

Praktická geometrie

3. Vytyčovací pomůcky

In: Pavel Potužák (author): Praktická geometrie. Část první. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1945. pp. 18–40.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403118>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

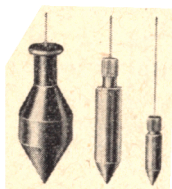


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

3. VYTYČOVACÍ POMŮCKY

3.1. Pomůcky pro vytyčení směru svislého a vodorovného. V přírodě jsou dány směry, které slouží za východiska pro měřické výkony. Je to směr svislý a libovolný směr vodorovný. Směr svislý je dán tížnicí čili normálou ke geoidu a vodorovný klidnou hladinou vodní. K stanovení svislého směru slouží olovnice a vodorovného libela čili vodovážka.

Olovnice (obr. 9a, b, c). Tato pomůcka se skládá ze závaží a nitě. Závaží je vyrobeno z mosaze, železa nebo z různých jiných kovů. Tvar jeho je hruškovitý, válcový s kuželovým ukončením nebo je jen kuželového tvaru, případně je závaží složeno z několika těles různých tvarů. Mosazná závaží jsou ponejvíce ukončena ocelovým hrotem. Horní část závaží lze vyšroubovat a je provrtána ve směru osy olovnice, aby bylo lze ji zavěsit na niť, šňůru nebo drát. Olovnice sloužící k hrubším pracem je zhotovena z jediného kusu s kroužkovým závěsem. Hrot musí být



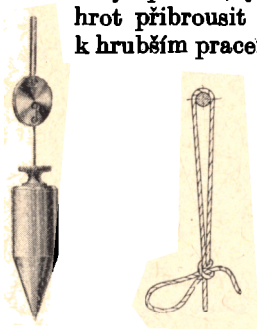
a) b) c)
Obr. 9. Tvary olovnice.

u zavěšené olovnice v prodloužení nitě. Váha olovnice užívaných ve výkonném měřictví se pohybuje kolem 25 dkg. Čím je olovnice těžší, tím méně podléhá účinkům větru a tím poskytuje přesnější výsledky při promítání bodů s větších výšek na povrch území.

Olovnice je užíváno při dostředování (centrování) měřicích úhломěrných strojů nad daným bodem nebo k provažování (promítání) bodů na zemský povrch. Tak je tomu při měření délek pásmem nebo latí ve svahovitém území. Šňůra se musí dát zkracovat nebo prodlužovat a toho se docílí různou úpravou. Buď se užívá protizávaží na druhém konci nitě nebo šňůra prochází dvěma otvory v kulatém nebo podlouhlém tělísku upevněném na druhém konci nitě a třením se olovnice udržuje v rovnováze, jak ukazuje obr. 10. Nejčastěji

se používá geodetického uzlu, při němž volná část nitě se za-uzlí kolem části napjaté a třením nitě v uzlu se olovnice ustaví v žádané výšce (obr. 11).

Správnost olovnice se přezkouší tím, že se roztočí kolem svislé osy (závěsné nitě) a pozorujeme, zda hrot opisuje nějakou křivku či svoji polohu nemění. Nemění-li hrot při otáčení svoji polohu, je olovnice správná, jinak se musí hrot přibrousit nebo je nutno olovnici používat jen k hrubším pracem.



10.

11.

Obr. 10. Olovnice s třecím tělískem.

Obr. 11. Geodetický uzel.

Přesnost v určení svislého směru olovnicí je proti libele malá a proto se olovnice užívá k určení svislého směru jen pro práce menší přesnosti. Snaha po zvýšení přesnosti vedla konstruktéry k zhotovení různých složitých vzorů olovnice, zvláště pro přesné geodetické stroje.

Směr vodorovný je kolmý k svislému a proto lze olovnice užítí též k určování vodorovného směru jako je tomu u krokvice nebo dlaždicového kříže. Přesnost v určení vodorovného směru je tu závislou na přesnosti určení směru svislého.

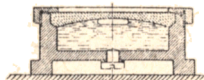
Libela (vodovážka). Mnohem přesněji určujeme směr vodorovný a tím i směr svislý libelou. Podle tvaru rozeznáváme libely trubkové (trubicové) a krabicové. Trubkové libely (obr. 12) se dříve vyráběly ohýbáním stejnoměrných, skleněných trubek do oblouku o určitém poloměru. Dnes se tohoto způsobu neužívá, nýbrž rovné trubky se vybrousí zcela nebo jen částečně tak, aby výbrus odpovídal předem zvolenému poloměru křivosti. Pro krabicovou libelu se vybrousí kruhová destička dutě a na povrchu se vyznačí soustředné kroužky k určení polohy bubliny (obr. 13 a 14).

Délka trubkových libel se volí od 2 do 30 cm a vnější průměr od 5 do 25 mm. Libely se plní tekutinou jako lihem,

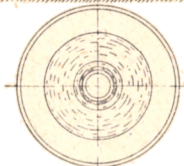
etherem, sirouhlíkem nebo směsí těchto tekutin. Do vybroušené a dokonale vyhlazené trubice se nalije vyplňovací tekutina, vloží se do 30—40° horké pískové lázně a při zvýšené teplotě se zataví nebo uzavře přitmeleným víčkem. Po ochlazení se uvnitř libely vytvoří bublina z par tekutiny; její délka nemá být kratší než čtvrtina a ne větší než třetina



12.



13.



14.

Obr. 12. Trubková libela. — Obr. 13. Krabicová libela. —
Obr. 14. Řez krabicovou libelou.

broušené délky. Se změnou vnější teploty se mění též délka bubliny, za chladna se tekutina stahuje a bublina prodlužuje, za horka je děj opačný. Aby bublina měla stejnou délku, používá se sklípkových libel, u nichž lze bublinu podle potřeby zkracovati nebo prodlužovati (obr. 15). Mezi sklípkem a



Obr. 15. Sklípková libela.

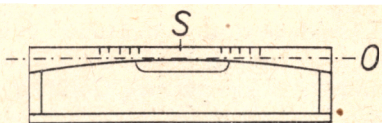
vlastní libelou je přepážka s malým otvorem u opačné strany než je dělení; skloněním libely vniká bublina do sklípku nebo z něho, podle toho, jak libelu nakloníme.

Nejvyšší bod podélného středního řezu libelou se nazývá středem *S* a tečna v něm osou libely (obr. 16). Ztotožňuje-li se střed libely se středem bubliny, pravíme, že je libela urovná-

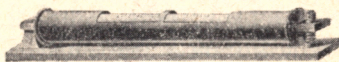
na, neboť v této poloze má osa libely vodorovnou polohu. U hrubých libel je střed vyznačen kovovým proužkem z objímky přes skleněnou trubku (obr. 17). U jemných libel je střed vyznačen jako význačný dílek průběžného dělení s počátkem u jednoho konce libely nebo jako nultý dílek dělení postupujícího na obě strany ke koncům libely. U mnohých libel je to opět poloha několika čárek mimo střed libely ve vzdálenosti délky bubliny; libela je urovňována, když délka bubliny je souměrně umístěna vzhledem k dílkovým čárkám, jak ukazuje obr. 12.

Je-li dutina skleněné trubky vybroušena na obou protilehlých stranách, obdržíme libelu dvojosou čili reversní. V tomto případě se trubka libely opatří dvojím dělením stupnicovým tak, aby tečny nebo osy libely v obou výbrusových středech byly spolu rovnoběžné (obr. 18).

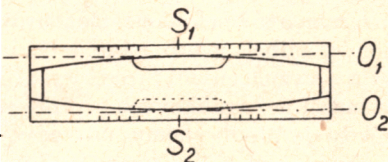
Trubicové libely se vkládají do ochranné objímky kovové, v níž je okénko k pozorování stupnice a bubliny. Konce skleněné trubky se vkládají do objímky tak, aby spočívaly buď v poddajné směsi korku a vosku nebo se vypěrují (obr. 19). Mezi libelou a objímkou musí být určitá vůle, aby se stahováním a roztahováním kovu vlivem teploty libela nepoškodila. Kovová trubice je tak seřízena, aby



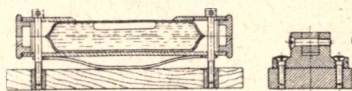
Obr. 16. Osa libely.



Obr. 17. Stolní libela.



Obr. 18. Osy reversní libely.



Obr. 19. Pérování libel.

umožňovala upevnění libely k různým podložkám nebo částem strojů. Podle užívání dělíme trubcové libely na stolové, sázečí, závěsné a pevně spojené s podložkou stroje. Libele, která je pevně spojena s dalekohledem úhloměrného stroje, říkáme nivelační. Podrobnější popisy a vyobrazení libel jsou uvedeny ve větších učebnicích a příručkách geodesie.

Uvedené druhy libel musí vyhovovati určitým podmínkám, aby se přístroj dal podle nich urovnati do žádoucí vodorovné i svislé polohy. Objímka musí míti za tím účelem oprávně (seřizovací, rektifikační) šroubky. Umístění a úprava rektifikačních šroubků je různá a podle nich je třeba seřizování provádět.

Dvě trubkové libely kolmo k sobě umístěné se nazývají křížovou libelou a současným urovnáváním obou se uvede přístroj do správné vodorovné polohy ihned, ovšem za předpokladu, že obě libely jsou přesně rektifikovány.

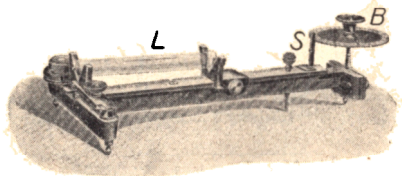
Krabicová libela slouží též k urovnání roviny do vodorovné polohy a libela je urovnána, když bublina je soustředně umístěna s vyznačenými kroužky na libele. Přesnost těchto libel je menší než trubkových a proto se jich užívá k hrubšímu a někdy k předběžnému urovnávání strojů nebo pomůcek.

Stupnicové dílky vyznačené na libele mívají vzdálenost buď jedné pařížské čárky (2,256 mm) nebo 2, případně 3 mm. U některých libel jsou dílky tak voleny, aby bylo lze určit malý odklon od vodorovné roviny na celý počet úhlových vteřin.

Středového úhlu výbrusu, příslušející jednomu dílku na libele, se užívá za měřítko citlivosti. Čím je středový úhel menší, tím je větší citlivost a naopak. Větší citlivosti odpovídá větší poloměr výbrusu. Každá libela se po výrobě vyzkouší a při tom se posuzuje snadnost a rychlost bubliny, s jakou se pohybuje. Zkouška se provádí libeloměrem čili rektifikačním pravítkem.

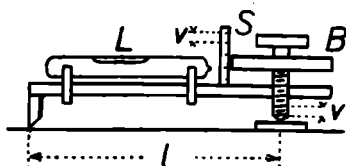
Libeloměr (rektifikační pravítko) (obr. 20 a 21). Pravítko spočívá na jedné straně na hraně nebo na dvou zahrocených

nožkách a na druhé straně je podepřeno mikrometrickým (drobnoměrným) šroubem, jehož hlava má na bubínku *B* šedesátidílnou nebo stodílnou stupnici, takže lze odečísti velmi malé části jedné otočky drobnoměrného šroubu. Celé otočky se odčítají na svislé stupnici *S*. K zjištění výšky jednoho závitu (též jednoho dílku na stupnici *S*), odpovídající jedné otočce šroubu, odměříme na šroubovém vřetenu 20 nebo 30 závitů a z výsledku vypočteme průměrnou výšku jednoho závitu. Vzdálenost opěrné hrany od středu drobnoměrného



Obr. 20. Libeloměr.

šroubu je délkou *l* pravítka. Z výšky závitu a délky pravítka vypočteme jednou provždy úhel, který přísluší výšce jednoho závitu čili otočíme-li šroubem jednou dokola.



Obr. 21. Schema libeloměru.

Vydvihneme-li konec pravítka o jeden závit, uzavírá horní rovina pravítka se svojí původní polohou malý úhel, který označme φ ; jeho velikost je $\text{tg } \varphi = v : l$ a poněvadž jde o malý úhel, lze psát $\varphi \doteq v : l$, což je

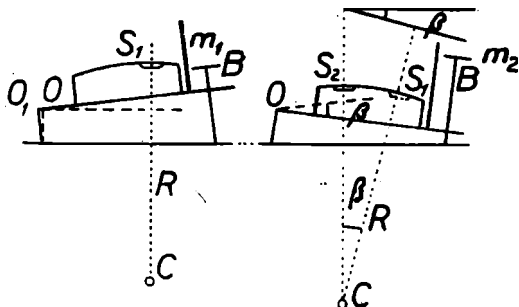
hodnota udaná v míře obloukové.*) Ve vteřinách je jeho velikost $\varphi'' = 206\,265 \cdot v : l$. To je průměrná velikost úhlu příslušející jednomu závitu.

Poznámka. Při změně polohy pravítka otočením šroubu považujeme bod O_1 (viz obr. 22) za totožný s bodem O (při vodorovné poloze pravítka), jakoby se poloha bodu O nezměnila, což lze se zřetelem k malému úhlu φ předpokládati, aniž by se tím zavinila nějaká znatelná chyba.

*) Míry viz na str. 45.

Zkouška libely (obr. 22). Hledáme velikost výbrusového poloměru libely a středový úhel, který odpovídá jednomu dílku na libelové stupnici. Zkoušenou libelu upevníme na pravítku v podložce. Při zkoušení postupujeme takto:

1. Odečteme údaj m_1 na svislé stupnici pro celé otočky a na dělené hlavě bubínku B a poznamenejme.



Obr. 22. Zkoušení libely.

2. Odečteme na libelové stupnici polohu obou konců bubliny l_1 a p_1 (levý a pravý). Střed bubliny má polohu $S_1 = (l_1 + p_1) : 2$ a délka bubliny je $p_1 - l_1$, pokračuje-li dělení od levé k pravé straně.

3. Otočíme šroubem o celý závit nebo jen o několik dílků na hlavě bubínku, případně o několik závitů a odečteme znovu údaj m_2 drobnoměrného šroubu, pak odečteme polohu levého a pravého konce bubliny l_2 a p_2 , stanovíme střed bubliny $S_2 = (l_2 + p_2) : 2$. Opět určíme délku bubliny $p_2 - l_2$, jež při správném výbrusu musí zůstat stejná jako při prvním odečtení. Odchyšky mohou povstat jen zaokrouhlováním desetín dílku při odhadu.

4. Myšlený střed bubliny opsal tudíž dráhu $\widehat{S_1 S_2}$, která se rovná určitému počtu dílků ν na libele, takže $\widehat{S_1 S_2} = \nu \sigma$ (σ je velikost dílku na libele). Této dráze odpovídá středový úhel β , jehož velikost je rovna

$$\beta = \nu\tau = (m_1 - m_2)\varphi \text{ a z toho } \tau = (m_1 - m_2)\varphi : \nu,$$

kde τ je velikost středového úhlu příslušejícího jednomu dílku na libele. Výbrusový poloměr R se vypočte ze vztahu $\sigma = R\tau$, tudíž $R = \sigma : \tau$, kde za τ dosadíme hodnotu v míře obloukové $\tau = \tau'' : 206\,265$. Číselný příklad:

a) Zjištění údajů libeloměru. U drobnoměrného šroubu bylo odměřeno po prvé 20 závitů o výšce 10,07 mm, po druhé 30 závitů o výšce 15,10 mm. Průměrná výška v závitu činí v prvním případě $v_1 = 10,07 : 20 = 0,5035$ mm a v druhém $v_2 = 0,5033$. Pro další výpočet použijeme průměrnou výšku $v = 0,5034$ mm. Délka pravítka l měří 359,7 mm. Výšce jednoho závitu čili jedné otočky šroubu odpovídá úhel

$$\varphi'' = 206\,265 (v : l) = 206\,265 (0,5034 : 359,7) = 288,67''.$$

Hlava šroubu (bubínku) je dělena na 100 dílků a jednomu dílku přísluší úhel 2,89''. Kromě toho lze odhadovati desetiny dílku a jedné desetině odpovídá 0,29''.

b) Údaje libely. Jeden dílek σ na stupnici zkoušené libely je roven jedné pařížské čarce (2,256 mm). Libelu položíme na pravítok tak, aby nula jejího dělení byla na levé straně. Pokus se koná při 18° C. Výsledky jsou sestaveny v tabulce:

Položka	Čtení na bubínku m	Bublina		Délka bubliny $p - l$	Posun bubliny		Položka středů S	Posun středů $S_1 S_m - v_k$	τ''	R m
		vlevo	vpravo		l	p				
1	0,60	1,9	23,4	21,5	1,2	1,3	12,65	1,25	11,55	40,29
2	0,65	3,1	24,7	21,6	1,4	1,3	13,90	1,35	10,69	43,53
3	0,70	4,5	26,0	21,5	1,4	1,3	15,25	1,35	10,69	43,53
4	0,75	5,9	27,3	21,4	1,3	1,5	16,60	1,40	10,31	45,13
5	0,80	7,2	28,8	21,6			18,00			
$m_1 - m_1$	0,20				5,3	5,4	$v_p =$	5,35	10,79	43,13

Citlivost libely v jednotlivých posunech se vypočte ze vztorce

$$\tau'' = (m_n - m_k) \frac{\varphi''}{\nu_k} = 0,05 \frac{288,67''}{\nu_k} = \frac{14,4335''}{\nu_k}$$

a průměrná citlivost

$$\tau_p'' = (m_s - m_1) \frac{\varphi''}{\nu_v} = 0,20 \frac{288,67''}{5,35} = 10,79''.$$

Průměrný poloměr křivosti

$$R_p = \frac{\sigma}{\tau_p} 206\,265'' = \frac{2,256 \cdot 206\,265}{10,79 \cdot 1000} = 43,13 \text{ m.}$$

Abychom obdrželi výsledek v metrech, bylo nutno násobiti jmenovatele číslem 1000.

Porovnáváme-li citlivost libel mezi sebou, musíme vědět, k jaké velikosti dílku na libele se citlivost vztahuje. Má-li každá libela jinou stupnici o různé velikosti dílků, je nutno převést všechny údaje na společnou míru a pak teprve lze citlivost srovnávat.

Citlivost trubkové libely nebo středový úhel příslušející jednomu dílku na libele se volí různá podle požadované přesnosti a bývá volena:

1. u libel astronomických přístrojů, jsou-li upevněny na zděných podstavcích, 1—2 vteřiny;
2. u libel přesnějších nivelačních strojů 5—10 vteřin;
3. u libel přesných úhломěrných strojů 10—20 vteřin;
4. u libel nivelačních strojů pro přesnou technickou nivelaci 15—20 vteřin;
5. u libel úhломěrných a nivelačních strojů pro běžné práce 30—40 vteřin;
6. u stolových libel postačí citlivost 40—60 vteřin.

U krabicových libel, které slouží jen k urovnávání nivelačních latí nebo výtyček do svislé polohy, postačí citlivost asi 5 minut, kdežto u libel sloužících k urovnávání úhломěrných strojů do přibližně vodorovné polohy (před urovnáním trubkových libel) se žádá citlivost asi 2 minuty. Poloměr výbrusové plochy u krabicových libel musí býti menší a tím mají též menší citlivost. Výbrusový poloměr bývá 1, 2, 3, 5 a zřídka 10 m. Při citlivosti 6 až 10 minut je výbrusový poloměr 1,5 až 1,0 m.

Není doporučitelné požadovat na libele větší citlivost než tu, která odpovídá požadavkům přesnosti, neboť čím je libela citlivější, tím delší dobu trvá urovnávání stroje, tím je práce zdlohavější a nákladnější.

Závislost výbrusového poloměru na citlivost trubkových libel je patrna z této tabulky: Pro jeden dílek rovný 1 pař. čárece (2,256 mm) vypočteme pro citlivost

$\tau = 2'$ poloměr $R \doteq 4$ m, $\tau = 5''$ poloměr $R \doteq 93$ m,
 $\tau = 30''$ poloměr $R \doteq 16$ m, $\tau = 1'$ poloměr $R \doteq 465$ m.

U mnohých libel se ztrácí časem pohyblivost bubliny tím, že trubkové sklo trpí vyluhováním plněnou kapalinou a vyluhovaná hmota se usazuje v podobě krystalků na stěnách, jejichž povrch se zdrsňuje a vadí tak pohybu a rychlosti bubliny. Takové libely nejsou již k potřebě.

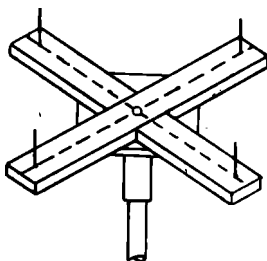
3.2. Pomůcky k vytyčování pravých a přímých úhlů. V praktické geometrii je často potřebí vytyčiti k dané spojnici dvou bodů přímku pod určitým úhlem nebo na ni spustiti kolmici s bodu mimo přímku ležícího. Podobně je nutné vztyčiti kolmici v bodě ležícím na dané spojnici. Nejčastěji jde o vytyčení úhlů 90° a 180° . K tomu se užívají jednoduché pomůcky, aby měřický výkon byl rychlý a přiměřeně přesný. Užívané pomůcky dělíme na dvě skupiny:

a) záměrný kříž a úhlové hlavice, jež se musí užívat se stojanem;

b) úhlové zrcátko, zrcadelný kříž, úhlový hranol a hranolový kříž, se drží volně v ruce.

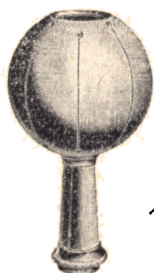
Ve všech případech sestrojování kolmice stojíme s měřickou pomůckou ve vrcholu vytyčovaného úhlu.

Záměrný kříž (obr. 23). Nejjednodušší vytyčovací pomůckou je záměrný kříž, kterého se užívalo k vytyčování úhlů 90° a 180° . Skládá se ze dvou pravítek dřevěných k sobě kolmých, jež mají ve stejné vzdálenosti od středu pravítek upevněné hroty. Obě spojnice protilehlých hrotů musí býti k sobě kolmé. Jsou-li pravítka z mosaze, nahrazují se hroty kolmými, sklopnými a krátkými pravítky s průzory, které musí určovati svislé roviny k sobě kolmé. Této pomůcky se dnes již velmi málo užívá.

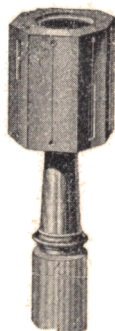


Obr. 23. Záměrný kříž.

Úhlová hlavice (obr. 24, 25 a 26). Výhodnější vytyčovací pomůckou je úhlová hlavice. Může mít různý tvar jako duté koule, dutého válce nebo kužele, ale nejčastěji se vyrábí ve tvaru osmibokého hranolu, v jehož stěnách jsou průzory. Průzorem rozumíme dvě průhledítka, oční a předmětné. Oční průhledítko je velmi úzká štěrbinina na jedné straně hlavice, kdežto předmětné průhledítko je širší štěrbinina s napjatou nití nebo žíní v protilehlé stěně hlavice. Oční a před-



Obr. 24. Kulová hlavice.



Obr. 25. Osmiboká hlavice.



Obr. 26. Úhломěrný bubínek.

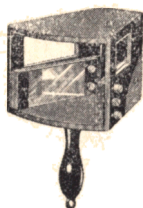
mětné průhledítko musí tvořit jednu svislou záměrnou rovinu. Aby se dalo zaměřit v téže poloze hlavice zpět, jsou u osmibokého hranolu vypracovány ve čtyřech stěnách proti sobě a nad sebou střídavě průhledítka oční a předmětná. Tak má hlavice čtyři záměrné roviny, jichž lze použití k vytyčování úhlů 45° , 90° , 135° a 180° . Hlavice kulového tvaru má jen oční průhledítko. Hlavice se dá upotřebiti též k vyhledání bodu na přímce nebo k prodlužování přímky.

Některé válcové hlavice jsou dvoudílné s pohyblivou horní částí a pevnou částí dolní se stupňovým dělením. Takovou hlavici se dá vytyčovati též libovolný úhel. Pro své větší

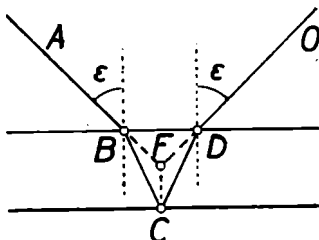
upotřebení se nazývá též pantometrem čili úhloměrným bubínkem (obr. 26). Mnohé jsou opatřeny ještě magnetkou se stupňovým dělením.

Nevýhodou úhlové hlávice je, že se musí stavět na stojan nebo na hůl svisle zabodnutou v daném bodě. Užívá se jí ještě dnes při vytyčování profilů.

Úhlové zrcátko (obr. 27). Hojně užívanou pomůckou je úhlové zrcátko, které se skládá ze dvou zrcátek svírajících



Obr. 27. Úhloměrné zrcátko.



Obr. 28. Odraz paprsku od zrcátka.

spolu úhel 45° . Obě zrcátka jsou skleněná a na zadní straně amalgamovaná. Světelné paprsky se po dopadu na skleněnou přední plochu lámou, dopadají na plochu amalgamovanou, odrážejí se a při výstupu ze zrcátka se opět lámou (obr. 28). Poněvadž používané zrcátko má malou tloušťku, lze prakticky považovati body dopadu B a výstupu D za totožné čili jakoby světelné paprsky vycházející z bodu A se odrážely přímo na skle v bodě B . Přesně vzato, protínají se paprsky dopadající a odražené mezi oběma skleněnými rovinnými plochami zrcátka v bodě F .

Jsou-li obě zrcátka k sobě skloněna o úhel φ (obr. 29) a paprsek z bodu M dopadá na zrcátko Z_1 v bodě A pod úhlem α , odráží se pod stejným úhlem a dopadá na zrcátko Z_2 do bodu B pod úhlem β , odrazí opět pod úhlem β do směru O a protíná dopadající paprsek v bodě D pod úhlem ω . Jde o vy-

šetření velikosti úhlu ω . Z trojúhelníka ABC plyne

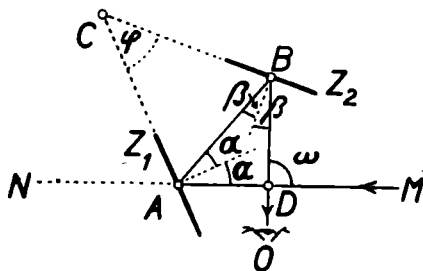
$$(90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta) + \varphi = 180^\circ,$$

z čehož

$$\varphi = \alpha + \beta.$$

Z trojúhelníka ABD obdržíme pro vnější úhel ω

$$\omega = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\varphi.$$



Obr. 29. Odraz paprsku v úhломěrném zrcátku.

Oba paprsky se protínají pod dvojnásobným úhlem, který svírají obě zrcátka. Svírají-li zrcátka úhel 45° , protínají se paprsek dopadající a odražený pod pravoým úhlem, čehož lze využití k vytyčování kolmic.

Obě zrcátka se vkládají do chránících rámečků a s nimi do kovové objímky, ve které jsou nad zrcátka vyříznuta okénka. Na spodní straně objímky je držátko se závěsem pro olovnici. Jedno zrcátko má dva spojovací (tažné) a jeden, případně dva, šroubky tlačné, aby se jimi dala zajistiti správná poloha obou zrcátek. V malých mezích může jedním zrcátkem pohybovat a nastavit je do polohy, aby obě svírala úhel 45° .



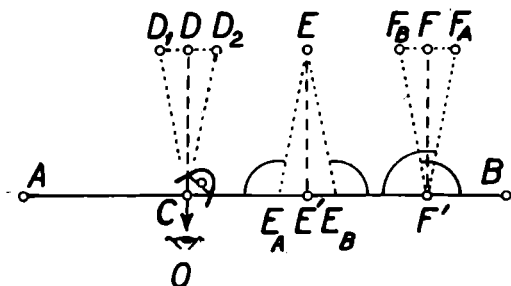
Obr. 30. Zrcátko minimum.

Tutéž úlohu plní nejmenší druh zrcátka zvaného „zrcátko minimum“ od firmy J. a

J. Frič (obr. 30).

Zkouška správnosti úhlu obou zrcátek se provede takto (obr. 31): Na přímce dané dvěma body A a B si vytyčíme polohu třetího bodu C . V bodech A a B postavíme svisle výtyčky, v bodě C zarazíme kolík a v něm budeme vytyčovat kolmici, na př. 25 m dlouhou. Zrcátko opatřené v závěsu

olovnící, která musí při vytyčování kolmice směřovati stále ke kolíku, natočíme tak, aby k nám bližší zrcátko bylo obráceno k bodu na př. *A*. Druhé protější zrcátko je obráceno k nám a v něm uvidíme obraz výtyčky v bodě *A*. Tento obraz je nepohyblivý; do směru přes zrcátko vyšleme pomocníka s výtyčkou na vzdálenost 25 m do bodu *D*. Kryje-li se obraz výtyčky stojící v bodě *A* se skutečnou výtyčkou v bodě

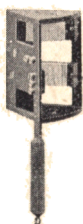


Obr. 31. Zkouška úhломěrného zrcátka.

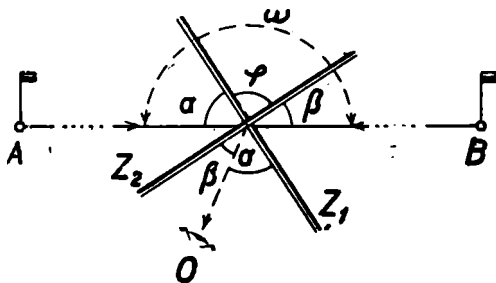
D, viděnou přes zrcátko, označíme bod *D* kolíkem. Nyní otočíme zrcátko tak, aby otvor byl proti bodu *B* a vytyčujeme stejně tutéž kolmici vzhledem k bodu *B*. Je-li zrcátko správné, pak výtyčka v bodě *D* bude v téměř směru jako pozorovaný obraz výtyčky v bodě *B*. V opačném případě obdržíme jiný bod *D*₂, označíme-li prvou polohu *D*₁ vzhledem k bodu *A*. Měří-li vzdálenost *D*₁*D*₂ 1 nebo 2 centimetry, je zrcátko správné a odchylku zanedbáváme, jinak je třeba polohu jednoho zrcátka rektifikačními šroubky pozměnit (buď sevřením nebo rozevřením zrcátek), podle toho, zda vytyčujeme větší nebo menší úhel než 90°. Pokus se musí provádět zkusmo několikrát, až kolmice v bodě *C*, sestavená vzhledem k bodu *A* nebo *B*, je táž. Zvláště spolehlivě se provádí zkouška i oprava zrcátka tehdy, vytyčí-li se v bodě *C* dlouhá kolmice úhломěrným strojem. Po odstranění stroje se dá zrcátko na stojan a rektifikuje vzhledem k oběma daným bodům.

Při sestrování kolmic otáčíme zrcátkem kolem svislé osy a obraz výtyčky ztotožňujeme směrově přes zrcátko s výtyčkou v bodě mimo přímku. Podobně je tomu při spouštění kolmic. Pomocník staví výtyčku svisle v bodech, s nichž se mají spustiti kolmice (obr. 31, bod E). Měřič se pohybuje se zrcátkem ve směru měřené přímky a pozoruje v zrcátku, kryje-li se obraz výtyčky počátečního nebo koncového bodu se skutečnou výtyčkou v bodě, se kterého se spouští kolmice. Hrubou polohu paty kolmice měřič napřed odhadne, aby jeho pohyb po přímce netrval dlouho. Olovnice zavěšená na držátku ukazuje místo, kde je pata kolmice. Není-li zrcátko správné, obdržíme vzhledem k počátečnímu bodu přímky jiný bod než vzhledem ke koncovému. Větší vzdálenost než 2 cm mezi oběma body půlíme, čímž obdržíme správnější polohu paty kolmice.

Zrcadlový kříž (křížové zrcátko) (obr. 32). Tato pomůcka se skládá ze dvou zrcátek navzájem kolmých a nad sebou ulo-



Obr. 32. Zrcadlový kříž.



Obr. 33. Zkouška zrcadlového kříže.

žených. Slouží k vytyčování přímých úhlů. Důkaz o tom podává obr. 33. Obě zrcátka nechť svírají úhel φ . Souprava budiž umístěna v bodě na spojnici bodů A a B . Paprsek vycházející z bodu A a dopadající na zrcátko Z_1 v myšlené průsečnici obou zrcátek pod úhlem α , se pod tímže úhlem odrazí do bodu O . Paprsek z bodu B dopadající na zrcátko Z_2 na

tutéž průsečnici pod úhlem β se opět pod stejným úhlem odrazí do bodu O . Z obr. 33 plyne, že $\alpha + \beta = \varphi$. Úhel ω sevřené paprsky z bodu A a B se rovná

$$\omega = \varphi + (\alpha + \beta) = 2\varphi.$$

Svírají-li obě zrcátka spolu pravý úhel, lze soupravou vytýčovatí přímý úhel čili body na přímce.

Zrcátková souprava je vyráběna tak, že obsahuje v dolní části objímky úhlové zrcátko a nad ním zrcadlový kříž. Tím souprava slouží k sestrojování pravých a přímých úhlů.

Úhlový hranol (hranůlek) (obr. 34). Místo zrcátek se v hojně měříce užívá úhlového hranolu čili hranůlku. Hranol má výhodu, že nepotřebuje oprav, je-li správně broušen, má však menší zorné pole a poskytuje méně jasné obrazy.

Úhlovým hranolem nazýváme hranol, jehož podstavou je pravoúhlý, rovnoramenný trojúhelník; jeho užívání je založeno na lomu a odrazu světla.

V různých optických prostředích se světlo pohybuje různou rychlostí. Ve vzduchoprázdném prostoru je rychlost světla $v_0 = 300\,000$ km za vteřinu a ve skle $v = 200\,000$ km. Podíl obou rychlostí je $v_0 : v = 3 : 2 = 1,5 = n$, kde n je index lomu pro užitě sklo. Různá skla mají různé indexy lomu.

Je-li hrana BC rozhraním dvou optických prostředí s indexy lomů n a n' (obr. 35), platí pro každý paprsek, dopadající pod úhlem α a lomící se pod úhlem β , optický zákon

$$n \sin \alpha = n' \sin \beta.$$

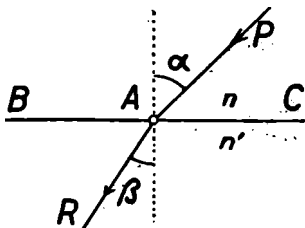
Oba paprsky leží v téže rovině. Je-li n' větší než n , musí být $\sin \beta$ menší než $\sin \alpha$ a tím $\beta < \alpha$. Je-li v horním prostředí vzduch, jehož $n = 1,000\,3 \approx 1$, lze psáti

$$\sin \alpha = n' \sin \beta.$$

V mezním případě může $\sin \alpha$ do-



Obr. 34. Úhlový hranol.



Obr. 35. Rozhraní dvou optických prostředí.

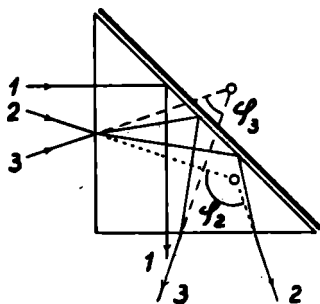
sáhnout jednotky a rovnice v tom případě nabude tvaru

$$1 = n' \sin \beta_1.$$

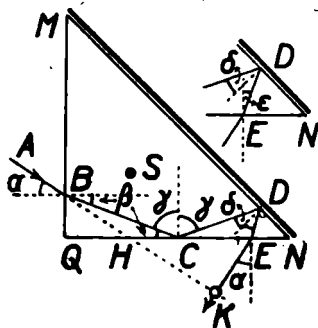
Je-li pro užití sklo $n' = 1,5$, pak $\sin \beta_1 = 1 : 1,5$ a z toho $\beta_1 = 41^\circ 48'$. To je mezní hodnota, pro niž platí:

Je-li úhel dopadu na rozhraní hustšího a řídkšího prostředí větší než mezní hodnota β_1 , pak paprsek nevyjde do řídkšího prostředí, nýbrž se úplně (totálně) odrazí v témže prostředí. Částečný odraz nastává již tehdy, když se úhel dopadu blíží této hodnotě. Mezní hodnota je pro každý druh skla jiná a pohybuje se kolem 42° .

Tohoto zjevu si musíme být vědomi při používání hranolu. Přeponová plocha je amalgamovaná a odráží dopadající pa-



Obr. 36. Jednoduchý odraz v hranolu.



Obr. 37. Dvojnásobný odraz v hranolu.

prsky úplně, kdežto odvěsnové plochy jsou čiré a paprsky se na nich lámou. Dopadají-li světelné paprsky na odvěsnové plochy tak, že po lomu dopadají na přeponovou plochu, odrážejí se a dopadají na druhou odvěsnu pod menším úhlem než je mezní, projdou lámavou plochou a vycházejí z hranolu (obr. 36). Tím vznikají světlé a pohyblivé obrazy pozorovaného předmětu a úhel φ , pod nímž se dopadající a vycházející paprsky protnou, je závislý na úhlu dopadu, jak se lze snadno přesvědčiti, otáčíme-li hranulkem kolem svislé osy. Těchto obrazů nelze užití k vytyčovací účelům.

Jinak je tomu u paprsků, které dopadají poblíže hrany

pravého nebo ostrého úhlu (45°) (obr. 37.) Uvažujme pro další výklad jen případ paprsků dopadajících poblíže hrany pravého úhlu; zcela obdobný výklad platí pro paprsky dopadající poblíže hrany ostrého úhlu. Paprsek vycházející z bodu A dopadá na odvěsnovou plochu hranolu v bodě B pod úhlem α , po projití lámavou plochou láme se ke kolmici pod úhlem β a dopadá na druhou odvěsnu pod úhlem γ . Poněvadž úhel $\gamma = 90^\circ - \beta$, jak plyne z obr. 37, je větší než mezný úhel, úplně se odrazí do bodu D na přeponové ploše, kam dopadá pod úhlem δ . Z trojúhelníka CDN je zřejmo, že vnější úhel

$$90^\circ + \gamma = 45^\circ + 90^\circ + \delta$$

a z toho

$$\gamma = 45^\circ + \delta.$$

Po dosazení za γ obdržíme

$$90^\circ - \beta = 45^\circ + \delta$$

a z toho

$$\delta = 45^\circ - \beta.$$

Na přeponové ploše se paprsek v bodě D úplně odrazí pod stejným úhlem δ a dopadne na odvěsnu QN do bodu E pod úhlem ε . Z $\triangle DNE$ plyne:

$$90^\circ + \varepsilon = 90^\circ - \delta + 45^\circ,$$

z čehož

$$\varepsilon = 45^\circ - \delta = 45^\circ - (45^\circ - \beta) = \beta.$$

V bodě E nastávají tytéž poměry jako v bodě B a poněvadž úhel ε je menší než mezný, paprsek vystoupí z hranolu, láme se od kolmice pod úhlem stejně velikým jako je úhel α . Prodloužený dopadající paprsek AB protne vystupující paprsek EK v bodě K pod úhlem φ , jehož velikost je nutno určit.

Trojúhelník KHE poskytuje

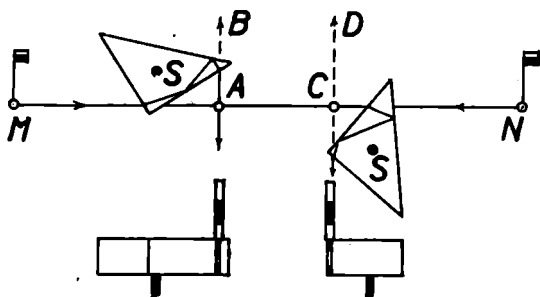
$$180^\circ = (90^\circ - \alpha) + \varphi + \alpha$$

a úhel $\varphi = 90^\circ$.

V tomto případě není úhel φ závislý na úhlu dopadu, ať úhel α je jakýkoliv.

V hranolu vidíme vždy dva obrazy pozorované výtyčky, z nichž jeden je světlý a při otáčení hranolem kolem svislé osy mění svoji polohu, ten pochází od jednoduchého odrazu, druhý obraz se vytvoří po dvojném úplném odrazu, je méně světlý a při otáčení hranolem je stále na témže místě. Tohoto obrazu užijeme k sestrojování kolmic.

Hranol se vkládá do plechové objímky, v níž jsou z hranolu viděti jen odvěsnové plochy (obr. 34). Objímka má na spodní straně držátko pro olovnici. Při sestrojování kolmic se drží hranol v pravé ruce tak, aby přeponová plocha byla přibližně rovnoběžná se spojnicí bodů MN , jak ukazuje obr. 38. Obraz



Obr. 38. Spouštění a vztyčování kolmic hranolem.

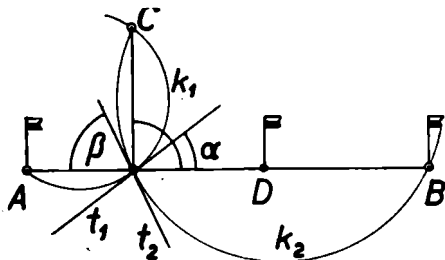
výtyčky hledáme v hranolu u hrany odvrácené od výtyčky. Ztotožníme-li obraz výtyčky směrově přes hranol s výtyčkou v bodě B , ukazuje olovnice patu kolmice na spojnici MN . Hranol je možno držeti též tak, že jeho přeponová plocha je přibližně kolmá ke spojnici MN a obraz výtyčky hledáme poblíže hrany pravého úhlu, jak ukazuje obr. 38 pro bod D . Při vztyčování kolmic se zařídí výtyčka, viděná přes hranol, do směru podle obrazu výtyčky v bodě M nebo N . Nutno přitom dávat pozor, který obraz pozorujeme, zda světlý a pohyblivý, nebo méně světlý a stálý.

Zkouška hranolu se provádí obdobně jako je tomu u úhlového zrcátka tím, že vytyčujeme kolmicí jednou vzhledem

k levému a po druhé k pravému bodu spojnice. Souhlasí-li obě paty kolmice na 2 cm, je hranol správný. Větší odchylka se dá odstranit jen novým broušením hranolu nebo je nutno sestrojovati kolmice vzhledem k oběma koncovým bodům spojnice a vzdálenost pat púlít.

Je důležité, aby se sestrojování kolmic dělo vždy vzhledem ke vzdálenější výtyčce (obr. 39). Spouštíme-li kolmici z bodu C se zřetelem k bodu A , vytyčujeme

tím kružnici k_1 , která protne přímku AB pod ostřejším úhlem než kružnice k_2 procházející vzdálenějším bodem B . Kružnice k_2 je příznivější k stanovení paty kolmice.

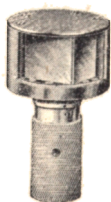


Obr. 39. Sestrojování kolmic.

Průměrný úhel průseku kružnice s přímkou je asi 45° a posuzujeme jej podle směru tečen t_1 a t_2 . Chceme-li patu kolmice vytyčit s přesností 1 cm, nesmí se olovnice vzdálit od přímky AB též o 1 cm. Ze směru přímky se nevychýlíme, pozorujeme-li v hranulku střídavě obrazy dvou výtyček v bodech B a D a kryjí-li se obrazy obou výtyček.

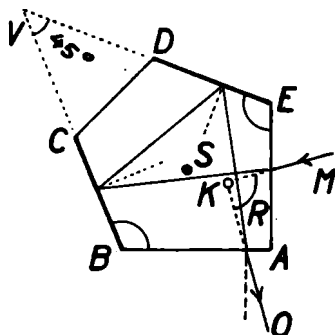
U úhlového zrcátka i u hranolu se protínají paprsky dopadající a vycházející v bodě, který leží mimo bod S , v němž je držátko se závěsem pro olovnici (obr. 38). Olovnice udává proto jiný bod než ten, který by bylo promítnouti. Avšak rozměry zrcátka i hranolu jsou tak malé, že odchylka v poloze obou bodů je prakticky zanedbatelná.

Pentagon (obr. 40). Místo trojbokých hranolů se často užívá hranolů pětibokých, které v podstatě působí jako zrcátka a mají větší zorné pole



Obr. 40. Pentagon.

vzhledem k hranolu trojbokému. Normální řez hranolem je pětiúhelník souměrný k ose AV (obr. 41). Úhly ve vrcholech B a E měří $112\frac{1}{2}^\circ$. Strany BC a DE svírají v prodloužení úhel 45° a jsou amalgamovány. Paprsky dopadající na hranol se lámou ke kolmici, odrážejí se od stěn BC a DE a po výstupu z hranolu směřují k bodu O . Obdobně jako u zrcátka a hranolu se dá dokázat, že paprsek dopadající a vystupující se protínají v bodě K pod pravým úhlem, který je uvnitř hranolu a velmi blízko bodu S , kde je držátko se závěsem pro olovnici.



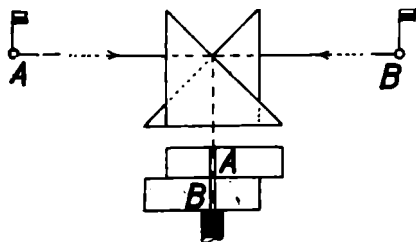
Obr. 41. Průchod paprsku pentagonem.

To je další výhodou pentagonu proti hranolu i zrcátku.

Hranolový kříž a dvojitý pentagon (obr. 42a). Umístíme-li dva hranoly na sebe tak, aby jejich přeponové plochy byly k sobě kolmé, dopadají dva rovnoběžné protisměrné paprsky na hranolové stěny odvěsné tak, že po průchodu hranoly



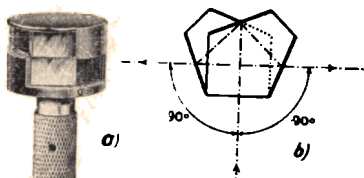
Obr. 42a. Hranolový kříž.



Obr. 42b. Zkouška hranolového kříže.

vycházejí rovnoběžně (obr. 42b). Je-li hranolový kříž přesně ve směru spojnice počátečního a koncového bodu, pak obrazy výtyček v obou

bodech jsou nad sebou, v prodloužení jedna druhé, a tím lze soupravy použít k vytyčování přímého úhlu. Soupravou lze sestrojovati kolmice a současně kontrolovati, zda jsme správně ve směru. Oba hranoly jsou umístěny v objímce jako zrcadlový kříž. Jeden hranol je pevně spojen s objímkou a druhý se dá v malých mezích otáčet za účelem seřízení hranolů do správné polohy. Seřízení je správné, když obrazy obou výtyček se kryjí tehdy, je-li hranolový kříž přesně ve směru počátečního a koncového bodu. Kontrola se provádí tak, že při pozorování máme výtyčku *A* jednou po levé a po druhé po pravé ruce. V obou polohách musíme obdržeti týž bod.



Obr. 43. Dvojité pentagon.

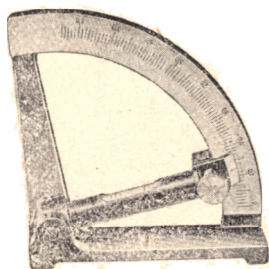
Spojíme-li dva pentagony obdobně, jak ukazuje obr. 43a, b, obdržíme dvojité pentagon k vytyčování úhlů 90° a 180° .

Továrny vyrábějí shora uvedené soupravy v různých úpravách a provedeních, ale jejich jakost závisí na správném broušení hranolů.

3.3. Pomůcky k měření svislých úhlů. V některých případech je nutno měřiti svislé úhly na desetiny stupně a často i jen na celé stupně, jako je tomu při měření vodorovných délek latěmi po svahu. Měří se šikmá délka a z ní se vypočte vodorovná pomocí úhlu sklonu; tento úhel je třeba odčítat rychle, poněvadž měřický výkon se mnohokrát opakuje. K měření svislých úhlů v tomto případě se užívá sklonoměrů čili svahoměrů.

Libelový svahoměr (obr. 44). Skládá se z kruhového čtvrtkruhu, děleného na celé stupně a někdy na pětidílce. Je upevněn na broušené spodní desce. Na otáčivém rameni je libela a odčítací index, dosahující k dělené úhlové stupnici.

Při měření se svahoměr umístí ve středu a ve směru měřické latě, libela se urovná do vodorovné polohy otočením ramene s libelou a na stupnici se odečte příslušný úhel sklonu.



Obr. 44. Libelový svahoměr.

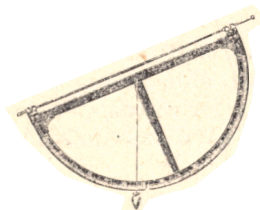
Na některých svahoměrech je vyznačena též tangentská stupnice, jejíž číslování je provedeno stonásobnými hodnotami a měřený svah se vyjadřuje v procentech. Tak odpovídá výškovému rozdílu v dvou bodů při vodorovné vzdálenosti x na př. hodnota 5v čili $x = 5v$, takže

$$v : x = 1 : 5$$

a to znamená, že

$$\operatorname{tg} \alpha = v : x = \frac{1}{5} = 0,20$$

čili přímka má 20% sklon. Vzdálenosti 100 m přísluší tak výškový rozdíl 20 m.



Obr. 45. Závěsný sklonoměr.

Závěsný sklonoměr (obr. 45). V hornictví se často měří délky podél napjatého provazce. Směr se měří banskou busolou (hornickým kompasem) a sklon provazce se stanoví lehkým závěsným sklonoměrem o velikém poloměru. Číslování postupuje oběma směry od středu oblouku. Spojnice středu kruhu a počátku dělení

0° je kolmá k ose závěsných háčků, z nichž jeden se zavěšuje na provazec zleva a druhý zprava ve směru provazce. Olovnicové vlákno, podle kterého se čte úhel, je buď velmi jemná nit, žíně nebo vlas.

Sklonoměrů je několik druhů.