sestrojiti magické mnohoúhelníky a krychle atd.; viz na př. *Schubert-Fitting*: Mathem. Mussestunden, 1941, str. 153. O sestrojování magických čtverců o sudém počtu polí viz *Aupic*: Magické čtverce, Praha, 1932 (v komisi Jednoty č. matematiků a fysiků).

7.
PLNĚNÍ NÁDOB.

Mějme N-litrovou nádobu až po okraj naplněnou vodou a dvě nádoby prázdné o n_1 a n_2 litrech; kdy jest možno přeléváním vody docíliti množství $\frac{1}{2}N$? Řešení této úlohy (staré přes 500 let a to pro čísla $N = 8$, $n_1 = 5$, $n_2 = 3$) lze provésti dvojím způsobem: Budiž $n_1 > n_2$; buď naplníme nejprve nádobu o n_1 litrech a z ní nádobu o n_2 litrech, načež obsah této nádoby vlijeme opět do nádoby n_2-litrové a opět naplníme nádobu o n_1 litrech atd., nebo počneme plniti nádobu o n_2 litrech a potom obsah vlijeme do nádoby o n_1 litrech. Znovu naplníme nádobu n_2-litrovou a pokračujeme způsobem popsaným. Pohodlnější jest způsob první:

N	n_1	n_2
N	0	0
$N - n_1$	n_1	0
$N - n_1$	$n_1 - n_2$	n_2
$N - n_1 + n_2$	$n_1 - n_2$	0
$N - n_1 + n_2$	0	$n_1 - n_2$
$N - 2n_1 + n_2$	n_1	$n_1 - n_2$
$N - 2n_1 + n_2$	$2n_1 - 2n_2$	n_2
$N - 2n_1 + 2n_2$	$2n_1 - 2n_2$	0

A nyní by se pořadí opakovalo; je-li $N - 2n_1 + 2n_2 = 2n_1 - 2n_2$, t. j. $n_1 - n_2 = \frac{1}{4}N$, jest původní množství vody rozpůleno; tak tomu jest při číslech svrchu uvedených: $5 - 3 = \frac{8}{4}$. Je-li však $(N - 2n_1 + 2n_2) : (2n_1 - 2n_2) = 2 : 1$, t. j. $n_1 - n_2 = \frac{1}{6}N$, jest množství rozděleno na $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$; na př. $N = 12$, $n_1 = 6$, $n_2 = 4$, v tomto zvláštním případě lze dokonce docíliti rozdělení na tři stejná množství.

Ukažte, je-li $n_1 - n_2 = \frac{N}{2(\nu + 1)}$, že lze docíliti $\frac{N}{\nu}$ původního množství. Proveďte podobné vyšetřování pro nádoby o objemu N, $n_1 > n_2 > n_3$.

8.

NĚKTERÉ OBRATY S KARTAMI.

O jednoduchý matematický výklad opírají se některé obraty s kartami.

1. Přiřkněme jednotlivým kartám (německé hry) určitou hodnotu, na př. spodek znamenej 2, dáma 2, král 3, eso 4, sedmička sedm, osmička osm, devítka devět, desítka deset. Vyzvěme někoho, aby si volil kterékoliv tři karty a nechť v naší nepřítomnosti vycházeje od přiřčené hodnoty kartě odkládá na ni počítaje do šestnácti vždy po jedné kartě (na př. eso musí doplniti 12 kartami. Nechť nám nyní sdělí, kolik karet mu zbylo (případně kolik karet se mu nedostalo), jsme nyní s to, určiti součet ok na volených kartách. Jest to možno na základě této úvahy: Volené karty mějte hodnotu a_1, a_2, a_3, k dopočtení do 16 jest třeba celkem $16 - a_1 + 16 - a_2 + 16 - a_3 = 48 - a_1 - a_2 - a_3$ karet, zbylo tedy celkem $32 - 3 - (48 - a_1 - a_2 - a_3) = a_1 + a_2 + a_3 - 19$ karet, zbylo-li tedy z karet, jest $a_1 + a_2 + a_3 - 19 = z$, odkudž součet ok volených karet $a_1 + a_2 + a_3 = 19 + z$. Stejně vypočteme, nedostalo-li se r karet, že platí $a_1 + a_2 + a_3 = 19 - r$.

Upravte podobný obrat pro 2×32 karty a pro 4 volené karty, dopočítáváme-li rovněž do 16 ($a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = z + 4$, při čemž $z \geq 4$).