

Nekonečno v matematice

Úvod

In: Bedřich Pospíšil (author): Nekonečno v matematice. (Czech).
Praha: Jednota československých matematiků a fyziků, 1949.
pp. 5–6.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403225>

Terms of use:

© Jednota československých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences
provides access to digitized documents strictly for personal use.
Each copy of any part of this document must contain these
Terms of use.



This document has been digitized, optimized for
electronic delivery and stamped with digital
signature within the project *DML-CZ: The Czech
Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ÚVOD

Základním pojmem našich úvah je pojem *množiny*. Je to snad trochu nezvyklé slovo, jehož však se není třeba lekat. Množinou se rozumí prostě souhrn, soubor, skupina jakýchkoliv věcí. Na př. množina českých králů vládnuvších před rokem 1848, nebo množina všech knížek, které mám v knihovně, na př. množina bodů v rovině, které od daného bodu A v téže rovině R mají vzdálenost 5 cm; je to kružnice ležící v rovině R , mající střed v bodě A a poloměr dlouhý 5 cm.

Patří-li nějaká věc v do množiny M , říkáme, že v je *prvek* množiny M . Je-li na př. M množina českých králů vládnuvších před rokem 1848, a je-li v král Václav IV., pak v je prvek množiny M . Je-li naproti tomu v Napoleon Bonaparte nebo planeta Neptun, pak v není prvkem množiny M .

Množina je přesně popsána, když je řečeno, které věci jsou jejími prvky. Prvků může mít taková množina různě mnoho. Na př. množina autorových sourozenců má jenom jeden prvek. Množina všech lidí, kteří v tomto momentě jsou občany města Brna, je mnohem četnější. Ještě daleko četnější je množina všech lidí, kteří momentálně žijí na této planetě. Všechny tyto množiny, byť by měly hrozně mnoho, pro mne třeba nepředstavitelně mnoho prvků (jako třeba množina všech lidí na zeměkouli), přece jen se dají spočítat. Naproti tomu si všimněme, kolik má bodů jakási úsečka U . Je jich rozhodně víc než 180, víc než 1000, víc než milion, víc než trilion; žádným sebe větším číslem se nedopočteme. Říká se, že úsečka U má *nekonečně mnoho* bodů, že množina všech bodů na úsečce U je *nekonečná*. Podobně je tomu s množinou N všech přirozených čísel. (Přirozenými čísly rozumíme celá kladná čísla, t. j. čísla 1, 2, 3, 4, atd. do nekonečna.) N je nekonečná množina: přirozených čísel je víc než 5, víc než 857, víc než tři miliardy, ..., žádným číslem se jich nedopočteme.

S konečnými množinami si ví rady každý člověk. Má o nich zcela jasnou a (dokonce!) zcela správnou představu. Všecky

množiny, s kterými se běžně setkává, jsou konečné. Jiná věc je s množinami nekonečnými, t. j. takovými, které mají nekonečně mnoho prvků. Lidé správně poznávají, že tu jde o množiny s *mnohem* větším množstvím prvků, že je tu rozdíl kvantitativní. Ale to je vše, co si uvědomují. Představy, které mají o konečných množinách a které pro konečné množiny jsou správné, beze všeho přenášejí na nekonečno. Dostanou se tím do protimluvů, které jim činí z nekonečna cosi tajemného. Proto prohlašuji hned na tomto místě: Za prvé není nekonečno o nic méně, ale také o nic více tajemné, než konečno; je předmětem úvah stejně rigorosních a logických, jako jsou úvahy o konečnu. Za druhé, nekonečné množiny jsou oproti konečným tak nevýslovně veliké, že ta změna ve velikosti, v kvantitě, způsobuje, že nekonečné množiny jsou i kvalitativně něco *zcela jiného* než množiny konečné. Dokonce se dá vystihnout rozdíl mezi konečnem i nekonečnem čistě kvalitativně, aniž by se o množství prvků vůbec mluvilo. Nekonečno je prostě něco jiného než konečno, má jiné vlastnosti, což ostatně je i daným slovem *nekonečno* krásně vystiženo.

První část této knížky má seznámit čtenáře *věcně* s něčím, co ještě nezná, totiž s nekonečnými množinami.

Mnohé co se zdá správným a dokonce jasným z názoru, se ukázalo nesprávným. Čtenář uvidí, jak si bude musit opravit představu. V první části za „zřejmé“ považuji jen běžné vlastnosti konečných množin, pokud jsou správně známy i tříletým dětem a něco málo o číslech ze školy.

Ovšem i tříleté děti mohou mít nesprávné představy a naše znalosti o číslech byly do nás vpraveny v době, kdy jsme (oprávněně) věřili víc autoritě učitelově než svému rozumu. Představa, která nás tolikrát zklamala, mohla by klamat i ve věcech, které v první části přijímám za správné. Tu nedůvěru odstraní část druhá, v níž za známé považuji jen dvě věci: logické myšlení a český jazyk. Čtenář s myšlením prvou částí vytříbeným tam nabude představy o tom, jak vypadá matematická theorie a látku si zopakuje a ucelí.