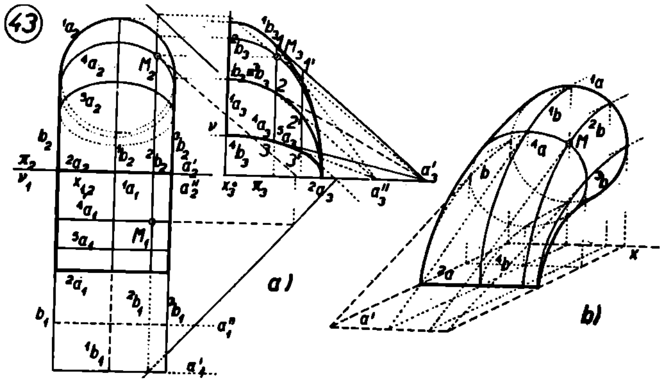
6. KLÍNOVÉ PLOCHY

6,0. Vytvoření. Zvolme kružnici ^1a v nárysně a přímku $^2a \parallel x$ v půdorysně (obr. 43a) a předpokládejme k nim další útvary: kružnici $^1a'$ a přímku $^2a' \parallel x$ podle osy x kolmo k nim souměrné; pro úsporu místa nebyly tyto útvary v obraze zarýsovány. Prokládejme nyní roviny kolmé k ose x a určujme v nich elipsy b, které mají své vrcholy na zvolených útvarech, jmenujme je *řídícími*, na rozdíl od určených elips, které označme jako soustavu křivek *tvořících*. Vytkneme-li z nich několik, na př. ^1b, ^2b, $^3b, \ldots$ jsou jejich stranorysy v afinní poloze pro π_3 jako osu afinity a směr afinity kolmý k π_3. Proto spojnice sdružených bodů těchto křivek ve dvou rovinách $^4\alpha$, ${}_5\alpha$ rovnoběžných s v, t. j. spojnice $1\,1'$, $2\,2'$, $3\,3', \ldots$ budou ve stranorysech procházeti jediným bodem a_3'', v prostoru jsouce rovnoběžny s μ budou protínati jedinou přímku $a'' \parallel x$. Leží proto křivky ^4a a ^5a uvažované plochy η, položené v rovinách $^5\alpha$ a $^4\alpha$ na konoidu, který má stranorysnu za řídící rovinu a přímku a'' za řídící přímku. Ze stej-



ného důvodu můžeme i řídící kružnici ^1a položiti s křivkou ^5a nebo ^4a na obdobný konoid a protože na konoidech takto vytvořených jsou křivky položené v rovinách rovnoběžných s rovinou kružnice řídící ^1a afinně sdružené (odst. 5), je z toho zřejmé, že:

Na uvažované ploše jsou položeny v rovinách rovnoběžných s v křivky afinní k řídící křivce ^1a.

Plocha má tedy celou soustavu křivek řídících v rovinách rovnoběžných a mezi sebou afinně sdružených. Dále je z uvedeného hned patrno, že:

Každé dvě řídící plochy η *můžeme položiti na plochu konoidu* a můžeme tvrditi, že *podél každé řídící křivky se plochy* η *dotýká plocha konoidu o řídící rovině kolmé k ose* x *a o řídící přímce rovnoběžné s* x.

Tak podle ^4a se dotýká plochy η konoid o řídící přímce $a' \parallel x$. Úkol křivek řídících a tvořících můžeme zaměniti a ze stejných důvodů lze vysloviti větu:

Každé dvě křivky tvořící lze položiti na plochu konoidu a v mezi lze říci, že *podél každé křivky tvořící se plochy dotýká rovněž plocha konoidu.*

Nárys křivek řídících je soustava kolmo afinně sdružených kuželoseček, osou afinity je π_2, společné body nejsou tu reálné. Stranorys křivek tvořících je rovněž soustava kuželoseček kolmo afinně sdružených pro osu π_3, kterou protínají ve dvou reálných bodech, stranorysech dvou přímek s *uniplanárními* body plochy.

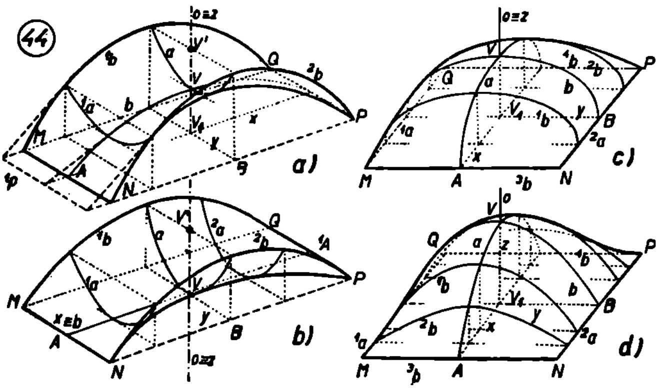
Je zřejmo, že tato *plocha osmého stupně*, jejíž jedna čtvrtina je zobrazena jak v obr. 43a tak i v axonometrickém pohledu v obr. 43b, má tři roviny kolmé souměrnosti, tři osy kolmé souměrnosti a je podle jejich průsečíku středově souměrnou.

Při hraně ^2a (obr. 43b) má tvar *klínu**) a možno ji proto označiti jménem *plocha klínová, cuneoid* nebo *plocha sfenoidická.*

---

*) Klín — latinsky *cuneus*, řecky *sfén*. Název *cuneoid* užíval stavitel Petr Nicholson (* 1768 † 1844), vynálezce perspektivního trojpravítka, pro konoidy.

6,1. Některé druhy ploch klínových a jejich použití. Tak jako si praxe vytvořila Montpellierský oblouk a teprve později tento oblouk probádala geometrie, bylo tomu obdobně i s řadou dalších ploch (plocha šikmého průchodu, různé šroubové plochy používané v architektuře a pod.), i zde je původ těchto ploch z praxe.



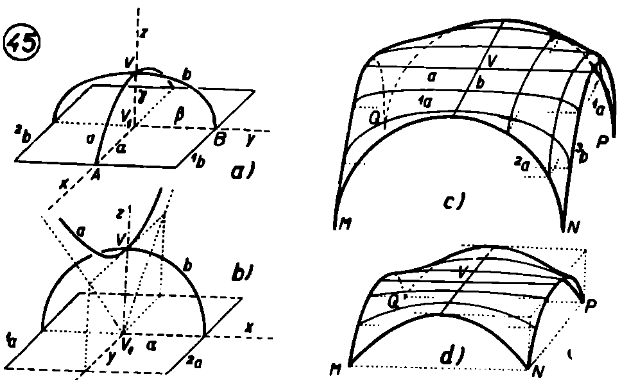
Článek střešní, tvořený hyperbolickým paraboloidem, jak uvedeno v odst. 5,3 str. 56 má tu nevýhodu, že na patku dosedá hyperbolickým obloukem. Byla proto hledána náprava a z plochy podržena hlavní parabola *a* (obr. 44a), hlavní parabola *b*; hyperbolické oblouky v patce jsou nahraženy přímkami *MN*, *PQ* a v rovinách rovnoběžných s rovinou paraboly *b* prokládány paraboly ^1b, ^2b, ..., které majíce svislé osy připínají se na řídící útvary *a*, *MN*, *PQ*. Vznikla tu plocha klínová (po prvé použitá ve Výzkumném Kloknerově ústavu z námětu prof. B. Hacara a proto jí začali studenti spontánně říkati „*Hacarova plocha*“), která nese dvě soustavy parabol, jedny v rovinách rovnoběžných s rovinou paraboly *a*, druhé v rovinách rovnoběžných s parabolou *b*. Každé dvě křivky řídící nebo tvořící lze položiti na plochu konoidu, podél každé z parabol se dotýká plochy klínové rovněž parabolický konoid. V obrazci je naznačeno, jak možno tuto plochu ukončiti křivkou ${}^1a$ a odtud dál k patce ${}^1p$ postupovati za pomoci tečného konoidu. Označíme-li úsečky AV_1 v x, BV_1 v y a $V'V$ i VV_1 v ose z písmenami α, β, γ, δ, má pro uvedené osy plocha η rovnici $\eta \equiv x^2y^2 \,.$ $.\,(\gamma - \delta) + \beta^2\delta x^2 - \alpha^2y^2(\gamma - \delta) - \alpha^2\beta^2\delta + \alpha^2\beta^2z = 0$. Je to algebraická plocha čtvrtého stupně.

Při tomto řešení byla vedena, obdobně jako při článku z hyperbolického paraboloidu, mezi body M, Q a N, P táhla. Toto odpadne, použije-li se plocha klínová zobrazená v obr. 44b, která má řídící útvary MN, parabolu a a PQ; tvořící křivky jsou tu paraboly ${}^1b$, ${}^2b$ a mezi nimi přímka b, která současně slouží jako táhlo. Označíme-li AV, BV a $V'V$ jako hodnoty α, β, γ pro souřadné osy $x \equiv AV$, $y \equiv BV$ a $z \equiv$ $\equiv V'V$, má plocha η rovnici $\eta \equiv \gamma x^2y^2 - \alpha^2\gamma y^2 + \alpha^2\beta^2z = 0$.

V obr. 44c vyznačena plocha klínová nad obdélníkem $MNPQ$. Řídícími útvary jsou tu přímky ${}^1a \equiv MQ$, ${}^2a \equiv$ $\equiv NP$ a elipsa a. Tvořící útvary jsou opět elipsy b, ${}^1b$, ${}^2b$, ..., které pro polohu ${}^3b$ a ${}^4b$ přecházejí do přímek. Plocha má tři roviny (pět, je-li $MNPQ$ čtvercem) kolmé souměrnosti a je plochou středovou, v rovině MVP a NVQ má vždy dvě paraboly o ose VV_1. Pro dříve vyznačené osy souřadnic a pro $AV_1 = BV_1 = VV_1 = \alpha$ má plocha rovnici $\eta \equiv x^2y^2 -$ $- \alpha^2(x^2 + y^2 + z^2) - \alpha^4 = 0$. Pro $\overline{AV}_1 = \alpha$, $\overline{BV}_1 = \beta$ a $\overline{VV}_1 = \gamma$ je rovnice plochy $\eta \equiv \gamma^2x^2y^2 - \beta^2\gamma^2x^2 - \alpha^2\gamma^2y^2 -$ $- \alpha^2\beta^2z^2 + \alpha^2\beta^2\gamma^2 = 0$.

V obr. 44d je naznačena plocha klínová nad obdélníkem $MNPQ$, řídící i tvořící křivky jsou paraboly o osách svislých. Plocha postupuje za vyznačený obdélník do prostoru. Pro vyznačné osy a délky $\overline{AV_1} = \alpha$, $\overline{BV_1} = \beta$, $\overline{VV_1} = \gamma$ má rovnici $\eta \equiv \gamma(x^2y^2 + \alpha^2\beta^2) = \gamma(\beta^2x^2 + \alpha^2y^2) + \alpha^2\beta^2z$. Je-li plocha vytvořena nad čtvercem, pak paraboly jdoucí vrcholem jsou shodné a mají-li parametr p, je rovnice plochy tvaru $\eta \equiv (y^2 - p^2)\,(x^2 - p^2) = 2p^3z$.

Nahradíme-li v uvažované ploše parabolu b elipsou o vrcholech V a B, změní plocha rovnici v následující: $\eta \equiv \alpha^4\beta^2z^2 = \gamma^2(\alpha^2 - x^2) \, . \, (\beta^2 - y^2)$. Je vyznačena schematicky v obr. 45a). Užijeme-li jako řídící útvary přímky ${}^1a$, ${}^2a$ a rovnoosou hyperbolu o poloose rovné α, a jako tvořící křivky elipsy, z nichž ona v rovině xz je kružnice o poloměru α, získáme plochu o rovnici $\eta \equiv x^2y^2 + \alpha^2(x^2 - y^2 + z^2) = \alpha^4$.



Plochy můžeme vytvořiti ve velkém množství tvarů; plocha klínová, která řeší křížovou klenbu nad obdélníkem a která do podporujícího zdiva jde z lunet *tečně*, je dána řídícími útvary: kružnicemi ${}^1a$, ${}^2a$ a vrcholovou přímkou a, tvořícími útvary jsou elipsy b, mezi něž patří i vrcholová přímka b a kružnice ${}^3b$ (obr. 45c). Plocha je osmého stupně.

Nahradíme-li kružnice této plochy shodnými parabolami a je-li $MNPQ$ čtvercem (obr. 45d), má plocha velmi jednoduchou rovnici $x^2y^2 = \alpha^3z \equiv \eta$, kde α značí polovinu strany MN a je dvojnásobným parametrem krajních parabol. Do stěn podpor vchází pod úhlem.

V obou případech, vytčených v obr. 45c a d, můžeme použíti místo vrcholových přímek, které ani vzhledově ani staticky zcela nevyhovují, křivek a to v prvém případě ploché elipsy a plochu nemusíme ukončovati při kružnicích ^2a a ^3b, nýbrž při elipsách ^1a a ^2b a k nim souměrným, v druhém případě provedeme místo přímek vrcholem mírně vzduté paraboly. Klenby tím získávají na vzhledu.

Modely těchto ploch, vypracované posluchači r. 1949—50 jsou zobrazeny v příloze č. XVI až XVIII.