

# Aritmetické hry a zábavy

---

## 2. Dělitelnost čísel

In: Karel Čupr (author): Aritmetické hry a zábavy. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1942. pp. 10–11.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/403030>

### Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## 2.

## DĚLITELNOST ČÍSEL.

1. Jako vhodný počet obyvatelstva města udává Plato, řecký filosof, ono číslo, jež jest dělitelno 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; jest to prý číslo 5040: jest to nejmenší číslo žádaných vlastností? Nikoliv, nejmenší číslo jest 2520.

2. Průvod se řadí po 2, 3, ..., 10 osobách a vždy v poslední řadě jedna chybí; kolik jest v průvodě osob, není-li jich více než 3000? Po kolika nejméně osobách jest do jedné řady postavití, aby řady byly úplné? Užijeme-li výsledku předchozího, jest  $2520 - 1 = 2519$  účastníků, jež lze seřaditi do 229 řad po 11 účastnících.

3. Buďtež  $m, n$  ( $m > n$ ) čísla celá kladná, pak  $10^m - 10^n$  jest dělitelno devíti. Tento rozdíl lze totiž psáti  $10^n(10^{m-n} - 1)$  a výraz v závorce jest dle známé věty dělitelno  $10 - 1 = 9$ . Proto napíšeme-li na př. trojciferné číslo  $N$  a napíšeme-li číslo  $\overline{N}$  psané v obráceném sledu, jest rozdíl  $N - \overline{N}$ , resp.  $\overline{N} - N$  dělitelno devíti. To jest základem tohoto obratu: napiš si číslo, napiš číslo s týmiž číslicemi v opačném sledu, odečti menší číslo od většího, vynech v rozdílu kterékoliv číslice vyjma nuly; jaký jest součet zbylých číslic (ciferný součet)? — Udaný součet doplníme do nejbližšího vyššího násobku devíti, doplněk jest vynechaná číslice. Na př.  $6784 - 4876 = 1908$ , vynechali jsme 1, ciferný součet jest 17, nejbližší násobek 9 jest 18, skutečně  $18 - 17 = 1$ . — Proč nedovolujeme vynechati 0?

4. Číslo jest dělitelno devíti, je-li jeho ciferný součet dělitelno 9. Tuto větu lze říci poněkud obecněji: Zbytek vzniklý dělením daného čísla devíti jest týž jako zbytek vzniklý dělením ciferného součtu devíti. Důkaz jest velmi jednoduchý: Pěticiferné číslo na př. lze psáti takto:

$$\begin{aligned} & 10^4a + 10^3b + 10^2c + 10d + e = \\ & = (10^4 - 1)a + (10^3 - 1)b + (10^2 - 1)c + (10 - 1)d + \\ & \quad + a + b + c + d + e. \end{aligned}$$

První čtyři sčítance jsou dělitelný dle shora uvedené věty 9, pátý sčítanec jest ciferný součet; odtud správnost poslední věty jest patrna.

5. Buďtež devítkové zbytky dvou daných čísel  $m$  a  $n$ , pak tato čísla jsou tvaru  $(9a + m)$ ,  $(9b + n)$ , kdež  $a$ ,  $b$  jsou čísla celá (kladná). Jejich součin jest  $9(9ab + bm + an) + mn$  a jeho devítkový zbytek  $mn$ . Tento výsledek jest základem t. zv. *devítkové zkoušky*. Na př. vypočteme, že  $645 \times 384$  jest 247680, devítkový zbytek násobence a násobitele jest 15 a 15 resp. 6 a 6, jejich součin jest 36, devítkový zbytek tohoto součinu jest 9, skutečně též jako součinu. Ale tuto větu nelze obrátiti. Nelze říci: je-li devítkový zbytek součinu devítkových zbytků násobence a násobitele roven devítkovému zbytku součinu, jest násobení provedeno správně; na př. vypočteme zřejmě nesprávně  $645 \times 284 = 333000$ , zbytky stanovené vyloženým předpisem souhlasí i při nesprávném výsledku. Lze pouze říci: Nesouhlasí-li zbytky při devítkové zkoušce, jest výpočet nesprávný.

6. Někdy se devítková zkouška kombinuje se zkouškou jedenáctkovou. Pěticiferné číslo lze psáti takto:

$$(10^4 - 1)a + (10^3 + 1)b + (10^2 - 1)c + (10 + 1)d + e - d + c - b + a;$$

tedy jedenáctkový zbytek daného čísla jest roven jedenáctkovému zbytku  $e - d + c - b + a$  a zaveďme si pro tento výraz název ne zcela přesný: ciferný rozdíl. Na př. vypočteme  $645 \times 384 = 247680$ , devítková zkouška souhlasí, jedenáctková však nikoliv, jelikož součin ciferných rozdílů násobence a násobitele jest 7.(-1), kdežto součinu -5. Jest tedy výsledek nesprávný. Ale ani tenkrát, vyjdou-li obě zkoušky, není správnost výsledku zaručena, na př.  $645 \times 384 = 257580$ , zde vycházejí obě zkoušky, ale výsledek jest přece jen nesprávný.

Upotřebitelný výsledek pro praxi jest pouze tento: Nevychází-li jedna ze zkoušek, jest výsledek nesprávný.

Upravte tyto zkoušky i pro jiné výkony početní (sčítání, odčítání, dělení, umocňování čísel celými kladnými).