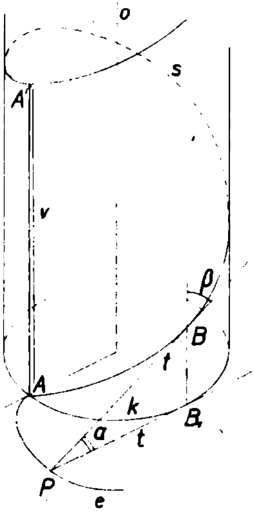
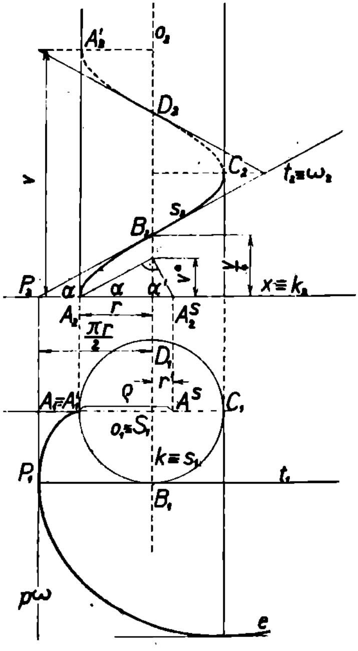
24. Šroubovice a její rozvinutelná plocha. Jest třeba všimnouti si vlastností šroubovice, abychom mohli uvésti základy theorie šroubových ploch, na nichž je šroubovice řídící křivkou. Také rozvinutelnou šroubovou plochu potřebujeme znáti pro zborcené šroubové plochy.

Šroubovice (*helix*) *jest křivkou prostorovou*. Šroubovice je *geodetickou čarou* na válcové ploše, s kterou se tedy rozvine v přímku. Obráceně *přímka v tečné rovině válcové plochy se navine při navinutí roviny na válcovou plochu v šroubovici*. Z toho ihned plyne, že tečny šroubovice svírají s povrchovými přímkami válcové plochy, na níž je šroubovice narýsována, konstantní úhel β; jest to úhel, který v rozvinutí svírá přímka, jež představuje rozvinutou šroubovici se všemi tvořícími přímkami válcové plochy. Tečny šroubovice svírají stálý úhel α též s normálným řezem základní válcové plochy; v rozvinutí svírá úhel α šroubovice a rozvinutý normálný řez a zove se *odchylkou*, tg α pak *spádem* šroubovice.



Obr. 47.

Pro libovolný oblouk $\widehat{AB}$ šroubovice je poměr vzdálenosti BB_1 krajních bodů ve směru povrchových přímek a oblouku $\widehat{AB_1}$ normálného řezu mezi jejími povrchovými přímkami stálý a roven spádu tg α (obr. 47). Při rozvinutí platí $\widehat{AB_1} = \overline{PB_1}$, t. j. stopník P tečen šroubovice opisuje v rovině normálného řezu k jeho evolventu e. Základní válcová plocha může býti jakákoli (*šroubovice obecná*); pro uzavřenou válcovou plochu je šroubovice křivkou nekonečnou. Délka šroubovice mezi dvěma sousedními body A a A' na téže povrchové přímce se zove *závitem* a délka $\overline{AA'} = v$ je *výškou závitu*.



Obr. 48.

Technicky důležitou jest šroubovice na rotační válcové ploše; pro poloměr r je spád $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v}{2\pi r}$, t. j. $v = 2\pi r \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha$.

Redukovanou výškou v^0 závitu šroubovice je posunutí ve směru osy základního válce úměrné otočení o oblouk, jehož délka je rovna poloměru; oblouk ten se zove radiant, jeho středový úhel má přibližnou hodnotu 57° 17′ 45″; $v^0 = \frac{v}{2\pi} = r \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha,\ v = 2\pi v^0.$

Pro úhel β, který svírá tečna šroubovice s povrchovou přímkou, je $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{2\pi r}{v} = \frac{r}{v^0}$.

Pro pozorovatele nacházejícího se před základním válcem šroubovice stoupá vpravo nebo vlevo a podle toho zove se šroubovice *pravotočivou* nebo *levotočivou*. Je-li pozorovatel v ose šroubovice, pravotočivá šroubovice na pravo klesá.

Závit pravotočivé kruhové šroubovice jest zobrazen v pravoúhlých průmětech v obr. 48. Vyznačena jest tečna t

v bodě B, jehož tečná rovina jest průčelná. Půdorysný stopník P tečny šroubovice opisuje prostou evolventu e základního kruhu k s bodem vratu A (východisko šroubovice). Půdorys $B_1P = \frac{1}{2}\pi r$ obdržíme rekfitikací čtvrtkružnice; v nárysu jeví se odchylka α šroubovice.

Řídící kuželová plocha šroubovice je rotační, protože její tečny mají od půdorysny stálou odchylku α. Zvolíme-li podstavnou hranou řídícího kužele kružnici $k \equiv s_1$, obdržíme vrchol S, sestrojíme-li $A_2S_2 \parallel t_2$; výškou kužele je redukovaná výška závitu $v^0 = z_S = r \operatorname{tg} \alpha$. Pomocí řídícího kužele lze sestrojiti tečnu šroubovice v libovolném jejím bodě; půdorys je tečnou základní kružnice, nárys se odvodí užitím rovnoběžné s ní povrchové přímky řídícího kužele.

Oskulační roviny šroubovice jsou rovnoběžny s tečnými rovinami řídící plochy kuželové; pro bod B je oskulační rovina ω nárysně promítací a nárys s_2 šroubovice má v bodě B_2 bod inflexní.

Nárysem šroubovice je *sinusoida* o rovnici $y = r \sin \frac{x}{v^0}$, jak ukazuje jeho vytvoření.

Oskulační rovina šroubovice je vždy kolmá na tečnou rovinu válcové plochy, což je základní vlastnost geodetických čar na válci.

Křivost šroubovice je pro všechny její body táž a je rovna křivosti průmětu šroubovice ve směru osy o válcové plochy do oskulační roviny ω, protože šroubovice s tímto průmětem má tři soumezné body společné; průmětem je elipsa o poloosách $\frac{r}{\cos \alpha}$, r; i jest *poloměr křivosti* šroubovice $\varrho = \frac{r}{\cos^2 \alpha} = \overline{A_2A_2{}^s}$, je-li $S_2A_2{}^s \perp A_2S_2$; A^s je střed křivosti pro bod A. Geometrickým místem středů křivosti všech bodů šroubovice je t. zv. *reciproká šroubovice* o stejné výšce závitu na válcové ploše poloměru $r' = S_1A^s$, její odchylka $\alpha' = 90^\circ - \alpha$. Poloměr křivosti mají obě šroubovice týž, jak lze se substitucí přesvědčiti.

Vzhledem k stálé křivosti ve všech svých bodech pohybuje se šroubovice při šroubovém pohybu sama v sobě; říkáme, že se sama v sobě šroubuje.

25. Šroubový pohyb bodu kolem osy o, je výsledný pohyb bodu, který se otáčí rovnoměrně kolem o a zároveň posouvá podél osy o, při čemž délka posunutí v každém okamžiku je přímo úměrná úhlu otočení. Při šroubovém pohybu útvaru *opisují všechny body šroubovice souosé, téhož smyslu a téže výšky závitu* nebo téže redukované výšky závitu, kterou zoveme také *parametrem* šroubového pohybu.

Jsou-li dány v prostoru dvě polohy libovolného útvaru, tedy dva shodné útvary v různé poloze, možno vždy zříditi šroubový pohyb, kterým přechází jeden útvar do druhého. Jednotlivé body probíhají oblouky souosých šroubovic o téže výšce závitu.

Jelikož poloha prostorového útvaru jest vzhledem k jinému útvaru určena třemi body, jde vlastně o řešení úlohy:

Zříditi šroubový pohyb, kterým $\triangle\, ABC$ v prostoru přechází v jinou polohu $\triangle\, {}^1A^1B^1C \cong \triangle\, ABC$.

Rozložíme pohyb na *posunutí* ve směru osy a *otočení* kolem osy, kterou hledáme. Posunutí i otočení musí býti stejné pro všechny body útvaru. Tedy pravoúhlé průměty úseček A^1A, B^1B a C^1C do neznámé osy o musí se sobě rovnati.

Sestrojíme-li libovolným bodem v prostoru S rovnoběžky stejné délky s úsečkami A^1A, B^1B a C^1C, $\overline{SA_0} \# \overline{A^1A}, \ldots$, jest rovina $(A_0, B_0, C_0) \perp o$, čímž stanoven směr osy šroubového pohybu. Vzdálenost $S \dashv (A_0, B_0, C_0)$ udává velikost v' posunutí ve směru osy.

Promítneme-li ve směru osy o oba trojúhelníky do roviny k ose kolmé, obdržíme zase shodné trojúhelníky $\triangle\, A'B'C' \cong \triangle\, {}^1A'{}^1B'{}^1C'$, ježto sdružené úsečky AB a ${}^1A^1B, \ldots$ svírají s osou a tedy i s touto rovinou stejné úhly. V rovině sestrojíme střed otáčení, kterým oba trojúhelníky do sebe přecházejí; jest to společný průsečík O' os souměrnosti úseček $A'{}^1A'$, $B'{}^1B'$ a $C'{}^1C'$; jím prochází již osa o žádaného šroubového pohybu; zároveň je v rovině určeno otočení útvaru úhlem $\varphi = \sphericalangle A'O'^1A' = \sphericalangle B'O'^1B' = \ldots$, odpovídající posunutí v'. Stejným úhlům rotace odpovídá totéž posunutí ve směru osy. Je třeba, aby rychlosti obou těchto složek šroubového pohybu byly v stálém poměru.

Všechny šroubovice téhož šroubového pohybu mají pro otočení o 360° totéž posunutí ve směru osy, tutéž výšku závitu. Jejich poloměr jest ovšem vzdáleností od osy a ta se mění. Spád šroubovic $\operatorname{tg} \alpha$ jest poloměru nepřímo úměrný, jak plyne ze vzorce $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{r}$; čím větší poloměr, tím menší spád šroubovice a obráceně. Šroubovice malých poloměrů jsou strmější než šroubovice velkých poloměrů.

Šroubovým pohybem čar vznikají šroubové plochy. Šroubové útvary posunují se šroubovým pohybem samy v sobě, všecky body tvořící čáry opisují šroubovice souosé a téže výšky závitu. *Tvořící křivkou může býti každá čára, která protíná všechny šroubovice na ploše.*

Speciálně lze *vytvořiti šroubovou plochu šroubovým pohybem poledníku*, jenž je řezem plochy rovinou procházející osou, nebo normálného řezu rovinou k ose kolmou; tyto křivky jsou totiž proťaty všemi šroubovicemi na ploše.

U šroubové plochy jsou tudíž všechny meridiány vzájemně shodny a rovněž všechny normálné řezy.

Uzavřená šroubová plocha obsahuje osu plochy, t. j. tvořící čára protíná osu; jinak je *šroubová plocha otevřená s hrdlovou šroubovicí*, kterou opisuje bod tvořící čáry ose nejbližší.

Tečná rovina v bodě šroubové plochy jest obecně určena tečnou šroubovice, která tím bodem na ploše prochází a tečnou tvořící křivky v tom bodě nebo speciálně tvořící přímkou, jde-li o plochu zborcenou, jak následuje.

26. Zborcené plochy šroubové, jejich rozdělení a základní vlastnosti. Plochy vytvořené šroubovým pohybem přímky zovou se přímkové plochy šroubové, jež jsou obecně zborcené. Jsou to *plochy transcendentní*; transcendentní jsou i šroubovice. Plocha je *zavřená* nebo *otevřená* podle toho, protíná-li tvořící přímka osu plochy či nikoli. Nejkratší vzdálenost osy a tvořící přímky jest *poloměrem hrdlové šroubovice* otevřené šroubové plochy.

Je-li tvořící přímka k ose kolmá, jest plocha *kolmá* (*přímá*), *normální nebo pravoúhlá šroubová plocha*. Tedy u zborcené šroubové plochy kolmé, zavřené i otevřené, jest úhel, který svírá tvořící přímka s rovinou kolmou k ose plochy roven nule; je-li osa svislá, jest tvořící přímka vodorovnou.

Není-li tvořící přímka k ose kolmá, je *šroubová plocha kosoúhlá* a to opět *zavřená*, protíná-li tvořící přímka osu, nebo *otevřená*.

U zavřených šroubových ploch leží celá osa na ploše; představuje její šroubovici, pro kterou odchylka $\alpha = 90$ (od roviny normálné).

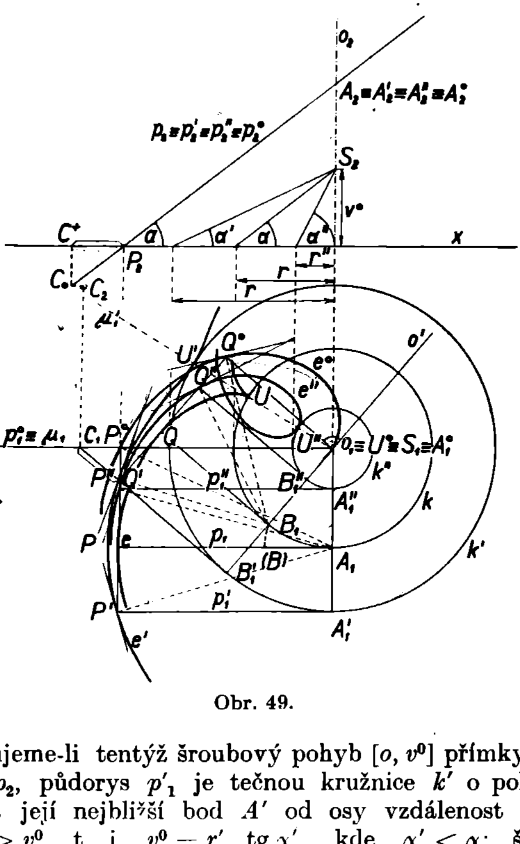
Důležitými rovinnými řezy zborcené šroubové plochy, zvláště pro určení průmětů a jiné konstrukce na ploše, jsou její *řezy normálné a poledníky* (*meridiány*). Řezy normálné skýtají nejlepší názor na zborcenou i rozvinutelnou šroubovou plochu. U pravoúhlých ploch jsou to povrchové přímky.

Sestrojme normálné řezy na kosoúhlých plochách šroubových (obr. 49).

Zvolíme šroubový pohyb osou $o \perp \pi$ a redukovanou výškou v^0, která přenesena v kladném smyslu nad půdorysnu určuje pohyb pravotočivý, a podrobíme pohybu přímku p rovnoběžnou s nárysnou a svírající s osou o úhel kosý.

Má-li přímka p od půdorysny, na níž sestrojujeme normálný řez vzniklé plochy, odchylku α rovnou odchylce šroubovice svého bodu A k ose nejbližšího, $A \dashv o = r$, pak $r \,.\, \mathrm{tg}\, \alpha =$ $= v^0$, přímka je tečnou šroubovice bodu A a vytvořuje šroubovým pohybem *šroubovou plochu rozvinutelnou* a jejím řezem na půdorysně je *prostá kruhová evolventa* e základního kruhu k o středu o_1 a poloměru r. Východisko šroubovice, t. j. bod vratu U evolventy e obdržíme navinutím délky A_1P, kde P je půdorysný stopník přímky, na k; $\widehat{A_1U} = \overline{A_1P}$.

V další obecné poloze šroubující se přímky, t. j. na tečně v bodě B obdržíme její stopník Q na půdorysně, učiníme-li $\overline{B_1Q} = \overline{A_1P} - \widehat{A_1B_1}$ vzhledem ke kotálivému pohybu evolventnímu, kterým se křivka e vytvořuje v půdorysně; tečna evolventy v bodě Q je kolmá na B_1Q.



Obr. 49.

Sledujeme-li tentýž šroubový pohyb $[o, v^0]$ přímky $p' \parallel p$ ($p'_2 \equiv p_2$, půdorys p'_1 je tečnou kružnice k' o poloměru r'), má její nejbližší bod A' od osy vzdálenost $r' > r$, $r' \operatorname{tg} \alpha > v^0$, t. j. $v^0 = r' \,.\, \operatorname{tg} \alpha'$, kde $\alpha' < \alpha$; šroubovice bodu A' nemá již za tečnu přímku p', protože její tečna má odchylku α' a šroubovým pohybem přímky p' vzniká *zborcená šroubová plocha, kosoúhlá a otevřená*, jejímž normálním řezem na půdorysně je *protáhlá evolventa* e' s vrcholem U'.

Stopníky P' přímky p' a Q' další polohy přímky v bodě B' šroubovice bodu A' jsou určeny pravoúhelníky $PA_1A'_1P'$ a $QB_1B'_1Q'$, atd., čímž jest dána konstrukce bodů P', Q', ... evolventy e' v souvislosti s kinetickým vytvořením prosté evolventy e. Dotykové body A_1, B_1, ... jsou při kotálivém pohybu tečny po pevné kružnici k (nehybné poloidě) okamžitými středy otáčení, jimiž procházejí normály všech trajektorií pohybu; na př. tečny evolventy e' v bodech P' a Q' jsou kolmice na normály $P'A_1$ a $Q'B_1$; atd.

Evolventa e' je vytvořena bodem P' pevně spojeným kolmicí $P'P$ s kotálející se tečnou p_1 po kružnici k.

Navine-li se tečna A_1P na kružnici k až bod P přijde do jejího bodu U, pak současně bod P' zaujme polohu U' na poloměru Uo_1 jako vrchol protáhlé evolventy e'.

Docela obdobně vytvořena je šroubová plocha přímkou $p'' \parallel p$, kde p''_1 je tečnou kružnice k'' o poloměru $r'' < r$ v bodě A''_1. A'' je nejbližší bod přímky p'' od osy o; nárys $p''_2 = p_2$ jako dříve; pak $r'' \operatorname{tg} \alpha < v^0$, t. j. $v^0 = r''$ . . $\operatorname{tg} \alpha''$, kde $\alpha'' > \alpha$. Plocha je opět zborcená, p'' není tečnou šroubovice bodu A'', je *kosoúhlá otevřená*, jejím normálním řezem na půdorysně je *zkrácená evolventa* e'' s dvojným bodem, opět vytvořená z bodů P'', Q'', ... a jejich tečen v souvislosti s kinetickým vytvořením prosté evolventy e; evolventu opisuje při pohybu opět bod P'', pevně spojený kolmicí $P''P$ s kotálející se tečnou p_1 po kružnici k. Bod U'' na poloměru Uo_1 je vrcholem křivky.

Konečně vytvoříme *zborcenou plochu kosoúhlou uzavřenou* šroubovým pohybem přímky $p^0 \parallel p$, $p_2{}^0 = p_2$, která protíná osu o v bodě A^0, půdorys $p_1{}^0$ prochází bodem $o_1 = A_1{}^0$. Šroubovice bodu A^0 přechází v osu o, která leží na uzavřené šroubové ploše.

Řez půdorysnou je vytvořen opět kineticky stopníkem P^0 přímky p^0, je-li pevně spojen s tečnou p_1 kruhu k. Po odkotálení tečny A_1P na kružnici k, když přejde stopník P do bodu U, ztotožní se současně stopník P^0 se středem $o_1 = U^0$ evolventního pohybu v půdorysně.

I jest *normálným řezem kosoúhlé uzavřené šroubové plochy* evolventa e^0 vytvořená středem U^0 poloidy nehybné, pevně spojeným s kotálející se její tečnou jako poloidou hybnou. Jest to *Archimedova spirála*. Tečny v bodech P^0, Q^0, ... jsou opět kolmé na spojnice P^0A_1, Q^0B_1, ... bodů křivky s okamžitými středy otáčení. Jiná definice této spirály plyne ze souvislosti se základní evolventou e: *Archimedova spirála vzniká, přenášíme-li na otáčející se průvodič svazku paprskového délky úměrné úhlu otáčení od základní pevné osy* (vrcholové tečny spirály $o' \perp UU^0$).

Sestrojení meridiánové křivky na kosoúhlé šroubové ploše otevřené jest řešeno v témž obr. 49. Stačí uvažovati toliko o hlavním poledníku, protože všechny jsou shodné, a jeho bodu C na obecné povrchové přímce $B'Q'$. Půdorys C_1 bodu hlavního poledníku je dán průsečíkem s rovinou μ, jež procházejíc osou o je rovnoběžna s nárysnou.

Souřadnice z_C bodu C plyne z půdorysně promítací roviny povrchové přímky $B'Q'$, pro kterou Q' je prvním stopníkem. Kóta $z_C = \overline{Q'C_1} \, . \, \text{tg}\, \alpha$ sestrojí se v nárysu na průčelné přímce p, $\overline{P_2C^-} = \overline{Q'C_1}$, $C^+C_0 \perp x$ jest již hledanou kótou; přenese se rovnoběžkou $C_0C_2 \parallel x$ na ordinálu bodu C_1, čímž je bod hlavního poledníku určen.

Povrchové přímky rovnoběžné s hlavním poledníkem určují svými úběžnými body asymptotické body křivek poledníkových. V nárysu je asymptotou nárysu poledníkové křivky přímka p_2. Poledníková křivka má nekonečné množství shodných větví.

Asymptotické roviny jsou rovnoběžny s příslušnými tečnými rovinami řídící plochy kuželové. Zvolíme-li v našem případě vrcholem řídící kuželové plochy ten bod osy, jehož nárys jest v $A_2 \equiv A'_2 \equiv \ldots$, jest nárysně promítací rovina přímek $p^0 \parallel p' \parallel p'' \parallel p$ asymptotickou rovinou zborcených ploch šroubových zde vytvořených a spolu tečnou rovinou rozvinutelné plochy šroubové, vytvořené pohybem přímky p. Tedy patrno, že *asymptotické roviny zborcené šroubové plochy obalují ve svém souhrnu rozvinutelnou šroubovou plochu, která se zove rozvinutelná asymptotická plocha šroubová všech vytvořených ploch šroubových* (týmž šroubovým pohybem přímek vzájemně rovnoběžných.

Centrální roviny jsou kolmé na roviny asymptotické a dotýkají se plochy v centrálních bodech povrchových přímek. V našem případě jsou půdorysně promítací a obsahují tečnu hrdlové šroubovice a tedy mají dotykové body na hrdlových šroubovicích.

Geometrickým místem centrálních bodů zborcené plochy jest *křivka strikční. Strikční křivkou zborcené plochy šroubové jest její hrdlová šroubovice, u plochy uzavřené osa plochy.*

27. Pravoúhlá (zborcená) šroubová plocha uzavřená. Jest vlastně *přímý šroubový konoid*, daný řídící šroubovicí, její osou jako řídící přímkou a řídící rovinou kolmou na osu. V obr. 50 znázorněn jeden závit této plochy s východiskem A pravotočivé šroubovice o svislé ose.

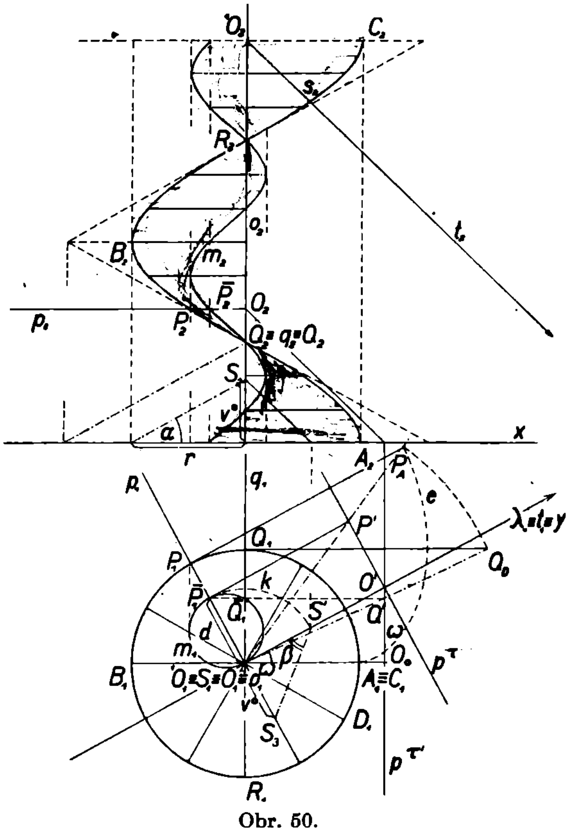
Povrchové přímky omezeny šroubovicí a osou, jak tomu bývá při použití plochy na *točitém schodišti*, kde povrchovými přímkami bývají přední hrany stupňů nebo kde se uplatňuje šroubový konoid jako spodní plocha schodiště.

Půdorysy povrchových přímek tvoří paprskový svazek, nárysy osnovu rovnoběžek se základnicí x, takže plocha nemá vlastních obrysů; šroubovice s a osa o tvoří jen vymezení části nekonečně rozlehlé plochy dané povrchovými přímkami.

Závit rozdělen na 12 dílů, takže posunutí o $\frac{1}{12}$ výšky závitu ve směru osy odpovídá rotaci kolem osy o úhel 30°.

Normálním řezem i poledníkem plochy jsou povrchové přímky.

Úlohy o tečných rovinách lze řešiti dvojím způsobem. Tečná rovina je určena povrchovou přímkou uvažovaného bodu



Obr. 50.

a tečnou šroubovice vytčeného šroubového pohybu, která probíhá bodem na ploše. Na přímce p sestrojíme v libovolném bodě na př. $\overline{P}$ tečnou rovinu, sestrojíme-li ještě tečnu v tom bodě na jeho šroubovici. Půdorys jest kolmý ku p_1, nárys by se odvodil pomocí tečny šroubovice řídící v bodě P na p. Tato tečna PP_A má stopník P_A na evolventě e základní kružnice s_1 s bodem vratu A, $\overline{P_1P_A} = \widehat{P_1A}$ obdržíme rektifikaci oblouku. Tečna $\bar{P}P'$ šroubovice bodu $\bar{P}$ má stopník P'. Není třeba rektifikovati oblouk základní kružnice pro šroubovici bodu $\bar{P}$, příslušné oblouky obou jsou úměrné poloměrům; i jest stopník P' na spojnici o_1P_A středu o_1 soustředných kruhů se stopníkem tečny šroubovice s; a tak pro všechny body na přímce p. Žádaná tečná rovina τ má stopu $p^\tau \parallel p_1$ a procházející ovšem stopníkem P'.

Je-li obráceně dána tečná rovina τ stopou, určí tato stopník P' a z toho se odvodí rovnoběžkou $P'\bar{P}_1 \parallel P_AP_1$ dotykový bod $\bar{P}$.

Konstrukce lze provésti opět pomocným dotykovým hyperbolickým paraboloidem, jehož řídícími přímkami jsou tečna dané šroubovice s v bodě P a osa konoidu a řídící rovinou půdorysna. Spojnice o_1P_A jest přímkou paraboloidu ze soustavy dané přímky p, druhou řídící rovinou je půdorysně promítací rovina tečny šroubovice. Obě methody konstrukce jsou vyjádřeny ovšem týmž rysem.

Pro sestrojení nárysu lze použíti s výhodou přímky hyperbolického paraboloidu, jež jest k nárysně kolmá a protíná tečnu šroubovice i osu plochy, a povrchových přímek řídící plochy kuželové.

V obr. 50 jest na pravoúhlé uzavřené šroubové ploše zborcené vyšetřena *mez vlastního stínu m za osvětlení rovnoběžného*. Jest tedy *opsána přímému šroubovému konoidu daným směrem válcová plocha* čili *jest určen její skutečný obrys pro daný směr promítání*. Jest jím šroubovice poloviční výšky závitu šroubovice řídící.

Osvětlení zvoleno paprskem t a vytčena rovina λ světelného poledníku, $\lambda_1 = t_1$, v níž leží jedna poloha dvanáctinného dělení závitu.

Na povrchové přímce kolmé k světel. poledníku $p \perp \lambda$ určen bod $\overline{P}$ meze vlastního stínu pomocným hyperbolickým paraboloidem. Přímkou p sestrojena světelná rovina τ pomocí paprsku bodu O na ose o, p^{τ} probíhá vrženým stínem O' na půdorysnu, a průsečíkem P' s povrchovou přímkou o_1P_A hyperbolického paraboloidu sestrojena přímka druhé soustavy $P'\overline{P}$, půdorys $P'\overline{P}_1 \parallel P_AP_1$. I platí vztah:

$$\overline{o_1\overline{P}_1} : \overline{o_1P_1} = \overline{\overline{P}_1P'} : \overline{P_1P_A},$$

t. j.

$$d : r = z \operatorname{cotg} \beta : z \operatorname{cotg} \alpha,$$

je-li α odchylkou dané šroubovice s, β odchylkou světelného paprsku od půdorysny a z kóta povrchové přímky p nad půdorysnou. Pak $d = r \operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \beta = v^0 \operatorname{cotg} \beta$, kde v^0 je známá redukovaná výška závitu dané šroubovice s.

Sestrojíme-li tedy vržený stín S' vrcholu S řídící kuželové rotační plochy šroubovice s, mající výšku v^0 a řídící kružnici s_1 v půdorysně, jest $d = \overline{S_1S'} = v^0 \operatorname{cotg} \beta = \overline{o_1\overline{P}_1}$; tak se tento bod meze vlastního stínu snadno sestrojí.

Bod meze vlastního stínu $\overline{Q}$ na jiné povrchové přímce q (v obrazci zvolena kolmá k nárysně) sestrojí se právě tak. Myslíme si novou půdorysnu sníženou o vzdálenost z pod přímkou q, takže obdržíme týž obrazec otočený o úhel ω, jen $\overline{\overline{Q}_1Q'} = \overline{O_1O_0} = \overline{O_1O'} \cdot \cos \omega$ (jak plyne z pravoúhlého $\triangle\, O_1O_0O'$ s úhlem $\omega = \widehat{p_1q_1}$) a protože $\overline{O_1O'} = \overline{\overline{P}_1P'}$, jest $\overline{\overline{Q}_1Q'} = \overline{\overline{P}_1P'} \,.\, \cos \omega$. Platí tedy úměra

$$\overline{O_1\overline{Q}_1} : r = z \operatorname{cotg} \beta \cos \omega : z \operatorname{cotg} \alpha.$$

I jest $\overline{O_1\overline{Q}_1} = r \operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \cos \omega = v^0 \operatorname{cotg} \beta \cos \omega = d \cos \omega$.

I leží proměnný bod $\overline{Q}_1$ na kružnici m_1 opsané nad úsečkou $\overline{O_1\overline{P}_1} = d$ jako průměrem.

Protože dráha bodu $\overline{Q}_1$ na kružnici m_1 je úměrna posunutí ve směru osy o a úhlově je dvojnásobná než dráha půdorysu Q_1 bodu šroubovice, neboť bod $\overline{Q}_1$ proběhne kružnici m_1 dvakrát když površka šroubové plochy vykoná jeden závit, jest *mezí m vlastního stínu pravoúhlé uzavřené šroubové plochy šroubovice o polovině výšky závitu šroubovice řídící.* Odtud plyne sestrojení nárysu.

Celkové osvětlení žádá vržený stín na rovinu kolmou k ose (půdorysnu) a vržený stín plochy na sebe.

Vržené stíny šroubovic na rovinu kolmou k ose jsou: *obecná cykloida* pro šroubovici m, protože světelný paprsek je tečnou šroubovice a ten dá body vratu stínu a *cykloidy zkrácené* pro šroubovice omezující plochu.

Vržený stín na jinou rovinu (na nárysnu) sestrojí se afinitou s vrženým stínem na půdorysnu.

Lze vysloviti větu:

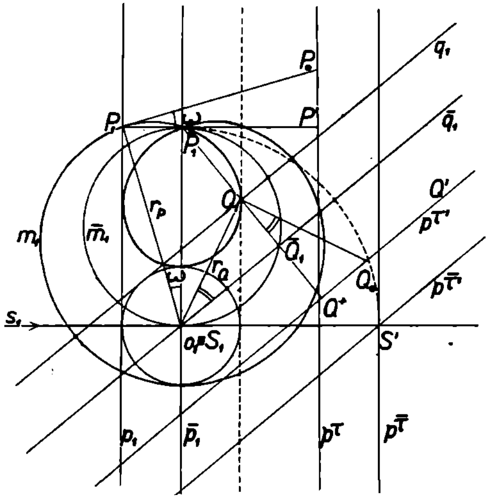
Každá rotační válcová plocha, jež má osu pravoúhlé uzavřené šroubové plochy za povrchovou přímku, protíná ji v šroubovici o poloviční výšce závitu plochou vytčeného šroubového pohybu.

28. Pravoúhlá zborcená šroubová plocha otevřená. Plocha vytčena toliko půdorysem v obr. 51 při svislé poloze své osy o, její hrdlová šroubovice h má půdorysem kružnici h_1 o středu o_1.

Povrchové přímky $p, q, \ldots$ plochy jsouce rovnoběžny s půdorysnou mají od osy stálou vzdálenost, jež je poloměrem hrdlové šroubovice, kterou opisuje bod přímky k ose nejbližší; i dotýkají se půdorysy $p_1, q_1, \ldots$ půdorysu h_1 v půdorysech bodů hrdlové šroubovice.

Kdybychom zobrazili závit plochy vymezený souosou rotační válcovou plochou, byl by omezen dvěma shodnými šroubovicemi, stočenými o úhel, jejž určuje tětiva základní kružnice. Nárysy povrchových přímek k nárysně kolmých jsou pak vrcholy sinusoidy h_2; jimi probíhají také nárysy obou omezujících šroubovic.

Řídícími útvary této zborcené plochy jsou: základní šroubovice, která určuje šroubový pohyb a jejímiž body procházejí povrchové přímky, souosá řídící válcová plocha o řídící kružnici h_1 v půdorysně, které se povrchové přímky dotýkají a řídící půdorysna, s níž jsou rovnoběžny.



Obr. 51.

Úlohy o tečných rovinách lze řešiti pomocným dotykovým hyperbolickým paraboloidem, určeným tečnami obou omezujících šroubovic i tečnou hrdlové šroubovice.

Jde nám opět o *určení meze vlastního stínu na ploše za osvětlení rovnoběžného* a tu vystačíme s půdorysem plochy. Vytkněme světelný paprsek s a vržený stín S' bodu S osy o na půdorysnu, jež leží pod bodem S ve vzdálenosti redukované výšky závitu v^0 šroubového pohybu, $\overline{S_1S'} = v^0 \operatorname{cotg} \beta$, je-li β

odchylka světelných paprsků od půdorysny; volba S' stačí pro sestrojení půdorysu meze vlastního stínu.

Povrchová přímka kolmá na směr světelného paprsku budiž p, proměnná povrchová přímka q.

Uvažujme současně o uzavřené šroubové pravoúhlé ploše, souosé a téže výšky závitu i smyslu, jejíž povrchové přímky $\bar{p} \perp s$ a proměnná $\bar{q}$ jsou rovnoběžny s přímkami $p, q, \ldots$ otevřené plochy v těchže úrovních nad půdorysnou. Světelné roviny vytčených povrchových přímek obou ploch buďtež τ a $\bar{\tau}$, τ' a $\bar{\tau}'$, body mezí vlastních stínů na nich P a $\bar{P}$, Q a $\bar{Q}$.

Na ploše uzavřené platí podle předešlého článku $\overline{S_1\bar{P}_1} = \overline{S_1S'}$, $\overline{\bar{P}_1\bar{Q}_1} \perp \bar{q}_1$. Stopy světelných rovin $\bar{\tau}$ a $\bar{\tau}'$ (vždy pro půdorysnu sníženou o v^0) jsou $p^{\bar{\tau}}$ a $p^{\bar{\tau}'}$, stopy světelných rovin τ a τ' pro přímky otevřené plochy p^{τ} a $p^{\tau'}$, i platí rovnost vzdálenosti $p_1 \dashv p^{\tau} = \bar{p}_1 \dashv p^{\bar{\tau}}$, $q_1 \dashv p^{\tau'} = \bar{q}_1 \dashv p^{\bar{\tau}'}$.

Bod P meze vlastního stínu, který jest určiti, má vržený stín P' na p^{τ} a na ploše prochází jím šroubovice o základním poloměru r_P. Tečna šroubovice v tomto bodu meze vlastního stínu $P_1P_0 \perp P_1S_1$ musí ležeti ve světelné tečné rovině τ a její stopník P_0 musí vyhovovati podmínce $\overline{P_1P_0} = r_P = \overline{S_1P_1} = v^0 \operatorname{cotg} \beta$. Jelikož pak $\overline{P_1P'} = \overline{S_1\bar{P}_1}$, $\overline{P_1P_0} = \overline{S_1P_1}$, plyne ze shodnosti $\triangle\, P_1P'P_0 \cong S_1\bar{P}_1P_1$ rovnost úhlů a podmínka $\overline{\bar{P}_1P_1} \perp p_1$.

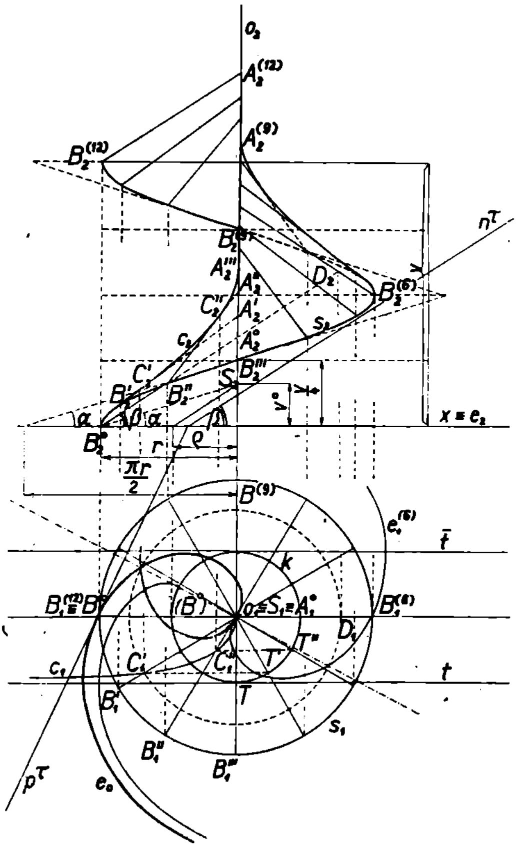
Obdobný vztah platí pro proměnnou povrchovou přímku q, jen vržený stín Q' se nahradí stopníkem Q^+ půdorysné spádové přímky bodem Q meze vlastního stínu, sestrojené ve světelné rovině τ'. Šroubovice bodem na ploše má poloměr $r_Q = \overline{S_1Q_1} = \overline{Q_1Q_0}$, $Q_1Q_0 \perp S_1Q_1$. Protože $\overline{S_1\bar{Q}_1} = \overline{Q_1Q^+}$, leží Q_1 na kolmici $\overline{\bar{P}_1\bar{Q}_1} \perp q_1$.

Půdorys m_1 meze m vlastního stínu jest tedy *úpatní křivkou kružnice* h_1 pro pól P_1 nebo též *Pascalovou závitnicí* jakožto speciální *kruhovou konchoidou* kruhu $\bar{m}_1$, půdorysu meze vlastního stínu pomocné uzavřené šroubové plochy pro pól $\bar{P}_1$ ležící na ploše.

29. Kosoúhlá zborcená šroubová plocha uzavřená. Osa o plochy budiž kolmá k půdorysně. Jelikož povrchové přímky protínají osu, dělí osa tuto šroubovou plochu na *dvě části*: *vrchní a spodní*. Zobrazme *jeden závit spodní části*, rozdělíce kruh stejnoměrně na 12 dílů (obr. 52). Východiskem budiž povrchová přímka A^0B^0 rovnoběžná s nárysnou, A^0 na ose o, B^0 v půdorysně, s odchylkou β od půdorysny. Bod B^0 opisuje šroubovici s, bod A^0 posunuje se rovnoměrně po ose, výška závitu $\overline{B_2{}^0B_2{}^{(12)}} = \overline{A_2{}^0A_2{}^{(12)}} = v$. Pomocí rektifikace čtvrtkružnice $\frac{1}{2}\pi r$ půdorysu s_1 šroubovice a čtvrtiny $\frac{1}{4}v$ výšky závitu určena odchylka α šroubovice, poté pak redukovaná výška v^0 závitu, odpovídající oblouku r. Tím sestrojen vrchol S řídící kuželové plochy, $S(B^0) \parallel A^0B^0$ jest její povrchovou přímkou a k základní kružnicí o poloměru $\varrho = \overline{S_1(B^0)}$ v půdorysně. Sestrojeny jednotlivé povrchové přímky zborcené plochy, jichž půdorysy jsou poloměry, jako rovnoběžky k přímkám řídící kuželové plochy nebo samostatně pomocí bodů $A^0, A', A'', \ldots$ na ose a $B^0, B', B'', \ldots$ šroubovice s.

Meridiánová křivka této uzavřené plochy skládá se ovšem ze dvou soustav vzájemně rovnoběžných povrchových přímek $A^0B^0 \parallel A^{(12)}B^{(12)} \parallel \ldots, A^{(6)}B^{(6)} \parallel \ldots$ Přímky obou soustav (horní část jedné a spodní část druhé) se protínají v dvojných bodech plochy, jež vyplňují dvojné šroubovice na ploše. V obr. vytčen průsečík D poledníkových přímek, jenž opisuje takovou dvojnou šroubovici.

V naší konstrukci zvolen takový obecný případ, kdy bod A^0 na ose o má jinak libovolnou polohu. Kdyby pravoúhlý průmět úsečky A_0B_0 na osu, který zůstává stálým, byl roven právě čtvrtině výšky závitu, takže nárys $A_2{}^0$ inciduje s nárysem B'''_2, pak by tvořící přímka protínala podruhé šroubovici s v bodě $B^{(6)}$ povrchové přímky $A^{(6)}B^{(6)}$, takže oba souměrně sdružené body B^0 a $B^{(6)}$ podle středu A^0 opisovaly by tutéž dvojnou šroubovici. Takový případ se vyskytuje *na vý-*



Obr. 52.

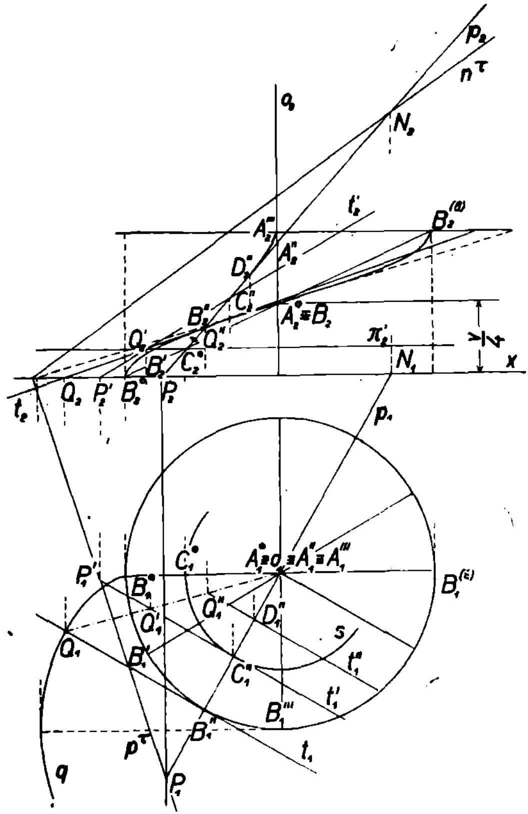
vrtce. Šroubová kosoúhlá plocha uzavřená zove se v technické praxi vůbec vývrtková plocha; vyskytuje se na ostrých šroubech.

Normálným řezem plochy jest podle čl. 26 Archimedova spirála jako speciální kruhová evolventa e^0 vytvořená středem S_1 pevně spojeným s kotálející se tečnou t (poloidá hybná) po kružnici k (poloida nehybná). V obr. znázorněn normálný řez v půdorysně a v rovině o $\frac{1}{2}v$ vzdálené, jenž odpovídá šroubovému pohybu prvního o půl otočky. Dvojný bod Archimedovy spirály jest dvojným bodem plochy, vzniklým z průsečíku přímek meridiánových, na př. D a podrobeným šroubovému pohybu.

Řídícími útvary této zborcené plochy jsou řídící šroubovice s a její osa o. Protože povrchové přímky plochy protínají osu v stálém úhlu, je řídící kuželová plocha této zborcené plochy rotační a její úběžná křivka, jejíž body incidují s příslušnými povrchovými přímkami, jest třetím řídícím útvarem.

Tečná rovina obsahuje tečny všech křivek bodem na ploše, tedy příslušnou povrchovou přímku, tečnu šroubovice dotykového bodu a tečnu normálního řezu, jenž prochází dotykovým bodem. Na př. tečná rovina τ v bodě B^0 má za půdorysnou stopu tečnu normálního řezu e^0 v půdorysně (normála v bodě B^0 prochází okamžitým středem otáčení T pohybu kotálecího, kde $S_1T \perp S_1B^0$) a nárysnou stopou $n^\tau \parallel A_2{}^0B_2{}^0$. Jelikož bod T jest pevný pro normály všech spirál bodů na povrchové přímce, plyne odtud projektivnost řady bodů povrchové přímky a svazku tečných rovin v nich.

Obrys nárysu této šroubové plochy jest obalová křivka souhrnu nárysů povrchových přímek plochy. Abychom určili dotykový bod C''_2 křivky c_2 na povrchové přímce $A''_2B''_2$, použijeme vlastnosti tečen normálného řezu. Povrchovou přímkou položíme rovinu nárysně promítací a určíme její dotykový bod C'' s plochou. Tečna normálného řezu musí býti kolmá k nárysně. Tedy $S_1T'' \perp S_1B''_1$, $T''C''_1 \parallel x$ a z půdorysu C''_1 odvozen ordinálou nárys C''_2. Půdorysem c_1 jest t. zv. *kappa křivka*, jejíž větve se dotýkají ordinály osy v jejím půdorysu o_1 a mají za asymptoty protější tečny t a $\bar{t}$ základní kružnice k. Větve druhého obrysu c_2 mají za asymptoty nárysy povrchových přímek rovnoběžných s nárysnou.



Obr. 53.

Kinematická methoda jest tu jistě pro úlohy o tečných rovinách nejvhodnéjší. Lze je ovšem *řešiti pomocí tečny šroubovice, která na ploše probíhá dotykovým bodem.*

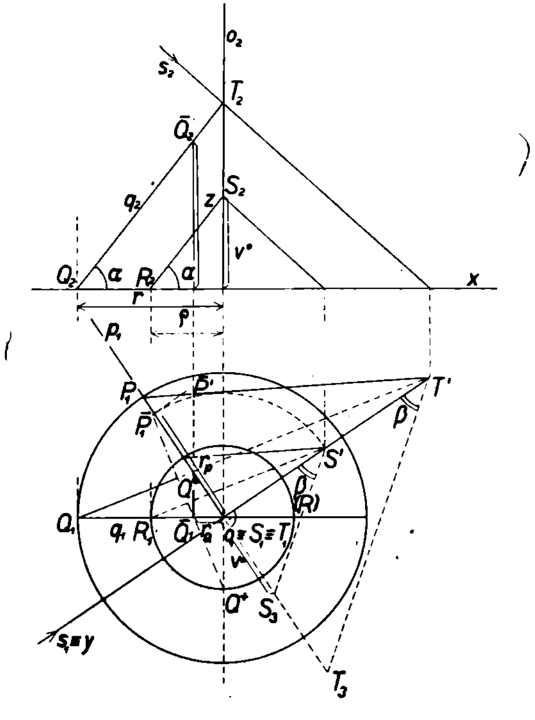
V obr. 53 je určena kosoúhlá uzavřená šroubová plocha jako v obr. předcházejícím řadou bodů B_0, B', B'', ... šroubovice s a řadou bodů A^0, A', A'', ... na její ose o. Bod A_0 má nárys ztotožněn s nárysem B'''_2, takže rozdíl souřadnic z obou přiřazených bodů rovná se čtvrtině výšky závitu v a povrchové přímky procházejí protějšími body šroubovice s jako na vývrtce, na př. A^0B^0 prochází protějším bodem $B^{(6)}$; dělení závitu opět na dvanáctiny. Je-li úlohou sestrojiti v bodě C'' na povrchové přímce $p \equiv A''B''$ tečnou rovinu τ, určíme ji povrchovou přímkou $p \equiv PN$ a tečnou t' šroubovice s', kterou opisuje na ploše bod C''. Tečna t šroubovice s v bodě B'' má půdorysný stopník Q na evolventě q, již vyplňují stopníky tečen ve všech bodech šroubovice s. Šroubovice s' jejíž půdorys je s'_1 má počáteční bod C^0 na A^0B^0 v úrovni $\pi' \parallel \pi$. Tečna t' této šroubovice má stopník Q' na rovině π' té polohy, že spojnice QQ' prochází bodem A^0 na ose vzhledem k úměrnosti odkotálených oblouků a poloměrů šroubovic; stopník P' tečny $t' \equiv C''Q'$ na půdorysně se odvodí z nárysu. Pak stopa tečné roviny $p^\tau \equiv PP'$ a n^τ prochází stopníkem N.

Tečny t a t' a osa o určují *dotykový hyperbolický paraboloid šroubové plochy* podél povrchové přímky p, která s přímkou QQ' je jeho přímkou druhé soustavy; půdorys přímek této soustavy tvoří paprskový svazek o středu o_1.

Pomocným hyperbolickým paraboloidem lze pohodlně řešiti úlohy o tečných rovinách na šroubové ploše. Na př. úkol *povrchovou přímkou $A''B''$ proložiti rovinu a určiti její dotykový bod s plochou.* Položíme-li na př. touto přímkou rovinu nárysně promítací δ, $\delta_2 \equiv A''_2B''_2$, stačí sestrojiti průsečík Q'' přímky QQ' s rovinou a v půdorysu sestrojiti přímku t'' soustavy tečen šroubovic, t. j. $Q''_1D''_1 \equiv t''_1 \parallel t_1$; ta určí již půdorys D''_1 dotykového bodu, D''_2 na δ_2 je bodem zdánlivého druhého obrysu.

Také lze ovšem použíti projektivního vztahu řady dotykových bodů na p se svazkem tečných rovin, tedy na př. s paprskovým svazkem jejich stop o vrcholu P v půdorysně.

Budiž ještě naší úlohou *sestrojiti pro kosoúhlou uzavřenou šroubovou plochu body meze vlastního stínu za osvětlení rovnoběžného*. V obr. 54 určen šroubový pravotočivý pohyb osou o



Obr. 54.

kolmou k půdorysně a redukovanou výškou závitu v^0, kterou zvolíme za výšku řídící kuželové plochy dané kosoúhlé uzavřené plochy šroubové, jež je určena povrchovou přímkou $q \equiv QT$ rovnoběžnou s nárysnou a mající odchylku α od půdorysny, bod Q jest její půdorysný stopník a T bod na ose plochy, S vrchol řídícího kužele, R stopník povrchové přímky $RS \parallel QT$. Poloměry základních kruhů jdoucích stopníky Q a R buďtež r a ϱ. Osvětlení zvoleno paprskem s, který má od půdorysny odchylku β, sestrojeny vržené stíny S' a T' na půdorysnu, což vytčeno stranorysem pro základnici $s_1 = y$.

Uvažujme nejprve o povrchové přímce p, jež leží v rovině poledníku kolmého k poledníku světelnému, $p_1 \perp s_1$. Na té jest bodem $\overline{P}$ meze vlastního stínu opět bod, jehož šroubovice má poloměr $r_P = v^0 \operatorname{cotg} \beta = \overline{S_1 \overline{P}_1} = \overline{S_1 S'}$; tuto délku přeneseme ve smyslu pohybu na p_1, $\overline{S_1 \overline{P}_1} = \overline{S_1 S'}$. Pak bod $\overline{P}$ má skutečně za tečnu své šroubovice na ploše přímku o spádu $\dfrac{v^0}{r_P} = \dfrac{v^0}{\overline{S_1 S'}} = \operatorname{tg} \beta$, t. j. světelný paprsek a patří tedy mezi vlastního stínu.

Za proměnnou povrchovou přímku budiž uvažována přímka průčelná q s bodem meze vlastního stínu $\overline{Q}$ a poloměrem r_Q jeho šroubovice na ploše. Půdorysný stopník tečny šroubovice bodu $\overline{Q}$ budiž Q^0 na vrženém stínu QT', jenž je stopou světelné roviny přímky q; pak vyhovuje tečná rovina v bodě $\overline{Q}$ jako světelná rovina. Nárys podává vztah

$$\frac{z}{r - r_Q} = \frac{v^0}{\varrho} \text{ čili } z = \frac{v^0 (r - r_Q)}{\varrho}.$$

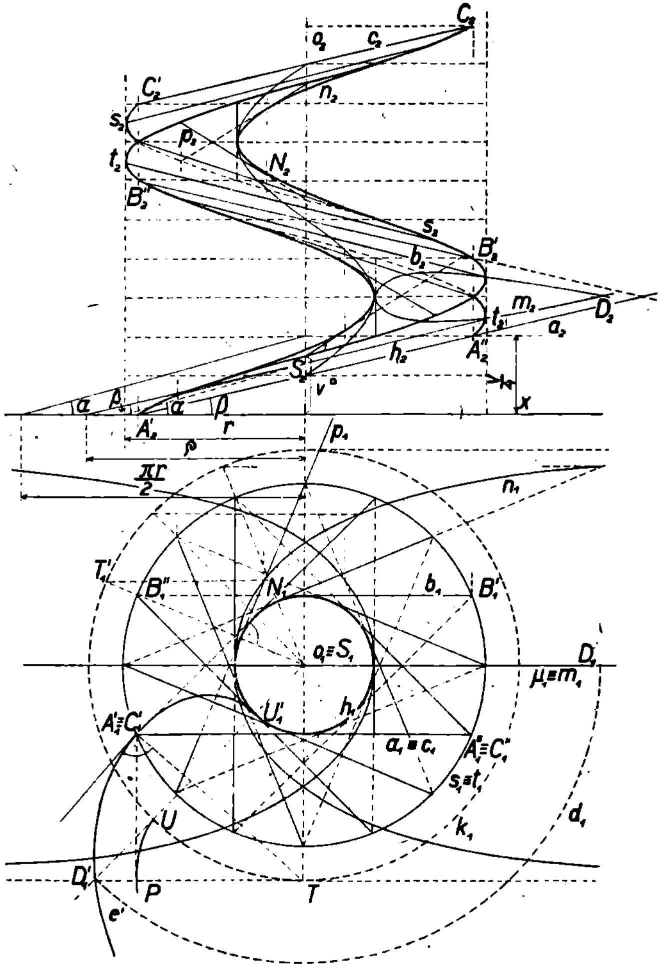
Jelikož $\dfrac{r_Q}{v^0} = \operatorname{cotg} \varepsilon$, kde ε je odchylkou tečny šroubovice od půdorysny, jest $\overline{\overline{Q}_1 Q^0} = z \operatorname{cotg} \varepsilon = \dfrac{v^0 (r - r_Q)}{\varrho} \cdot \dfrac{r_Q}{v^0} = \dfrac{(r - r_Q)\, r_Q}{\varrho}$. Odtud plyne $\overline{\overline{Q}_1 Q^0} : \overline{\overline{Q}_1 Q} = \overline{S_1 \overline{Q}_1} : \overline{S_1 Q^+}$, je-li Q^+ bod kružnice řídícího kužele, pro který $\overline{S_1 Q^+} \perp q_1$. I jsou podobny $\triangle\, Q^+ S_1 \overline{Q}_1 \sim \triangle\, Q \overline{Q}_1 Q^0$; oba trojúhelníky jsou otočeny o pravý úhel, tedy $\overline{Q}_1Q^+ \perp QT'$ a též $Q^+\overline{Q}_1 \perp RS'$. Patrně $\triangle\, Q^+S_1\overline{P}_1 \cong \triangle\, RS_1S'$ a ježto oba trojúhelníky jsou o pravý úhel otočeny, jest $Q^+\overline{Q}_1 \perp RS'$; prochází tedy $Q^+\overline{Q}_1$ pólem $\overline{P}_1$. Na každém průměru $R(R)$ základního kruhu o poloměru ϱ obdržíme takto dva body půdorysu křivky jako paty kolmic sestrojených pólem $\overline{P}_1$ na spojnice RS' a $(R)S'$. Půdorys meze vlastního stínu je křivka čtvrtého stupně, protože paprsky procházející jejím dvojným bodem $\overline{P}_1$ protínají křivku ještě ve dvou bodech; její tvar řídí se polohou pólu k základní kružnici poloměru ϱ řídící kuželové plochy o výšce v^0.

30. Kosoúhlá zborcená šroubová plocha otevřená. Bylo o ní jednáno v čl. 26, kde v obr. 49 byly sestrojeny oba tvary e' a e'' normálních řezů této plochy (evolventa protáhlá a zkrácená), mezi nimiž se nachází normální řez e (evolventa prostá) rozvinutelné plochy šroubové.

Zvolme kosoúhlou otevřenou šroubovou plochu osou o kolmou k půdorysně. Omezení dvěma shodnými šroubovicemi s a t a povrchovými přímkami $a \parallel c$ jednoho závitu, který je povrchovou přímkou b půlen, dále hrdlovou šroubovicí h, jejíž poloměr jest nejkratší vzdáleností osy a povrchové přímky je patrno z obrazce 55. Závit rozdělen na 16 stejných intervalů, povrchová přímka a sestrojena průčelně jedním koncovým bodem A' na šroubovici s v půdorysně a druhým A'' o čtvrtinu výšky závitu vzdáleným od půdorysny na šroubovici t, body A' a A''_1 jsou dělícími body v půdorysně ve vzdálenosti 6 šestnáctin kružnice $s_1 \equiv t_1$.

Rektifikací čtvrtkružnice sestrojena odchylka α a redukovaná výška závitu v^0 a z té pak kružnice k poloměru ϱ řídícího kužele plochy o výšce v^0; vrcholem S kužele prochází průčelná přímka kužele rovnoběžně s průčelnou přímkou a šroubové plochy.

Normálný řez půdorysnou je zkrácená evolventa e' procházející bodem A'. Sestrojíme-li tečnu kružnice k rovno-


C2
a2
c2
C'2
n2
s2
p2
t2
N2
B''2
s2
B'2
b2
m2
D2
t2
a2
A''2
h2
S2
v°
x
α
β
A'2
r
ρ
πr/2
p1
n1
T'1
B''1
N1
b1
B'1
o1≡S1
D1
μ1≡m1
A'1≡C'1
U'1
h1
a1≡c1
A''1≡C''1
s1≡t1
U
k1
d1
D'1
P
T
e'

Obr. 55.

běžnou s a_1 s dotykovým bodem T a na ní patu P kolmice sestrojené bodem A' normálního řezu, obdržíme bod vratu U prosté evolventy e kružnice k, naneseme-li délku TP na k; na poloměru o_1U jest dvojný bod D'_1 zkrácené evolventy e'. Tečna v bodě A' je kolmá ku $A'T$, bod T je okamžitý střed otáčení.

V obrazci sestrojena část hlavního poledníku m přímo z bodů; nárys m_2 má a_2 a b_2 za asymptoty, meridiánová křivka má dvojný bod D, jenž odpovídá bodu D'; nachází se s ním na dvojné šroubovici d plochy.

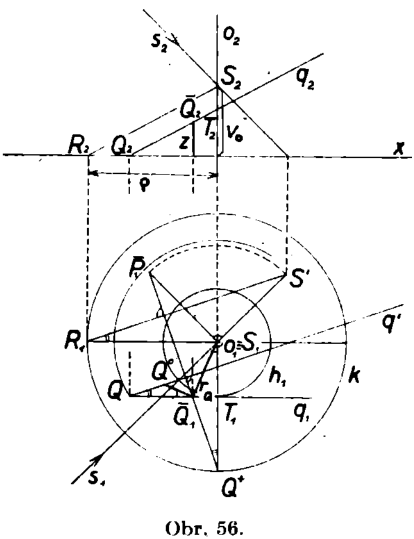
Pro rozvinutelnou šroubovou plochu má poledník bod vratu na šroubovici vratu; je-li normální řez zborcené plochy šroubové protáhlá evolventa bez dvojného bodu, nemá ho ani křivka meridiánová.

Obrysem půdorysu jest — mimo uvedené vymezení — *půdorys h_1 hrdlové šroubovice.*

Obrysem nárysu jest obalová křivka n_2 nárysů povrchových přímek, která sestává z hyperbolických větví, dotýkajících se nárysu h_2 hrdlové šroubovice střídavě z pravé a levé strany. Dotykové body určíme některou z method uvedených u plochy zavřené, pokládáme-li křivku n za skutečný obrys vzhledem k nárysně, t. j. prokládáme povrchovými přímkami roviny nárysně promítací a určujeme jejich dotykové body. Nárysně promítací tečná rovina obsahuje i nárysně promítací tečnu normálního řezu plochy, jenž prochází hledaným bodem na př. N na povrchové přímce p. Sestrojíme tedy třeba okamžitý střed otáčení T' na k, $T'o_1 \perp p_1$, $T'N_1 \parallel x$ a z půdorysu se odvodí nárys N_2 a tak celá křivka n_2; v obr. z půdorysu n_1 odvozen též bod křivky n_2 na šroubovici.

Řídícími útvary této zborcené plochy jsou řídící šroubovice s, souosá řídící válcová plocha o základní kružnici h_1 v půdorysně a úběžná křivka rovněž souosé rotační kuželové plochy, určené stálým úhlem, který svírají povrchové přímky zborcené plochy s její osou.

Otevřené šroubové kosoúhlé plochy se používá na vřetenu přístroje, jímž se pořizují otvory v slabších dřevěných deskách; jest to t. zv. *svidřík* (též *rychlovrtka*). Obě omezující šroubovice splývají tu zase v jednu dvojnou šroubovici na ploše. Je-li na povrchové přímce $A'A''$ bod A''_1 úhlově vzdálen od bodu A' o $\frac{3}{8}$ otočky, měří také jeho převýšení v nárysu $\frac{3}{8}$ výšky závitu. Tím obdržíme ostrou hranu vřetene, podobně jako na ploše vývrtkové.



Obr. 56.

Body meze vlastního stínu za osvětlení rovnoběžného na otevřené kosoúhlé šroubové ploše vyšetříme opět methodou šroubovic, procházejících hledanými body meze, sestrojíce řídící kuželovou plochu o výšce v^0, vrcholu S a kružnici k o poloměru ϱ, dále vržený stín S' vrcholu na půdorysnu a pól $\overline{P}_1$ na poledníku kolmém k světelnému, $\overline{S_1\overline{P}_1} = \overline{S_1S'}$ (obr. 56).

Bod Q meze vlastního stínu na povrchové přímce q má vzdálenost od půdorysny z a z úměrnosti v nárysně plyne $z = \frac{v^0}{\varrho} . \overline{Q\overline{Q}_1}$. Šroubovice bodem $\overline{Q}$ na ploše má základní kruh o poloměru $r_{\overline{Q}} = v^0 \operatorname{cotg} \varepsilon$, je-li ε odchylkou její tečny od půdorysny; půdorysný stopník Q^0 této tečny musí opět padnouti na půdorysnou stopu světelné roviny procházející přímkou q, t. j. na vržený stín $q' \parallel RS'$. I musí $\overline{\overline{Q}_1 Q^0} = z$. $. \cotg \varepsilon = \frac{v^0}{\varrho} . \overline{Q\overline{Q}_1} . \frac{r_Q}{v^0} = \overline{Q\overline{Q}_1} . \frac{r_Q}{\varrho}$. Odtud plyne úměra $\overline{\overline{Q}_1 Q^0} : \overline{Q\overline{Q}_1} = r_Q : \varrho$, t. j. $\overline{\overline{Q}_1 Q^0} : \overline{Q\overline{Q}_1} = \overline{S_1\overline{Q}_1} : \overline{Q^+S_1}$ kde Q^+ leží na kružnici řídícího kužele, $Q^+S_1 \perp RS_1$. Z rovnosti úhlů jedním obloučkem označených a z této úměry jest patrna podobnost $\triangle Q\overline{Q}_1Q^0 \sim \triangle Q^+S_1\overline{Q}_1$ a ježto oba trojúhelníky mají sdružené strany vzájemně kolmé, jest $Q^+\overline{Q}_1 \perp QQ^0$, t. j. $Q^+\overline{Q}_1 \perp RS'$. Protože $\triangle RS_1S' \cong \triangle Q^+S_1\overline{P}_1$ a oba trojúhelníky jsou o pravý úhel otočeny, jest i $Q^+\overline{P}_1 \perp RS'$. I leží bod $\overline{Q}_1$ na kolmici sestrojené pólem $\overline{P}_1$ ku RS', čímž je dána konstrukce půdorysu meze vlastního stínu. Pól $\overline{P}_1$ jest dvojným bodem křivky, jak plyne z jejího průběhu. Sestrojení této unikursální křivky 4. řádu jest takto vyjádřeno: Na kružnici h_1 a soustředné kružnici o poloměru ϱ určuje proměnný poloměr body T_1 a Q^+. Spojnice $Q^+\overline{P}_1$ (s pevným pólem) určí na tečně kružnice h_1 v bodě T_1 bod $\overline{Q}_1$ křivky.

Rovinný řez a průsečík s přímkou šroubových ploch přímkových. Připojujeme tuto poznámku týkající se všech přímkových šroubových ploch.

Rovinný průsek každé zborcené plochy sestrojujeme z průsečíků jednotlivých povrchových přímek s rovinou sečnou. Určíme-li pro průsečík tečnou rovinu zborcené plochy, poskytne její průsečnice s rovinou sečnou tečnu průsečné křivky. U zborcených ploch šroubových použije se často při sestrojování takového průsečíku na místě promítací roviny povrchové přímky některé její roviny tečné, na př. roviny určené tečnou k normálnému řezu. Pro přímku povrchovou rozvinutelné plochy šroubové poskytne tato rovina, dotýkající se podél celé přímky, současně bod průseku i s jeho tečnou.

Jinak sestrojíme rovinný průsek transformací na průsek promítací rovinou. Aby nebylo třeba sestrojovati pomocný průmět plochy, lze konstrukci zaříditi také tak, že sečnou rovinu podrobíme šroubovému pohybu určenému danou plochou, až stane se rovinou promítací, sestrojíme řez a v opačném smyslu sešroubujeme jej do původní polohy sečné roviny obecné polohy. K přešroubování roviny do polohy roviny promítací lze použíti jejích hlavních přímek a bodu na ose plochy, v rovině kolmé k ose pohybu obdržíme prostou rotací, které odpovídá určité posunutí, o zlomek výšky závitu pro všechny body.

Rovinný řez pravoúhlých šroubových ploch jest ovšem dán průsečíky přímek povrchových s příslušnými hlavními přímkami sečné roviny.

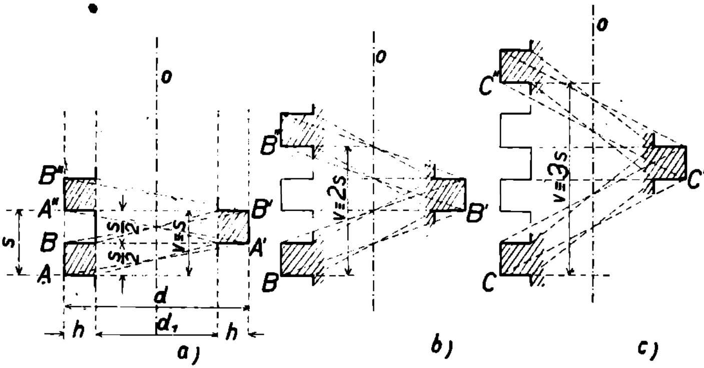
Průsečíky přímky se šroubovou plochou přímkovou určíme buď

1. *promítací rovinou*, kterou přímkou položíme a řezem plochy touto rovinou, nebo

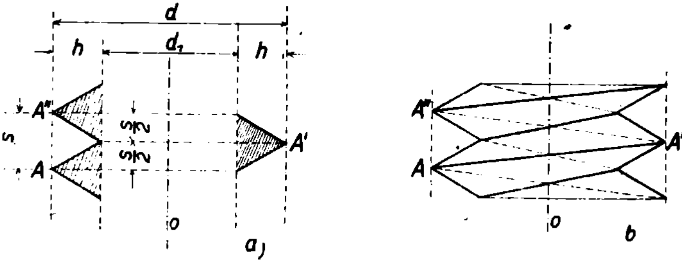
2. *šroubovým pohybem*. Přikážeme dané přímce p šroubový pohyb daný plochou. Je-li X hledaný průsečík přímky s plochou, prochází jím povrchová přímka plochy a šroubovice na nově vytvořené šroubové ploše. Šroubovým pohybem do některé roviny kolmé k ose (na př. půdorysny) přijde bod X do průsečíku stop obou šroubových ploch. Kružnice sestrojená průsečíkem (X) obou těchto evolvent (nebo přímky a evolventy při ploše pravoúhlé) jest průmětem společné šroubovice a určí na průmětu dané přímky p průměty hledaných průsečíků X.

31. Zborcené šroubové plochy v praxi. Mimo použití přímého šroubového konoidu (čl. 27) na točitém schodišti hrají obě uzavřené šroubové plochy zborcené důležitou úlohu v celé strojnické technice. Jsou základem *šroubů spojovacích* nebo *upevňovacích*, jež zovou se *ostré šrouby* a jsou vytvořeny kosoúhlými uzavřenými šroubovými plochami (vývrtkovými) a *šroubů pohybových*, jež se nazývají *tupé* nebo *ploché šrouby*; jsou vytvořeny pravoúhlými uzavřenými šroubovými plochami a realisují převod pohybu točného v pohyb posuvný.

Jádrem každého šroubu jest *vřeteno*, jež jest rotační válec. K tomu jest u šroubu tupého připojen pravoúhelník (obr. 57) a u šroubu ostrého trojúhelník rovnoramenný (se základnou na vřetenu) nebo rovnostranný (obr. 58), jež leží v rovině



Obr. 57.



Obr. 58.

osového řezu a šroubovým pohybem kolem osy *o*, tedy šroubováním uzavřeného obrazce vytvořují těleso přiléhající k vřetenu, t. zv. *tupý* (*plochý*) nebo *ostrý závit*. Body *A* a *B* na tupém závitu a bod *A* závitu ostrého vytvořují šroubovicové hrany. Jest různá praxe rýsování šroubů, ustálená normalisačními předpisy také pro strojnické kreslení. Nárysy šroubovic (sinusoidy) nahrazují se lomenými čarami, jichž strany jsou průměty tětiv šroubovic na polovičkách výšky závitu.

Jestliže na jedné výšce závitu se nachází jediný profil, na př. pravoúhelník v obr. 57a, sluje *šroub jednoduchý*; výška závitu (v praxi též *stoupání*), t. zv. *rozteč* $s = \overline{AA''} = 2 \,.\, \overline{AB}$. U jednoduchého ostrého šroubu v obr. 58 je výškou závitu rozteč $s = \overline{A'A''}$ rovné základně profilového trojúhelníku; obr. 58b ukazuje pohled na ostrý jednoduchý šroub.

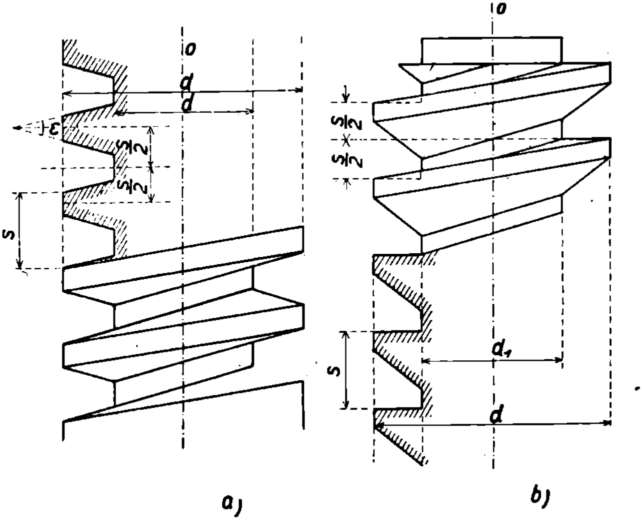
V obou obrazcích a) jsou vyznačeny na šroubech *průměry* $d > d_1$, d *průměr* šroubu a d_1 *průměr jádra*, podle normal. předpisů *velký* a *malý průměr*. *Hloubka závitu* $h = \frac{1}{2}(d - d_1)$.

Šroubuje-li se současně několik profilů, což bývá obyčejně na šroubech plochých, vzniká *závit n-násobný, n-chodý*; šroub má pak n rovnoběžných závitů vzniklých z n tvořících obrazců; n značí též počet profilů (také period) na jedné výšce závitu čili v jednom stoupání, výška závitu $v = n \,.\, s$. V obr. 57b je vyznačen nárys dvojchodého a v obr. 57c trojchodého plochého šroubu s výškou závitu $v_2 = 2s$ a $v_3 = 3s$, ponecháme-li výšku $v_1 = s$ pro šroub jednoduchý. Je-li n sudé (v obr. b) je $n = 2$), je v řezu proti zubu zub, pro liché n (v obr. c) je $n = 3$) je proti zubu mezera. Vyznačíme-li na př. u trojchodého šroubu profil C a nad ním nad výškou závitu $v_3 = 3s$ profil C'', jest profil protější C' pro polovinu obrátky právě v polovici mezi oběma profily levými, tedy proti mezeře.

Vřeteno se závitem se zove *svorník. Šroubová matice* je těleso s dutým prostorem, kterým se může shodný svorník šroubovati.

Závit plochý bývá nahrazen *závitem lichoběžníkovým* (obr. 59a, b), meridiánovým profilem je buď lichoběžník rovnoramenný (s úhlem $\varepsilon = 29°$ obou ramen) nebo lichoběžník pravoúhlý; v obr. jsou pro obě alternativy vytčeny rozteče a oba průměry jako dříve. Šrouby jsou oba jednoduché a sestrojeny v řezu i v nárysu. Je-li profilem pravoúhlý lichoběžník, jsou na šroubu zastoupeny i pravoúhlá i kosoúhlá uzavřená plocha šroubová. Tyto šrouby mohou ovšem také býti vícenásobné.

V strojnictví se užívá hlavně šroubů s jednoduchým ostrým závitem a to zpravidla pravotočivým (pravým). Profilem

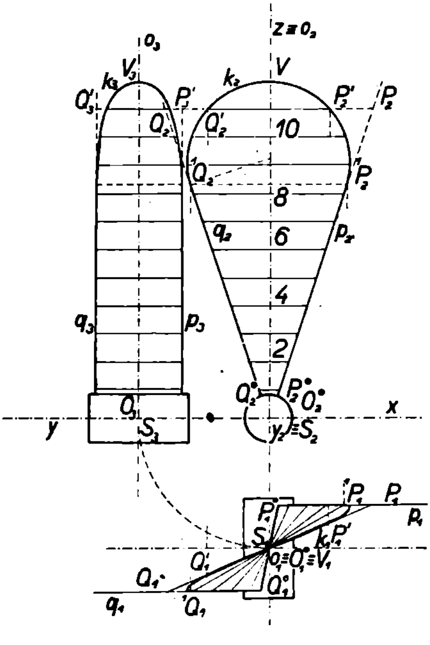


Obr. 59.

závitu je na př. rovnoramenný trojúhelník s vrcholovým úhlem 55° při vrcholu při šroubu Whitworthovu se zaokrouhlenými rohy a tedy s otupěnými šroubovicovými hranami i zářezy. Normální řezy při profilech doplněných na přesné trojúhelníky jsou Archimedovy spirály, které se sestrojí interpolací z bodů v mezikruží, do něhož se promítá závit ve směru osy šroubu. Pak se připojí kružnice velkého a malého průměru.

Šrouby okrouhlé patří mezi obecné plochy šroubové a sice cyklické, protože jejich profilem je vlnovka složená z kruhových oblouků.

Zborcených ploch se užívá při konstrukcích vzdušných a lodních propellerů a to jako lícních (předních) *ploch na jejich křídlech.*



Obr. 60.

1. řešení: *hyperbolickým paraboloidem.* Z důvodů methodických ponechal jsem toto použití hyperbolického paraboloidu až do odstavce pro praktické užití šroubových ploch. Podávám toliko základní princip této důležité aplikace na jednom křídle spojeném s nábojem, rotačním válcem, jehož osa y je osou celého šroubu. V obr. 60 sestrojeny půdorys, nárys a stranorys křídla, jehož *střední přímka* (*osa křídla*) $o \perp y$ prochází středem S náboje. Průmět ve směru $o \parallel z$ je půdorysem, průmět ve směru osy náboje nárysem, průmět na rovinu (y, z) stranorysem. Křídlo zvoleno v náryse dvěma obrysovými přímkami p_2 a q_2, procházejícími nárysem $S_2 \equiv y_2$, jejich půdorysy $p_1 \parallel q_1 \parallel x$ protínají kolmoos u y. Nárysy jsou spojeny kruhovým obrysovým obloukem $\widehat{{}^1P_2V_2{}^1Q_2}$ kružnice k_2.

Přímky o, p, q jako řídící útvary určují zborcenou plochu, protože pak $p_1 \parallel q_1$, jest jí hyperbolický paraboloid; jeho tvořící povrchové přímky jsou rovnoběžny s půdorysnou a tvoří v půdorysně paprskový svazek o středu o_1. Jednotlivé povrchové přímky se odvodí do půdorysu z průsečíků na př. P a Q, ... s přímkami p a q, na nichž při rovnoměrném rozdělení tvoří měřítka, osa y je tvořící přímkou hyperbolického paraboloidu. Obě řídící roviny jsou (půdorysna a nárysna) vzájemně kolmé; tedy *zborcenou plochou křídla jest rovnoosý hyperbolický paraboloid.*

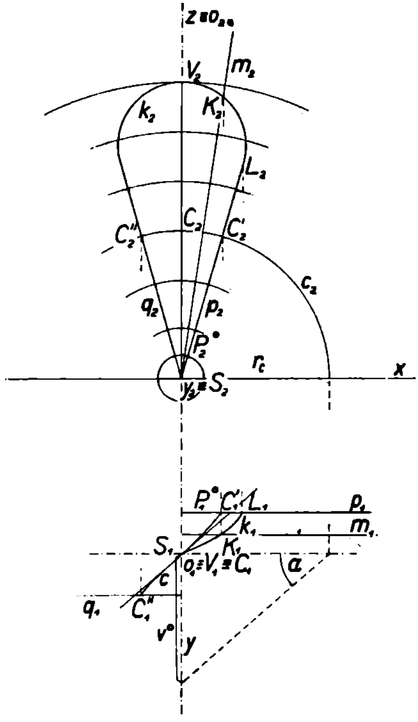
Půdorys k_1 křivé hrany k křídla se odvodí z průsečíků P' a Q', ... s jednotlivými tvořícími přímkami. Pak lze též snadno sestrojiti stranorys křivky k a celého křídla i s nábojem.

Osou plochy je rovnoběžka s osou x, vrcholem bod S, vrcholovou tečnou rovinou je rovina (o, y).

V podrobném provedení bylo by třeba sestrojiti průsečnou křivku plochy hyperbolického paraboloidu s povrchovou rotační plochou náboje.

2. řešení: šroubovým konoidem. Lícní plochou téhož křídla zvolena pravoúhlá uzavřená plocha šroubová. Poloha a tvar křídla s nábojem zvoleny jako v obrazci předcházejícím. Osou náboje a celého šroubu je zase osa y, $o \perp y$ v středu náboje S je opět osou (střední přímkou) křídla, $o \parallel z$. Tato přímka podrobena šroubovému pohybu kolem osy y, šroubový pohyb určen smyslem pohybu a redukovanou výškou závitu v^0 (obr. 61).

Jednotlivé body přímky o opisují šroubovice, které jsou takto přesně určeny. Na př. bod C, který půlí vzdálenost nejodlehlejšího bodu V od osy y, opisuje šroubovici c o poloměru r_C. Šroubová plocha křídla je opět omezena přímkami p a q jako polohami šroubující se přímky o (volíme nárysy a z úhlů otočení $\widehat{qo} = \widehat{op}$ úměrností odvodíme v poměru $v^0 : r_C$ velikost posunutí těchto přímek p a q ve směru osy y, čímž sestrojeny půdorysy $p_1 \parallel q_1 \parallel x$). Půdorys k_1 omezující křivky k sestrojíme pomocí jejích bodů $K, L, \ldots$; zvolíme K_2, tím prochází nárys m_2 povrchové přímky, její půdorys $m_1 \parallel x$ sestrojí se opět z úměrnosti posunutí s rotacemi a na m_1 odvodí se ordinálou K_1. Křivka k_1 má v bodě V_1 za tečnu obratu tečnu šroubovice bodu V, což plyne ze souměrnosti. Křivka k jest vlastně částí průniku nárysně promítací rotační válcové plochy, o řídící křivce k_2, s tímto šroubovým konoidem.



Obr. 61.

Body půdorysu c_1 šroubovice c se odvodí z nárysu na příslušné půdorysy povrchových přímek, na př. C'_1, C''_1. Půdorysem c_1 je část sinoidy s bodem obratu C_1, tečna v něm je dána zase spádem $\operatorname{tg} \alpha = v^0 : r_C$.

V podrobném provedení bylo by opět třeba sestrojiti průsečnou křivku plochy šroubového konoidu s povrchovou rotační plochou náboje.

Oblouky šroubovic na křídle lze v půdorysu nahraditi tečnami obratu. Šroubovou plochu křídla lze nahraditi dotykovým hyperbolickým paraboloidem podél přímky *o*.

Zadní plochy křídla v obou řešeních nejsou zborcené, ale utvořeny zkušenostmi mechanickými, zvláště s ohledem na tloušťku stěn křídla v různých jeho částech. I určují se jednotlivými příčními profily a jsou plochami grafickými.

Šroubový pohyb nachází hojného použití v prostorové kinematické geometrii, ba tvoří její podstatnou součást. Zmiňujejeme se zde o dvou základních úlohách.

α) *Spojiti dva šroubové pohyby dané mimoběžnými osami, redukovanými výškami závitu a smyslem pohybu.* Jeden pohyb se převádí v druhý postupným vzájemným dotykem dvou pomocných zborcených šroubových ploch, t. zv. *axoidů;* společná tvořící přímka je kolmá k ose obou mimoběžných os daných pohybů a přísluší jí na obou plochách společný parametr distribuce.

β) Jiné použití týká se *tečnového šroubového pohybu.* Úlohu přemístění neproměnné prostorové soustavy šroubovým pohybem kolem jisté osy jsme řešili a osu sestrojili (čl. 25). Jde-li o přemístění velmi malé, spojujeme pak dvě blízké polohy neproměnné prostorové soustavy malým šroubovým pohybem kolem *okamžité osy*; při tom opíší body soustavy elementy souosých šroubovic téhož smyslu a téže výšky závitu, spojnice bodových družin jsou tečnami těchto šroubovic. Studium souhrnu normál šroubovic souvisí se znalostí soustav přímkové geometrie.