O grupách a svazech

Závěr 1. části knížky

In: Ladislav Rieger (author): O grupách a svazech. (Czech). Praha: Přírodovědecké vydavatelství, 1952. pp. 110–111.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/403370

gicky charakterisující podílové grupy, jež sestrojujeme v grupě cest pomocí zmíněných rovností. Tyto podílové grupy, t. zv. grupy Bettiho, jsou komutativními grupami, takže pro většinu zásadních úkolů topologie vystačíme s mnohem jednodušší theorií komutativních grup. (O tom se čtenář může poučit ve velmi přístupně psané knížce od znamenitého sovětského topologa Alexandrova, která je prozatím u nás dostupná jen v německém jazyce s názvem *Einfachste Grundbegriffe der Topologie*, vyd. Springer Berlin 1932. Úvod do „nekomutativní" topologie, vycházející z volných grup cest, je v knížce K. Reidemeister, *Einführung in die kombinatorische Topologie*, vyd. Vieweg Braunschweig 1932.)

1,9. ZÁVĚR 1. ČÁSTI KNÍŽKY.

V předchozím, posledním paragrafu našich výkladů o grupách, jsme se z dálky (dílem ze značné dálky, která dává bohožel splývat pevným obrysům), podívali na alespoň něco z toho, co jsme si na theorii grup a jejich užitích nestačili prohlédnout zblízka.

Neuškodí však také přehlédnout jediným krátkým pohledem za sebe tu cestu — tu malou počáteční část výstupu k theorii grup — kterou jsme skutečně prošli.

S pojmem grupy jsme se seznámili v jeho zvláště důležitě uskutečněné podobě grupy zákrytových pohybů. Vyzdvihnuvše typické vlastnosti skládání zákrytových pohybů (opět v zákrytové pohyby) ve tvar čtyř axiomů, shledali jsme, že takovouto zákonitostí, takovými vlastnostmi jsou obdařeny i četné jiné druhy skládání. To nás vedlo k obecnému, abstraktnímu pojmu grupy, jakožto souboru nějakých prvků, které lze po dvou „skládat" — říkali jsme: Grupově násobit — tak, že jsou splněny axiomy 1—4.

Zároveň jsme byli vedeni k důležitému pojmu isomorfismu: Dvě grupy platily za isomorfní, když měly nejen stejný počet prvků (prvky z jedné grupy se daly vzájemně jednoznačně zobrazit na prvky z druhé), nýbrž i tehdy, když skládání, zhruba řečeno, v obou probíhalo stejně, takže se dalo skládání v jedné grupě přenesením úplně nahradit skládáním podle druhé grupy — a obráceně. Vyzdvihli jsme, že vlastním předmětem bádání abstraktní theorie grup nejsou samotné (konkretní) grupy, nýbrž hned celé typy grup navzájem isomorfních. Tím poučky abstraktní theorie grup nabývají největší možné obecnosti, obecné aplikovatelnosti (na každou jednotlivou grupu z grup vzájemně isomorfních, kdekoli by se vyskytla) a zároveň co největší přesnosti a jasnosti — ovšem to vše za cenu určité myšlenkové nesnadnosti pro toho, kdo není zvyklý myslet abstraktně.

Abstrakci, jak se ukázalo, je možno i nutno vyvažovat obráceným pochodem konkretisace a realisace abstraktních pojmů theorie grup. To bylo ukázáno především na isomorfní representaci každé abstraktní konečné grupy, lépe řečeno: každého z možných typů isomorfismu konečných grup, konkretní grupou číselných matic. (Byl předveden ovšem jen nejjednodušší, prakticky i theoreticky málo významný ukázkový způsob takové representace.)

Věnovali jsme se dále několika více méně namátkou vybraným příkladům základních pouček abstraktní theorie grup a příslušných důkazových method. Podali jsme také několik aplikací (v matematice), z nichž byl poměrně nejtěžší výklad a důkaz jednoduchosti alternujících grup stupně n.

A nakonec, po této námaze, jsme se podívali, jak již bylo řečeno, z dálky a zhruba na některé vyšší výsledky, úkoly a aplikace theorie grup.