5. PERSPEKTIVA KŘIVOČARÁ

5,1. Podmínky na názorný obraz. V malířství lineární perspektiva našla již dávno silnou kritiku. Nejen to, že středový perspektivní obraz má býti pozorován jedním okem, nýbrž hlavně okolnost, že ve větších vzdálenostech od hlavního bodu jsou nepřirozená skreslení. Proto vidíme v mistrovských malířských dílech, že autor pracuje s dvěma i více horizonty (t. j. úběžnicemi vodorovných rovin), nebo na př. že koule se tam zobrazují vždy jako kruhy, ač podle zásad lineární perspektivy měly by to býti elipsy atd., čili že se tu mnohdy nedbá lineární perspektivy. To vše dalo vznik jiným perspektivám a byl to hlavně *Quido Hauck*, který prvý systematicky se tím zabýval.[8]) Takové perspektivy, při nichž přímky se obecně nezobrazují jako přímky, nýbrž jako křivky, se jmenují *křivočaré*,[9]) dokonce v poslední době též *patologické*.[10])

Podmínky, jež se kladou na názorný a věrný dvojrozměrný obraz prostorového předmětu, za předpokladu svislé průmětny, jsou tyto:

1. Podmínka *přímočarého horizontu*; to znamená, že obrazy bodů vodorovné roviny, jež jde okem, jsou na nákresně v téže (vodorovné) přímce zvané *horizont obrazu.*

2. Podmínka *svislosti*: Svislé přímky mají za obrazy zase svislé přímky.

3. Podmínka *kolinearity*: Všechny přímky mají za obrazy zase přímky.

---

[8]) *G. Hauck*: „Die subjektive Perspektive und die horizontalen Kurvaturen des dorischen Stils", Stuttgart r. 1879. U nás těmto otázkám věnoval pozornost v prvých svých pojednáních r. 1940 zemřelý prof. Mil. Pelíšek.

[9]) Podle *Kellera*: „Kurwierte Perspektiven", Sitzungsberichte der Akademie in Wien; roč. 1926.

[10]) *Graf*: „Pathologische Perspektiven", Jahresbericht d. d. Math. Vereinigung, sv. 50 (1941).

4. Podmínka *horizontálního zakřivení*: Průčelné vodorovné přímky mají obrazy v křivkách, jež jsou vyduté (konkávní) k horizontu.

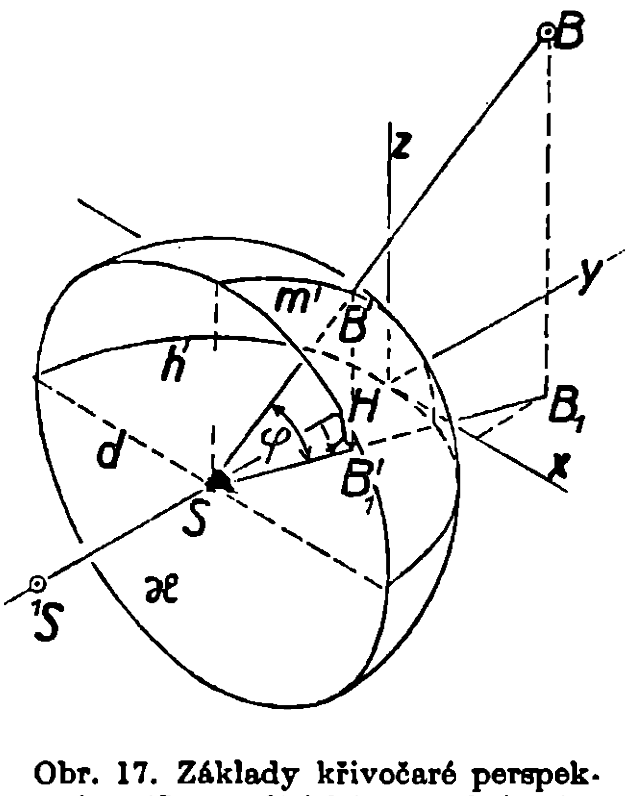
5. Podmínka *kruhového obrazu koule*.

6. Podmínka *věrnosti zorného úhlu*. Délka obrazu úsečky má býti úměrná zornému úhlu úsečky, t. j. úhlu paprsků vedených ze středu promítání ke koncům úsečky. Hauck označuje tuto podmínku jako zásadu konformity.

7. Podmínka *věrnosti úhlu protínání*. Úhel, pod kterým se dvě přímky v prostoru pro pozorovatele zdánlivě protínají, má se v obraze jeviti ve skutečné velikosti.

8. Podmínka *věrnosti zorného kužele*. Velikost perspektivního obrazu nějakého obrazce má býti úměrna obsahu plochy, jíž vytíná zorný kužel obrazce na kulové ploše o středu v středu promítání a o poloměru 1.

Je nemožné, aby perspektivní obraz splňoval všechny tyto podmínky, z nichž dokonce některé (na př. podmínky 3 a 4) si odporují. Při lineární perspektivě jsou ve všech místech splněny prvé tři podmínky. Všechny podmínky až na 4. jsou splněny v hlavním bodě. Aby tedy v průmětě byla splněna většina těchto podmínek (jako při lineární perspektivě v hlavním bodě), třeba promítati na plochu, jež je kolmá ke všem paprskům jdoucím středem promítání S a tudíž na kulovou plochu $\varkappa$ o středu S; její poloměr označ-

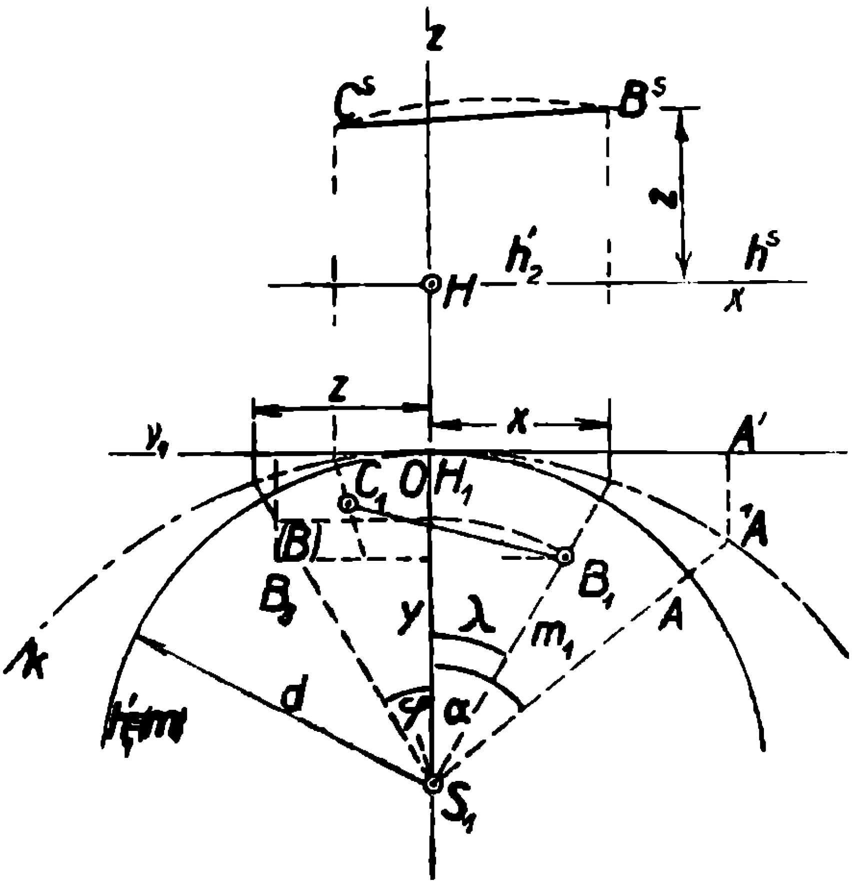


Obr. 17. Základy křivočaré perspektivy. (Stereosférická perspektiva.)

me d (jako distance) (viz obr. 17). Pro promítnutí prostorových útvarů na kulovou plochu $\varkappa$ je třeba průmět převésti do roviny (do nákresny). Ježto kulová plocha není rozvinutelnou plochou do roviny, je třeba ji zobraziti nějak na rovinu. Zobrazení kulové plochy na rovinu je známa celá řada; zabývá se jimi hlavně kartografie. V odst. **3** jsme poznali z nich gnómonickou a stereografickou projekci. Prvá vede k lineární perspektivě a druhá k t. zv. *stereosférické perspektivě.*[8]) V obr. 17 je znázorněna polovina kulové plochy $\varkappa$ o středu S, na niž promítáme body B prostoru do bodů B'. Bod B' kulové plochy je na ní určen souřadnicemi λ a φ (jako na zeměkouli zem. délkou a šířkou). Počátek zeměpisných souřadnic je ve sférickém středu H polokoule. Tečná rovina (xz) kulové plochy v bodě H budiž nákresnou. Při stereosférické perspektivě promítáme body B' z bodu ${}^1S$ (${}^1\overline{SS} = \overline{SH} = d$) na rovinu (xz). Podle odst. **3,2** vyhovuje stereosférická perspektiva podmínkám 1, 4, 5 a 7. Podmínka 3 je splněna jen u přímek rovnoběžných s osou $y \equiv \equiv SH$, t. j. u t. zv. přímek hloubkových.

5,2. Upravené perspektivy. Z jiných takových zobrazení kulové plochy na rovinu (xz) povšimněme si toho, jež vede k *Hauckově perspektivě*. Bodu $B'(\lambda; \varphi)$ kulové plochy $\varkappa$ přiřazujeme bod B^s roviny (xz) o souřadnicích $\xi = d \,.\, \lambda$, $\eta = = d \,.\, \varphi$, je-li d poloměr kulové plochy a ξ, η souřadnice o osách x, y. Horizont h^s splyne tu s osou x a délky na něm, jakož i na obrazech svislých přímek, se zobrazují z kulové plochy věrně; podmínka 6 je tu splněna jen pro obrazy těchto přímek. Neexistuje totiž zobrazení kulové plochy, které by zachovávalo délky. Při této perspektivě jsou splněny podmínky 1, 2, 4, kdežto podmínka 6 je splněna jen pro svislé přímky a horizont. Obecné přímky v prostoru zobrazují se v transcendentní křivky.

Hauckovu perspektivu upravuje *Stark* (XI) ve své *sítnicové perspektivě* tak, že místo transcendentních obrazů přímek rýsuje přímky a kombinuje tak Hauckovu perspektivu s lineární perspektivou. Při tom k rektifikaci oblouků horizontu a poledníků m kulové plochy používá vhodné křivky k (je to t. zv. quadratrix Dinostratova).



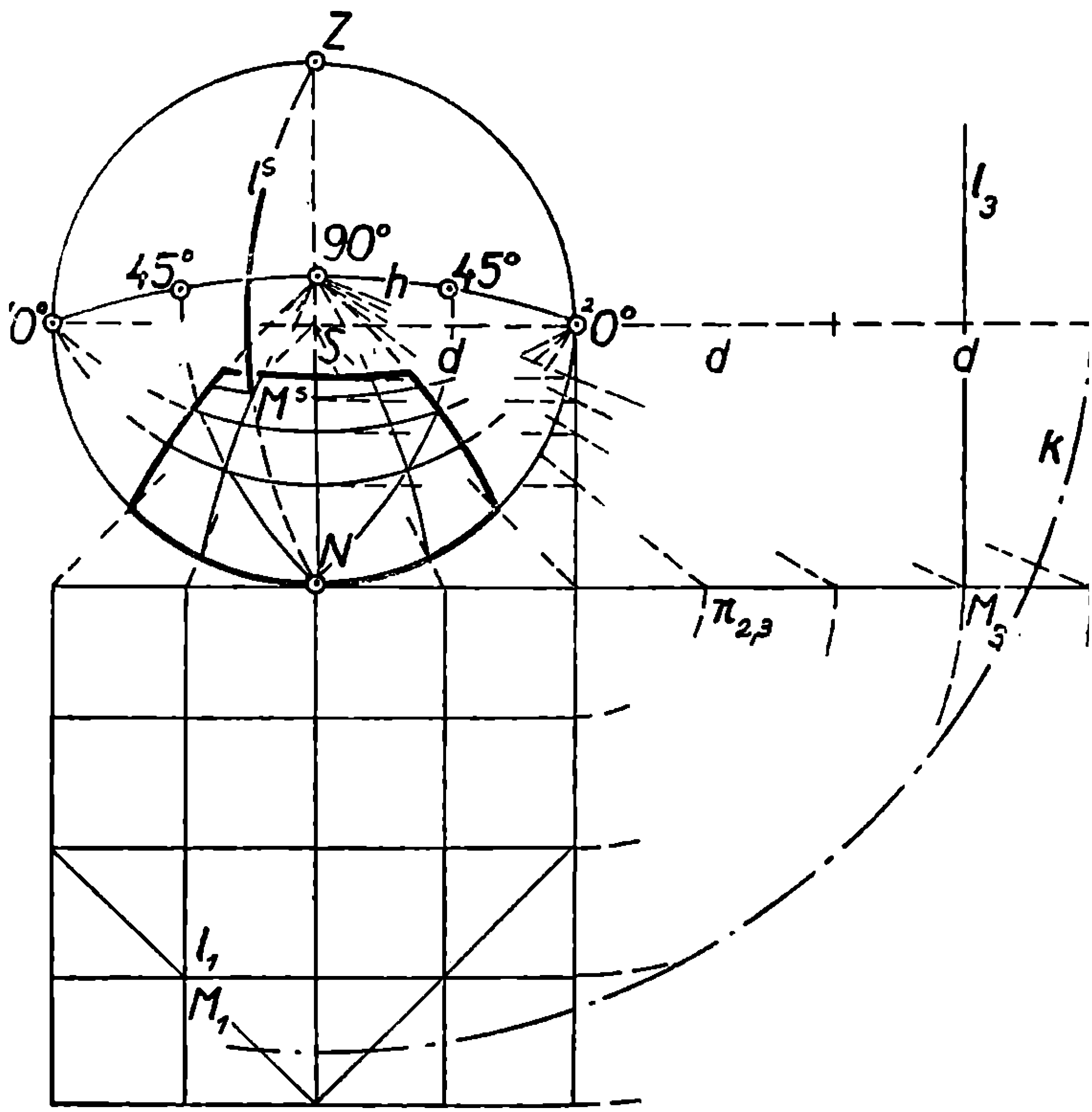
Obr. 18. Křivočará perspektiva úsečky. (Hauckova a Starkova perspektiva.)

V obr. 18 je znázorněn postup Starkův. Horizont a tečná rovina $\nu \equiv (xz)$ v hlavním bodě H má půdorys v tečně ν_1 kružnice h_1' v bodě H. Body rektifikační křivky k, na př. bod ^1A patřící k bodu A kružnice h_1', dostáváme takto: přeneseme $\overline{H_1A'} = \widehat{H_1A}$ a tu prodloužený poloměr SA^1A protíná kolmici $A'^1A \perp \nu_1$ v bodě ^1A křivky k. Poloměr křivosti křivky k ve vrcholu H_1 je $1{,}5d$; proto Stark nahrazuje křivku k od vrcholu H_1 až k bodu ^1A a bodu souměrně sdruženému k ^1A

podle osy y, pro něž $\sphericalangle H_1S_1A = 50°$, kružnicí o poloměru 1,55d. Máme-li křivku k narýsovánu, lze obraz B^s bodu B na rovině ν, jež je v náryse ve skutečné velikosti, snadno sestrojiti. Budiž bod B dán půdorysem B_1 a bokorysem B_3. Paprsek $m_1 \equiv S_1B_1$ protíná křivku k v bodě, jímž sestrojená rovnoběžka s osou z dává přímku, na níž je B^s a současně souřadnici x bodu B^s pro souřadnicovou soustavu x, z. Abychom dostali souřadnici z bodu B^s, třeba totéž provésti v rovině meridiánu m kulové plochy $\varkappa$, jehož půdorys je v přímce m_1. Meridián m otočíme kolem svislé osy jdoucí středem S do třetí hlavní průmětny do polohy $(m) \equiv h_1'$. Bod B po otočení a sklopení přejde do polohy (B) a tu paprsek $S_1(B)$ protne křivku k v bodě, jehož vzdálenost od osy $y \equiv S_1H_1$ je hledanou souřadnicí z bodu B^s.

V obrazci je zobrazena ještě vodorovná úsečka BC. V Hauckově perspektivě se sestrojí obrazy několika bodů úsečky, zvláště pak bodů koncových a spojí se obloukem křivky (v obrazci je vyčárkován). Stark nahrazuje oblouk úsečkou a bere úběžník přímky BC na horizontu, který ovšem vyjde jinde než při Hauckově perspektivě. Samozřejmě, že při tomto postupu dostávají se nedůslednosti, jež se Stark snaží různě odstraňovati.

5,3. V předchozích případech bylo viděti vždy geometrický podklad řešení křivočaré perspektivy. Ale v *křivočaré perspektivě*, kterou vydal *Serrano* (XII), je těžko se dopátrati geometrického vztahu a možno tuto perspektivu nazvati skutečně jen zobrazením podle nějakých zásad více méně uměleckých. V obr. 19 ukázáno, jak se v jeho perspektivě zobrazí čtvercová síť daná půdorysem a bokorysem zleva ve vodorovné rovině π. Perspektiva rýsuje se tu do kruhu o středu S a poloměru d. Vodorovné průčelné přímky mají úběžníky v koncových bodech ${}^1O^\circ, {}^2O^\circ$ vodorovného průměru, svislé přímky v koncových bodech Z, N svislého průměru. Horizontem je tu kruhový oblouk h mezi úběžníky ${}^1O^\circ, {}^2O^\circ$ a poloměru 3d. Horizont protíná průměr NZ v úběž-



Obr. 19. Serranova křivočará perspektiva.

níku 90° přímek hloubkových, t. j. kolmic k průčelné rovině, jež se zobrazují v kruhové oblouky o poloměrech $3d$, a jejichž středy jsou na kružnici k o středu 90° a jdoucí bodem na průměru $^1O^{\circ}\,^2O^{\circ}$ vzdáleném od středu S o délku $3d$. Průčelné vodorovné přímky mají za obrazy kruhové oblouky jdoucí úběžníky $^1O^{\circ}$, $^2O^{\circ}$ (jejich půlící body se dostanou v bokoryse podle obrazu). Vodorovné úhlopříčky sítě mají míti úběžníky v půlících bodech 45°, 45° oblouků $^1O^{\circ}90^{\circ}$, $^2O^{\circ}90^{\circ}$. Svislá přímka l v bodě M sítě má za obraz kruhový oblouk jdoucí body N, M^s, Z.

Z uvedeného příkladu je patrno, že je tu těžko najíti nějakou zobrazovací zásadu; uvádíme tento případ jen jako ukázku, jak všelijak, více méně vhodně, se lidé snaží napravovati lineární perspektivu, která přece jen, i přes některé své vady, zůstává vedoucí a nejužívanější při perspektivním zobrazování.

6. ZOBRAZENÍ DVOJOBRAZOVÉ

6,1. Bod v obecném zobrazení dvojobrazovém. V odst. **2,1** jsme viděli, že bod v prostoru není určen jedním svým středovým průmětem a bylo třeba jej určovati ještě některou jeho nositelkou. Většina užívaných zobrazení útvarů v prostoru užívá *dvou obrazů* bodů; takové dvojice ovšem nemohou míti v nákresně zcela libovolnou vzájemnou polohu, nýbrž musí to býti nějak uspořádané dvojice. Bod v nákresně je určen dvěma souřadnicemi a tedy dva body čtyřmi souřadnicemi. Protože poloha každého bodu v prostoru je určena jen třemi souřadnicemi, soudíme odtud, že ne každá dvojice bodová nákresny je obrazem bodu v prostoru, nýbrž jen ty dvojice, jež vyhovují jisté podmínce, o níž mluvíme dále.

Obecný případ dvojobrazového průmětu je znázorněn v obr. 20. Body A prostoru promítáme ze dvou středů ${}^1S$, ${}^2S$ na dvě různé průmětny π', π'' do bodů A', A''. Středy ${}^1S$, ${}^2S$ a bod A určují rovinu (dvojnásob promítací), jejíž stopy na průmětnách π', π'' jdou stopníky ${}^2S'$, ${}^1S''$ spojnice $s \equiv {}^1S{}^2S$ a protínají se v bodě na průsečnici x průměten π', π''. Stopníky ${}^2S'$, ${}^1S''$ přímky s jsou průměty středů promítání ${}^2S$, ${}^1S$ na první průmětnu π', případně na druhou průmětnu π''. Tyto stopníky jmenujeme *uzlovými body*, nebo stručně *uzly* průměten π', π''. Vidíme tudíž, že prvý průmět A' a druhý průmět A'' bodu A jsou na uzlových paprscích, jež se protí-