Sdružený půdorys reliefu je středovým průmětem (do roviny v) kolmého průmětu originálu na základní rovinu π pro střed promítání (S).

Je-li $r = v$, pak $(S) \equiv O$ a nárys i sdružený půdorys reliefu se dostanou perspektivou pro týž střed promítání, který je od průmětny ν ve vzdálenosti distance d a ve výšce v nad základní rovinou π.

Rovnoběžný relief se dostává, je-li střed S úběžným bodem směru s. Je-li $s \perp \nu$, dostáváme *kolmý rovnoběžný relief*; jinak mluvíme o *kosém* nebo *kosoúhlém* reliefu. Rovina ω^r je tu úběžnou rovinou, t. j. $\omega_\infty \equiv \omega^r{}_\infty$, odpovídající si body B, B^r jsou na rovnoběžce se směrem s, a je-li B' průsečík tohoto paprsku se samodružnou rovinou ν, platí: $\overline{B'B^r} : \overline{B'B} = k$ ($=$ konst.), jež se volí obvykle menší než 1. Rovnoběžný relief zachovává rovnoběžnost, t. j. rovnoběžkám v originále odpovídají rovnoběžky v reliefu. (Úběžná rovina prostoru je totiž samodružnou rovinou; její relief s ní splývá.)

V praxi se užívá nejčastěji rovnoběžného kolmého reliefu a pro $k < 1$ na př. na mincích, pro $k > 1$ v plastických mapách, kde se výšky vynášejí v měřítku větším než situace, nad níž plastickou mapu modelujeme.

17. ZOBRAZENÍ ČTYRROZMĚRNÉHO PROSTORU

Bod jmenujeme někdy lineárním prostorem o rozměru 0. Na přímce $x \equiv OP$ libovolný bod A je určen vektorem $\overrightarrow{OA} = \lambda \, . \, \overrightarrow{OP}$. Zavedeme-li za jednotku délku (vektoru) $\overline{OP}$, můžeme za souřadnici bodu A prohlásiti $x_A = \lambda$. Probíhá-li takto definovaná souřadnice x_A všechny *reálné* hodnoty od $-\infty$ do $+\infty$, dostáváme reálné body přímky x. Přímka obsahuje nekonečné množství bodů a ježto jejich poloha závisí jen na jednom parametru, říkáme, že toto množství je mohutnosti 1. O přímce proto někdy mluvíme jako o lineárním prostoru rozměru 1.[21])

Podobně v rovině určené třemi různými body OPQ, které neleží v přímce, lze zavésti souřadnicový systém. Vezměme vektory $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ a utvořme jejich lineární kombinaci $\lambda \, . \, \overrightarrow{OP} + \mu \, . \, \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA}$. Dostali jsme vektor $\overrightarrow{OA}$; čísla $\lambda = x_A$, $\mu = y_A$ prohlásíme za souřadnice bodu A v soustavě souřadnic o osách OP, OQ a o jednotkách $\overline{OP}, \overline{OQ}$ na nich. Každé z měrných čísel x_A, y_A může probíhati reálné hodnoty od $-\infty$ do $+\infty$; proto množství bodů v rovině je mohutnosti 2. Rovina je dvojrozměrný lineární bodový prostor.[22]) (Můžeme míti též křivé prostory bodové dvojrozměrné, na př. kulovou plochu, jejíž bod je určen též dvěma souřadnicemi, na př. zeměpisnými λ, φ [odst. 5,2].)

Rovinu jako souhrn ∞^2 bodů lze zobraziti na přímku na př. na x tím, že bod A roviny promítneme kolmo na osu x do bodu A' a k tomuto průmětu připíšeme kótu, t. j. souřadnici y_A. Dostali bychom tak kótovaný obraz roviny do její přímky x.

Postoupíme nyní do bodového prostoru, kde bod A je určen třemi souřadnicemi x_A, y_A, z_A, na př. v pravoúhlé soustavě souřadnic; tohoto určení bodu jsme v předchozím stále používali. Je proto bodový prostor trojrozměrný a ovšem je lineární.[23]) Body A prostoru[24]) lze zobraziti kolmým kóto-

---

[21]) Slovo lineární zde vystihuje okolnost, že lineární kombinace vektoru určeného dvěma různými body přímky je vektorem téže přímky.

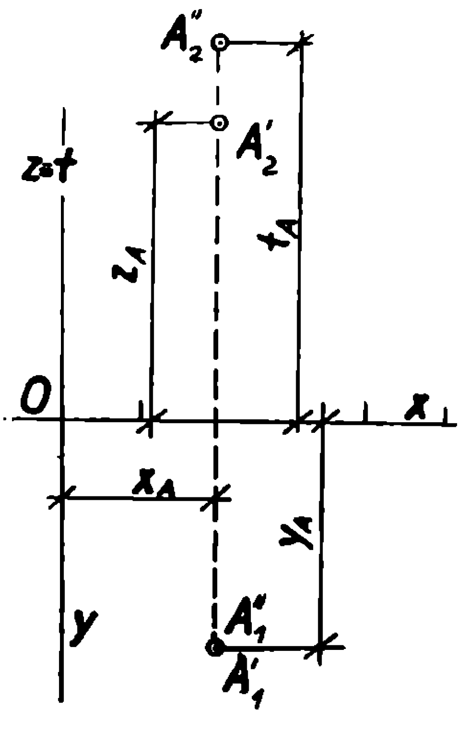
[22]) Slovem lineární vystihujeme opět vlastnost, že lineární kombinace dvou různých vektorů roviny je opět vektorem roviny určené zmíněnými dvěma vektory.

[23]) Lze ukázati, že lineární kombinace stejnojmenných souřadnic libovolných čtyř bodů prostoru je souřadnice bodu prostoru; jsou-li body obecně položeny, dostaneme všemi lineárními kombinacemi všechny body prostoru. (Obdobně k vytvoření roviny lze vytvořiti prostor s pomocí tří vektorů určených zmíněnými body.)

[24]) V dalším pod slovem „prostor“ myslíme trojrozměrný bodový prostor lineární.

vaným průmětem A_1 do roviny (x, y) (k průmětu připíšeme kótu z_A bodu A) (viz odst. 7,5). Lze si též mysliti body prostoru zobrazeny do bodů řady bodové, na př. na ose x; potom ovšem každý bod bude míti dvě kóty. Promítneme totiž průmět A_1 kolmo do bodu A' na osu x a k bodu A' připíšeme kóty y_A, z_A.

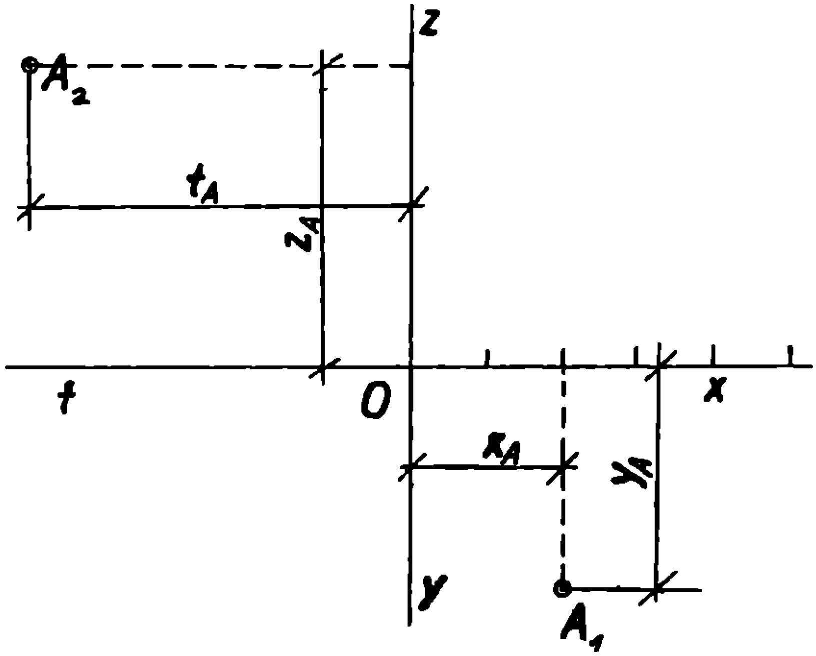
Obdobou lze postoupiti k lineárnímu prostoru čtyrrozměrnému nebo jak říkáme k nadprostoru. Tento nelze si sice představiti, ale dedukcí lze k němu dospěti. Z jednorozměrného bodového prostoru na ose x dospějeme k dvojrozměrnému bodovému prostoru v rovině (x, y), zvolíme-li mimo osu x libovolný bod P v rovině (x, y); řady bodové na přímkách spojujících bod P s body řady x vytvoří dvojrozměrný prostor bodový roviny (x, y). K trojrozměrnému prostoru bodovému dospějeme tím, že mimo pole bodové (x, y) zvolíme bod Q; řady bodové na spojnicích bodu Q s body roviny (x, y) vytvoří prostor (x, y, z). Až sem lze si vytvoření prostorů názorem představiti.



Obr. 55. Zobrazení bodu A čtyrrozměrného prostoru do A_1', A_2', A_2''.

Pro vytvoření lineárního bodového prostoru čtyrrozměrného třeba vzíti bod R ležící mimo náš prostor (x, y, z), jehož existenci názorem nelze podepříti. Pak body spojnic bodu R s body prostoru (x, y, z) vyplní bodový lineární prostor čtyrrozměrný P_4, v němž bod má čtyři souřadnice x, y, z, t v pravoúhlé soustavě souřadnic, jejíž osa t je v počátku O kolma k prostoru $O(x, y, z)$ a leží mimo tento prostor. Souřadnice t_A bodu A je vzdáleností bodu A od prostoru $O(x,$

y, z). Kolmice spuštěná z bodu A na prostor $O(x, y, z)$, která je rovnoběžná s osou t, protíná tento prostor v bodě A' a délka $\overline{A'A} = t_A$. Je tedy možno zobraziti body A čtyrrozměrného prostoru P_4 body A' prostoru $O(x, y, z)$, k nimž jsou připsány kóty t_A. (Na př. je-li t_A čas, je P_4 t. zv. časo-



Obr. 56. Zobrazení bodu A čtyrrozměrného prostoru do A_1, A_2.

prostor.) Zobrazíme-li body A' v kótovaném promítání na rovině (x, y), je třeba průměty opatřiti dvěma kótami z_A, t_A; dostali bychom dvojnásob kótované promítání prostoru P_4 na průmětnu (x, y); o tomto zobrazení pojednal v roce 1904 Marletta.[25])

Chceme-li zobraziti body prostoru P_4 obdobně jako v Mongeově promítání, vytkneme si dva souřadnicové prostory k sobě kolmé, na př. $O(x, y, z)$ a $O(x, y, t)$, jež mají společnou rovinu $\xi \equiv O(x, y)$. Kolmý průmět bodu A do prvého prostoru označme A' a do druhého A''. Oba tyto průměty mají týž kolmý průmět $A_1' \equiv A_1''$ do roviny ξ. Kol-

[25]) Ve spisku Sulla proiezione quotata sopra un piano dello S_4.

nice $A'A_1'$, $A''A_1''$ jsou rovnoběžny s osami t a z a tedy určují rovinu kolmou k rovině ξ; obě roviny mají v P_4 společný jen bod $A_1' \equiv A_1''$. Prostor $O(x, y, t)$ myslíme si otočen o 90° kolem roviny ξ až osa t splyne s osou z a tedy oba prostory splynou; říkáme stručně, že oba prostory sdružíme. Body A', A'' budou po sdružení na téže kolmici k základní rovině ξ. Užijeme-li pak pro prostor $O(x, y, z)$ kolmého Mongeova promítání na průmětny (x, y) a (x, z), dostáváme (obr. 55) zobrazení bodů prostoru P_4 v trojiny bodové spořádané $A_1' \equiv A_1''$, A_2', A_2'', jež jsou na téže ordinále kolmé k ose x a z nichž možno (podle obrazu) určiti všechny čtyři souřadnice bodu A.

Jiné zobrazení čtyrrozměrného prostoru P_4, velmi často užívané, je vyznačeno v obr. 56. Roviny (x, y), (z, t) položeny do nákresny tak, že splývají osy $x \equiv t$ a $y \equiv z$. Bod A je tu zobrazen průmětem A_1 do roviny (x, y) a průmětem A_2 do roviny (z, t). Tyto průměty jsou získány pomocí úběžných přímek roviny (z, t) a roviny (x, y). (Souřadnice v průmětech jsou vyznačeny v obr. 56.) Jak je patrno z obrazce, zobrazují se zde body čtyrrozměrného prostoru ve dvojice bodové A_1, A_2 nákresny, které nejsou spořádané a jejichž množství má mohutnost 4 jako množství bodů v prostoru P_4.

Omezíme se na tyto základní způsoby zobrazení prostoru čtyrrozměrného bez řešení úloh, jež si čtenář najde v pracích Schouteových, Eckhartových, autorových a jinde. (Viz XVII, XVIII a V.)