této monografii, v níž se Weyrovo jméno objevuje vedle jmen největších osobností světové matematiky všech dob, vyniká hodnota jeho výsledků. Uvědomme si navíc, že ve své době byl vnímán především jako geometr.

Vzhledem k rozmanitosti Weyrovy odborné činnosti a aktivity pro českou matematickou obec nás nepřekvapí, že jeho jméno nalézáme v řadě dalších svazků zmíněné edice *Historie matematiky*. Z nich jmenujme především monografii Martiny Bečvářové

- *Česká matematická komunita v letech 1848 až 1918* [Bv2],

která byla publikována v roce 2008.

7.2 Historie české lineární algebry v zahraničí

Propagaci výsledků nejen z počátků české lineární algebry v současné světové komunitě algebraiků zajistily dva články, které byly publikovány v časopisu *IMAGE* (The Bulletin of the International Linear Algebra Society). V roce 2008 vyšel článek Miroslava Fiedlera (nar. 1926)

- *The development of linear algebra in Czechia* [Fi2],

který má obecnější charakter, neboť se věnuje výsledkům všech oblastí lineární algebry, a to navíc v plném časovém rozsahu sahajícím až do současnosti. Počátky teorie matic jsou, zcela očekávaně, nastíněny v úvodu Fiedlerova článku.

³⁹⁸ Další vydání jsou z roku 2002, 2005 a 2010.

Zdůrazněny jsou jména Eduard Weyr a Charles Loewner, okrajově jsou zmíněni rovněž Ludvík Kraus a Georg Pick.

Mezi dále uvedenými jmény (Ivo Babuška, Miroslav Fiedler, Jan Mařík, Olga Pokorná, Vlastimil Pták, Jiří Rohn, Zdeněk Vavřín atd.) nalezneme mnoho postav české teorie matic.

V zahraničí je povědomí i o česky psané Bečvářově monografii o Eduardu Weyrovi, český jazyk však k podněcování zájmu o Weyrovy práce příliš nepřispívá. Kniha však přesto pozornost vzbudila, a tak již několikrát zmíněný Roger A. Horn kontaktoval před několika lety jejího autora.³⁹⁹

After learning about his book, we invited Becvar to write a short piece about Weyr for IMAGE, the newsletter of the International Linear Algebra Society.

Nabídka byla akceptována, a tak vznikl text nazvaný

- *Eduard Weyr and Linear Algebra* [Be7],

který byl otištěn v IMAGE roku 2010. Jedná se o stručný článek o Weyrově původu, studiích, zahraničních pobytech, profesním životě a samozřejmě jeho odborné práci. Zdůrazněno je jeho brzké přijetí jazyka teorie matic a aktuálnost jeho výsledků.

Nechme nyní zapátrat v paměti Jindřicha Bečváře. Svě retrospektivní ohlednutí na práci s Weyrovými výsledky, které sepsal v listopadu roku 2014, nazval *Moje setkávání s lineární algebrou, Eduardem Weyrem a Štěpánkou Maticovou (vzpomínka značně sebestředná)*.

*Když jsem byl v době svého studia na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v závěrečném, tedy pátém ročníku (1969/70), vedl jsem pro první ročník cvičení z lineární algebry k přednášce Pavla Goralčika, mimořádně vzdělaného člověka, kultivovaného matematika a noblesního učitele. Od podzimu 1971, po roční pauze, v níž jsem absolvoval pohodovou vojenskou prezenční službu v Praze, jsem míval na fakultě cvičení z lineární algebry a obecné algebry. Od školního roku 1976/77 jsem pak lineární algebru přednášel posluchačům prvního ročníku některého z matematických oborů, ke cvičením jsem sestavil sbírku úloh (1975), k přednášce sepsal trojdílné skriptum (1978, 1980, 1982), které pak vyšlo ještě několikrát. Po letech jsem své texty přepracoval do učebnice *Lineární algebra* (2000), která byla vydána ještě třikrát. S lineární algebrou jsem se setkával často a rád, přátelíme se dodnes.*

Počátkem června roku 1981 jsem se zúčastnil 2. letní školy Světonázorová výchova v matematice v Cikháji. Pod tímto názvem, který byl poplatný tehdejší ideologii, se v letech 1980 až 1989 konaly letní školy věnované historii matematiky. Organizovali je Jaroslav Šedivý a Jaroslav Folta. Přednášky o vývoji jednotlivých matematických disciplín, o slavných problémech, o úspěšných i neúspěšných snahách o jejich řešení, o převratných myšlenkách, o životních osudech a dílech světových matematiků a dalších zajímavých tématech mě silně oslovily. Od dětství mě totiž zajímala obecná historie, dějiny vědy, filozofie a vývoj myšlení. Letních škol a následných konferencí Historie matematiky

³⁹⁹ Z emailové korespondence s autorkou této monografie (říjen 2012).

(od roku 1990) jsem se pak účastnil a účastním každoročně, vynechal jsem jen roky 1984 a 1985, kdy jsem byl v zahraničí, a rok 2002, kdy fatální povodeň výrazně postihla oblast mého bydliště.

Pro 4. letní školu Světónázorová výchova v matematice, která se konala na přelomu května a června roku 1983 v Luhačovicích, jsem si připravil přednášku Historický vývoj teorie determinantů. V té době jsem již několik let přednášel lineární algebru a hlouběji se zajímal o vývoj některých jejích partií. Od roku 1986 jsem pak na letních školách a pozdějších konferencích pravidelně přednášel o nejrůznějších tématech, mnohá se víceméně týkala právě lineární algebry.

Jaroslav Šedivý připravil v letech 1883 až 1885 s obrovským nasazením trojdielná skripta Světónázorové problémy matematiky, Eduard Fuchs pak editoval roku 1987 jejich čtvrtý díl. Jaroslav Šedivý a Jaroslav Folta sestavili v letech 1987 a 1988 dva sborníky vybraných přednášek z letních škol. Pro tři díly skript a oba sborníky jsem připravil několik textů, dva z nich vznikly na základě mé luhačovické přednášky z roku 1983, tématicky se všechny dotýkaly lineární algebry.

Při přípravě luhačovické přednášky a následného textu o historii bádání v problematice soustav lineárních rovnic a determinantů jsem se seznámil i s českými pracemi týkajícími se této disciplíny. Autorem článků o determinantech byl hlavně František Josef Studnička, autory prací o maticích pak Ludvík Kraus a Eduard Weyr. Zajímavé maticové výsledky Eduarda Weyra mne velice zaujaly. Fascinovalo mě Weyrovo přijetí teorie matic a maticové řeči v osmdesátých letech 19. století, které nemělo na evropském kontinentu obdoby, zejména však jeho neobvykle moderní přístup k podobnosti matic: Weyrova teorie charakteristických čísel, Weyrova charakteristika, Weyrův kanonický tvar. S mimořádným zaujetím jsem se seznámil i s životními osudy Eduarda Weyra, jeho bratrů, matematika Emila a chemika Bedřicha, a celé rodiny Weyrů.

O překvapivém Weyrově přístupu k podobnosti matic jsem měl přednášku na konferenci českých matematiků roku 1987 v Domažlicích; v té době totiž uplynulo sto let od zveřejnění Weyrových prací – jsou z let 1885 až 1890. V následujících letech jsem tu a tam o Weyrovi a jeho výsledcích přednášel při různých příležitostech, např. v roce 2003, kdy jsme si připomínali sté výročí jeho úmrtí.

Roku 1986 založil Jaroslav Folta Stálou pracovní skupinu pro dějiny matematiky. Jako jednu z možných aktivit jsem tehdy navrhoval mapování vývoje matematiky na našem území formou komplexních monografií věnovaných našim matematikům; vždy měly obsahovat podrobnou biografii, zasvěcené články o matematických výsledcích, faktografické přílohy (úplný seznam publikací, recenzí, vedené výuky, posuzovaných prací atd.) a obrazové přílohy. V první řadě jsem měl tehdy na mysli Eduarda Weyra a Františka Josefa Studničku. Po roce 1990 jsem začal svoji myšlenku biografických monografií postupně realizovat.

Zásadní společenské změny na přelomu osmdesátých a devadesátých let měly řadu důsledků. Některé projekty, např. moje Lineární algebra, se z organizačních a finančních důvodů pozdržely, otevřely se však možnosti vydávání publikací nejrůznějšího druhu, odpadlo „schvalování témat i autorů“. Roku 1994 tak vyšel první svazek edice Dějiny matematiky, o rok později se podařilo vy-

dat monografii věnovanou životu a dílu Eduarda Weyra; podíleli se na ní Josef Daneš, Jaroslav Fuka, Zbyněk Nádeník a Luděk Zajíček. Vedle biografických částí jsem pro ni sepsal článek Eduard Weyr, lineární algebra a teorie hyperkomplexních čísel, který stručně charakterizuje Weyrovy výsledky v uvedených oblastech a uvádí řadu reakcí našich i zahraničních matematiků. V navazujícím článku Weyrova teorie charakteristických čísel jsem Weyrovu teorii modernizoval, stručně jsem vyložil její podstatu – nikoli v původní řeči matic, ale v řeči endomorfismů. Tento druhý článek jsem roku 2000 mírně obměněný převzal do své učebnice Lineární algebra.

Když jsem před rokem 1995 pracoval na monografii věnované Eduardu Weyrovi, nebylo ještě možno vyhledávat ani v elektronických databázích, ani na internetu. Řada knih a časopisů byla nedostupná, většinu informací jsem získával v knihovných listováních v klasických či referativních časopisech a knihách. O dva roky později jsme již využívali elektronické databáze referativních časopisů Zentralblatt a Mathematical Reviews při práci na monografii věnované Janu Vilému Pexiderovi. Od těch dob se možnosti počítačového vyhledávání informací zmnohonásobily a stále narůstají.

Historii lineární algebry jsem se věnoval i v následujících letech, tato práce mne mimořádně zaujala a bavila. Vyústila v rozsáhlou monografii nazvanou Z historie lineární algebry (2007). I v ní jsem zdůraznil významné výsledky Eduarda Weyra a jeho přínos k teorii matic. Na vyzvání Rogera Horna a Miroslava Fiedlera jsem pro časopis IMAGE (The Bulletin of the International Linear Algebra Society) napsal krátký článek Eduard Weyr and Linear Algebra (2010), který volně navázal na Fiedlerův článek The Development of Linear Algebra in Czechia (IMAGE, 2008).

Roku 1992 bylo na MFF UK akreditováno doktorské studium oboru Obecné otázky matematiky a informatiky, které umožnilo získávat doktoráty (Ph.D.) z dějin matematiky.⁴⁰⁰

Na podzim roku 2009 nastoupila na toto doktorské studium Martina Štěpánová, která byla na začátku studia překřtěna na Štěpánku. Pro budoucí disertační práci jsem jí nabídl téma Historie teorie matic v českých zemích, představoval jsem si, že bude zpracovávat novější historii této disciplíny, do níž včlení zejména práce Miroslava Fiedlera a Vlastimila Ptáka. Martina se s velkým nadšením pustila do studia. Nejprve se hlouběji seznámila se zadaným tématem, podrobně prošla monografie Z historie lineární algebry a Eduard Weyr. Zaujaly ji zejména Weyrovy výsledky. Její nadšení pro matice jí vysloužilo i nové příjmení – Maticová.

Jakmile se Martina pustila do sepisování disertace, začala mě bombardovat informacemi o výrazném oživení zájmu o Weyrovy výsledky – o Weyrovu charakteristiku, o Weyrova charakteristická čísla a později i o Weyrův kanonický tvar. Bylo to pro mne velmi překvapivé, neboť jsem se od roku 1995 vyhledáváním ohlasů na Weyrovy práce již nezabýval. Rovněž to pro mne bylo jakýmsi zadostiučiněním, neboť jsem Weyrovy výsledky od poloviny osmdesátých let propagoval. Plánované téma disertační práce se tedy výrazně modifikovalo, Martina

⁴⁰⁰ Důležité upozornění: následující odstavce, v nichž mě můj bývalý školitel chválí, je nutné brát s rezervou! [Poznámka M. Š. alias Š. M.]

se zaměřila na vysoce aktuální téma – zmapování a zpracování četných ohlasů na Weyrovy výsledky a na jejich široké souvislosti. Jeho aktuálnost dokládá fakt, že během jejího doktorského studia vyšla v nakladatelství Oxford University Press monografie *Advanced Topics in Linear Algebra: Weaving Matrix Problems through the Weyr Form*, v níž je Weyrův kanonický tvar stěžejním pojmem.

Během krátké doby Martina shromáždila obrovské množství ohlasů na Weyrovy výsledky a začala je postupně zpracovávat. Současně však stále přibývaly nové a nové reference. Tak došlo k situaci, o níž snad každý školitel sní: jeho doktorand se mu „vymkne“, objeví nové, netušené souvislosti, zadané téma si vhodně přizpůsobí, modifikuje nebo zcela změní, mílovými kroky spěje k cíli a školitel za ním (ve stresu, ale s radostí) pokulhává. Během necelých čtyř let doktorského studia kombinovanou formou při velkém pedagogickém úvazku Martina sepsala objemnou disertační práci, kterou úspěšně obhájila v dubnu roku 2013. Vzbudila tak můj respekt a obdiv.

Myslím, že Martina Štěpánová časem zpracuje i jiná témata z historie teorie matic. Obávám se však, že druhé Ph.D. již nezíská. Leda by se k dalšímu doktorskému studiu přihlásila jako Štěpánka Maticová. Pokud by k tomu snad došlo, bych byl rád jejím pokulhávajícím školitelem.

7.3 Studentské práce

Kromě disertační práce

- *Počátky teorie matic v českých zemích (a jejich ohlasy)* [Sp3]

z roku 2013, která se stala podkladem pro tuto monografii, jež se začíná pomalu uzavírat,⁴⁰¹ byla nedávno sepsána jiná disertační práce obsahující Weyrovu teorii. Autorem je Jaroslav Klimek, absolvent doktorského studia na Vysokém učení technickém v Brně. Jeho práce nese název

- *Řešení diferenčních rovnic a jejich vztah s transformací Z* [Kk2],

jedna z jejích čtyř částí je věnována využití Weyrovy teorie charakteristických čísel k řešení soustavy diferenčních rovnic. Zmíněny jsou zde i postupy Jiřího Čermáka.

Dříve než autor přistoupil v roce 2011 k její obhajobě, představil roku 2007 možnosti využití Weyrovy teorie k řešení homogenní soustavy lineárních diferenčních rovnic s konstantními koeficienty v článku

- *An algorithm for the construction of the fundamental system of solutions for the linear discrete systems with constant coefficients* [Kk1].

Seznam literatury tohoto článku má pouze tři položky, po řadě se jedná o Weyrovu knížku *O teorii forem bilineárních*, Borůvkovu práci *Poznámka o použití Weyrovy teorie matic k integraci systémů diferenciálních lineárních rovnic*

⁴⁰¹ Autorka této monografie publikovala během svého doktorského studia, resp. v období bezprostředně následujícím po obhajobě disertační práce několik textů věnovaných vybraným partiím Weyrovy teorie, resp. její historii. Všechny podstatné výsledky obsažené ve zmíněných pracích jsou součástí této monografie, nebudeme je zde proto rozebírat.

s konstantními koeficienty a Čermákův článek *On a new method of solving homogeneous systems of linear difference equations with constant coefficients*. Symbolicky tak zachycuje předávání významných výsledků Eduarda Weyra v české komunitě v období trvajícím více než jedno století.

Uveďme ještě, že roku 1976 sepsal Karel Barták, student Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy, pod vedením Luboše Nového (nar. 1929) diplomovou práci

- *O teorii bilineárních forem Eduarda Weyra* [Ba1].

Věnována je výhradně Weyrovu spisu *O theorii forem bilineárných* a jeho německé verzi. Snaží se Weyrovy výsledky zařadit do světového kontextu.