VĚDECKÉ PRÁCE BEDŘICHA POSPÍŠILA*)

RNDr. Bedřich Pospíšil se narodil 25. září 1912. V letech 1931 až 1935 byl posluchačem přírodovědecké fakulty Masarykovy university v Brně, kde byl promován na doktora přírodních věd dne 14. ledna 1937. Od 1. září 1936 až do násilného zavření českých vysokých škol byl asistentem při 2. ústavu matematiky na české technice v Brně, načež byl profesorem na 1. reálném gymnasiu v Brně. Dne 29. dubna 1941 byl gestapem zatčen a odsouzen na tři léta do káznice, odkud se vrátil 17. května 1944 ve stavu tak zuboženém, že přes nejpečlivější ošetřování zemřel dne 27. října 1944 v mladistvém věku 32 let.

V roce 1939 podal Pospíšil na můj podnět žádost o habilitaci z matematiky na přírodovědecké fakultě Masarykovy university; práci [9] (viz seznam prací na str. 500) předložil jako práci habilitační. Žádost byla v komisi příznivě vyřízena, ale k jejímu projednání v profesorském sboru tehdy již nedošlo v důsledku zavření našich vysokých škol. Teprve 10. dubna 1946 se stal posmrtně docentem přírodovědecké fakulty Masarykovy university. Současně byly jeho vynikající vědecké výkony oceněny tím, že byl jmenován mimořádným členem in memoriam druhé třídy České akademie věd a umění (3. května 1946).

S výjimkou prací [1], [2] a [3], které vznikly již za studentské doby a ke kterým v dalším už nebudu přihlížeti, jsou Pospíšilovy vědecké práce věnovány jednak obecné topologii, jednak teorii Booleových okruhů, kteréžto dva obory spolu ovšem úzce souvisí.

Pospíšilovy práce vznikly většinou v topologickém semináři, který jsem v Brně založil v červnu 1936 a vedl až do zavření vysokých škol v listopadu 1939. Moje zásluha je však pouze v tom, že jsem Pospíšila seznámil s významnými a většinou obtížnými neřešenými problémy, jakož i s literaturou týkající se látky, ze které problémy byly brány.

*) Přetištěno (s několika málo formálními změnami) z Čas. 72 (1947), D1—D9.

Pospíšilovy odpovědi na otázky mnou kladené byly zpravidla takové, že samy vedly k položení dalších otázek a většinou teprve po několikerém vystřídání otázek a odpovědí vznikla definitivní práce. Nikdy jsem však Pospíšilovi neporadil žádnou cestu k řešení mnou položených otázek a neváhám prohlásit, že mnohé své problémy, které Pospíšil úspěšně rozřešil, sám bych byl asi nikdy nezdolal.

Velmi významnou roli v celé vědecké dráze B. Pospíšila měl problém, který jsem položil (pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$) v topologickém semináři 25. ledna 1937:

(H) Jakou mohutnost může nejvýše míti Hausdorffův prostor P, který obsahuje hustou část dané nekonečné mohutnosti $\mathfrak{m}$?

Jestliže označíme podle Pospíšila $\exp \mathfrak{m}$ mohutnost soustavy všech částí množiny mohutnosti $\mathfrak{m}$, nahlédneme velmi snadno, že hledaná mohutnost nemůže býti větší než $\exp \exp \mathfrak{m}$, daleko obtížnější však bylo dokázat, že hledaná mohutnost není menší než $\exp \exp \mathfrak{m}$. Pospíšil velmi vtipnou konstrukcí nalezl v práci [6] prostor $P(H)$ mohutnosti $\exp \exp \mathfrak{m}$, ve kterém leží hustě isolovaná množina H mohutnosti $\mathfrak{m}$. Ukázalo se pak, že tento prostor $P(H)$ má základní důležitost jednak pro teorii charakterů, jednak pro teorii kompaktních prostorů a Booleových okruhů.

Charakterem bodu a v topologickém prostoru P rozumíme minimální mohutnost $\chi(a)$ úplného systému okolí bodu a v prostoru P. U libovolného metrického prostoru P je charakter každého bodu nejvýš spočetný ($\chi(a) = 1$ pro bod isolovaný, $\chi(a) = \aleph_0$ pro bod hromadný). Že však ani u spočetného topologického prostoru nemusí každý bod mít spočetný charakter, ukázal P. Urysohn [1], který sestrojil regulární spočetný prostor, který má v jednom svém bodě nespočetný charakter. Ale tento fakt se zdál pouze paradoxním zjevem, ze kterého teprve Pospíšil učinil východisko velmi krásné obecné teorie. Urysohnův výsledek byl po prvé zlepšen Jos. Novákem [2], který sestrojil spočetný prostor, jehož každý bod má charakter $\exp \aleph_0$.

Snadno se dokáže, že v prostoru P mohutnosti $\mathfrak{m}$ jest $\chi(a) \leqq \exp \mathfrak{m}$. Jestliže však $P(H)$ má hořejší význam a jestliže zvolíme libovolně bod $a \in P(H) - H$, obdržíme prostor $P_a = H + (a) \subset P(H)$ mohutnosti $\mathfrak{m}$, ve kterém bod a má charakter rovný $\exp \mathfrak{m}$. Jelikož pro $a \neq b$ zobrazení f prostoru P_a na prostor P_b, při kterém $f(a) = b$, $f(x) = x$ pro

$x \in H$, není zobrazením homeomorfním, obdržíme takto celkem exp exp $\mathfrak{m}$ různých topologií na množině mohutnosti $\mathfrak{m}$. Jelikož se lehko dokáže, že počet topologií nemůže být větší, dospíváme (viz práci [7]) k základní větě obecné topologie: Počet všech možných topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$ je roven exp exp $\mathfrak{m}$. Táž metoda dá obecnější výsledek: Budiž $\aleph_0 \leqq \mathfrak{a} \leqq \exp \mathfrak{m}$; pak počet těch topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$, při kterých charaktery bodů nepřevýší $\mathfrak{a}$, je roven exp $\mathfrak{a}$. Je zajímavé, že počet topologií se nesníží, zavedeme-li některý separační axiom (regularitu, normalitu nebo dědičnou normalitu). Naproti tomu počet všech L-topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$ je roven $\exp \mathfrak{m}^{\aleph_0}$ (viz Čech a Pospíšil [2]), tedy např. pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$ roven exp exp $\mathfrak{m}$, ale pro $\mathfrak{m} = \exp \aleph_0$ roven $\exp \mathfrak{m} <$ $< \exp \exp \mathfrak{m}$.

Soustavnou teorii charakterů vybudoval Pospíšil až v práci [9], ve které dochází k výsledkům, jejichž obecnost je překvapující a která sama o sobě by stačila k tomu, aby autor mohl být zařazen mezi velké badatele. Pospíšil tu zcela obecně přiřazuje každému bodu x nekonečné množiny P mohutnosti $\mathfrak{m}$ nekonečné kardinální číslo $\chi(x)$ podrobené pouze nutné podmínce $\chi(x) \leqq \exp \mathfrak{m}$ a důmyslným způsobem sestrojuje v P takovou topologii, při které charakterem každého bodu x je právě $\chi(x)$. Při tom je v jeho metodě tolik stupňů volnosti, že se mu podaří vyčíslit počet všech topologií při předepsaných charakterech $\chi(x)$; tento počet je $\exp \Sigma\chi(x)$. Ve skutečnosti předpisuje tu Pospíšil vedle charakterů $\chi(x)$ ještě pseudocharaktery $\psi(x)$, kde $\psi(x)$ je minimální mohutnost takového systému okolí bodu x, jehož průnik obsahuje pouze bod x. Pospíšil nalézá, že pseudocharaktery jsou podrobeny pouze triviálním podmínkám $\psi(x) \leqq \mathfrak{m}$, $\psi(x) \leqq \chi(x)$ a že i při předepsaných pseudocharakterech počet možných topologií zůstává roven $\exp \Sigma\chi(x)$. Počet topologií se nesníží, žádáme-li regularitu, normalitu nebo dědičnou normalitu. To vše je obsahem první části práce [9]; ve druhé části řeší tytéž problémy za dalšího předpokladu, že je předepsáno, aby určitá část množiny P ležela v prostoru P hustě. Ve vzpomenuté již práci Čech a Pospíšil [2] jsou výsledky práce [9] částečně přeneseny na L-topologie.

Výše vzpomenutý Pospíšilův prostor $P(H)$ rozřešil však ještě jednu důležitou otázku týkající se kompaktních prostorů. Na základě

Tichonovovy práce [2] zavedli Stone [1] a Čech [2] (nezávisle jeden na druhém) důležitý pojem kompaktního obalu $\beta(S)$ normálního (po případě jen úplně regulárního) prostoru S; v případě normálního S lze $\beta(S)$ charakterisovat takto: (1) $\beta(S)$ je kompaktní Hausdorffův prostor, (2) S leží hustě v $\beta(S)$, (3) jsou-li F_1, F_2 dvě disjunktní uzavřené části prostoru S, pak také uzávěry množin F_1, F_2 v prostoru $\beta(S)$ jsou disjunktní. Pomocí prostoru $P(H)$ dokázal Pospíšil v práci [5], že když S je isolovaný nekonečný prostor mohutnosti $\mathfrak{m}$, pak $\beta(S)$ má mohutnost $\exp \exp \mathfrak{m}$. Jestliže (stále za předpokladu, že S je isolovaný prostor mohutnosti $\mathfrak{m}$) odstraníme z prostoru $\beta(S)$ všecky otevřené množiny mohutnosti menší než $\mathfrak{m}$, zbude kompaktní prostor $\alpha(S)$, jehož mohutnost je stále $\exp \exp \mathfrak{m}$. Velmi lehko se nahlédne, že charakter žádného bodu v prostoru $\alpha(S)$ nebo $\beta(S)$ nemůže přesáhnouti $\exp \mathfrak{m}$. V práci [11] dokázal Pospíšil, že každý z obou prostorů $\alpha(S)$ a $\beta(S)$ obsahuje $\exp \exp \mathfrak{m}$ takových bodů, jejichž charakter je roven $\exp \mathfrak{m}$; zdali charakter každého bodu v $\alpha(S)$ je roven $\exp \mathfrak{m}$, je velice obtížný neřešený problém. Mimo to ukázal Pospíšil tamtéž pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$, že každá hustá část prostoru $\alpha(S)$ má mohutnost alespoň $\exp \mathfrak{m}$; zda platí totéž i pro $\mathfrak{m} > \aleph_0$, není známo.

Z ostatních topologických výsledků Pospíšilových prací budiž zde uveden ještě jen jeden. V práci [4] dokázal Pospíšil, že kartézský součin nespočetně mnoha (samozřejmě více než jednobodových) prostorů nikdy není úplně normální, z čehož odvodil v práci [11], že prostory $\alpha(S)$, $\beta(S)$ nejsou úplně normální (při isolovaném S); z toho už snadno plyne obecně, že např. při jakémkoli metrickém S není $\beta(S)$ dědičně normální (je-li ovšem $\beta(S) \neq S$). Zcela jiným způsobem je týž výsledek odvozen v práci Čech a Pospíšil [1].

Výše vzpomenuté výsledky o prostorech $\alpha(S)$ a $\beta(S)$ mají základní důležitost v teorii Booleových okruhů. Jak známo, nazýváme v algebře okruhem množinu, ve které je definováno sčítání a násobení tak, že je vyhověno obvyklým pravidlům až na to, že může být $ab = 0$ i když je $a \neq 0 \neq b$. Zobrazení f okruhu A na okruh B se jmenuje homomorfní, jestliže obrazem součtu je součet obrazů a obrazem součinu je součin obrazů. Prosté homomorfní zobrazení se jmenuje isomorfní. Část $\mathfrak{a}$ okruhu A se nazývá ideál, jestliže jednak

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b \in \mathfrak{a},$$

a jednak

$$a \in \mathfrak{a}\,, \quad b \in A \Rightarrow ab \in \mathfrak{a}\,.$$

Každý ideál $\mathfrak{a}$ okruhu A definuje rozdělení okruhu A na třídy, při čemž třída (a) prvku a je množina všech prvků tvaru $a + x$, kde x probíhá ideál $\mathfrak{a}$, takže zejména $(0) = \mathfrak{a}$. Vztahy

$$(a) + (b) = (a + b)\,, \quad (a)\,.\,(b) = (ab)$$

definují potom jednoznačně sčítání a násobení tříd a vzhledem k těmto operacím tvoří třídy okruh, který se značí $A/\mathfrak{a}$. Při každém ideálu $\mathfrak{a}$ je okruh $A/\mathfrak{a}$ homomorfním obrazem okruhu A; obráceně je-li f homomorfní zobrazení okruhu A na okruh B, je B isomorfní s okruhem $A/\mathfrak{a}$, při čemž ideál $\mathfrak{a}$ se skládá z těchto $x \in A$, pro něž $f(x) = 0$. Ideál $\mathfrak{a}$ okruhu A se nazývá prvoideál, jestliže

$$a \in A\,, \quad b \in A\,, \quad ab \in \mathfrak{a} \Rightarrow \text{buďto } a \in \mathfrak{a} \text{ nebo } b \in \mathfrak{a}\,.$$

Okruh A se jmenuje Booleův, jestliže každý prvek jest idempotentní, tj. jestliže $x \in A \Rightarrow x^2 = x$. Zřejmě každý homomorfní obraz Booleova okruhu je zase Booleův okruh.

Důležitý příklad Booleova okruhu dává libovolné množinové těleso. Je-li S libovolná základní množina, rozumíme množinovým tělesem v oboru S takovou soustavu částí množiny S, která spolu s každou množinou a obsahuje také doplněk této množiny (skládající se z právě těch prvků množiny S, které nepatří do množiny a) a která dále spolu s libovolnými dvěma množinami a, b obsahuje vždy také jejich sjednocení a jejich průnik. Každé množinové těleso jest Booleův okruh, jestliže součinem ab rozumíme průnik množin a a b a součtem $a + b$ rozumíme množinu těch prvků základní množiny S, které náležejí do právě jedné z obou množin a a b, takže doplňkem množiny a je množina $1 + a$ ($S = 1$ je jednotkou Booleova okruhu) a sjednocením množin a, b je množina $a + b + ab$. Ideálem množinového tělesa T je zřejmě každá taková $\mathfrak{a} \subset T$, pro kterou platí

(1) $$a \in \mathfrak{a}\,, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b \in \mathfrak{a}\,,$$

(2) $$a \in \mathfrak{a}\,, \quad b \in T \Rightarrow ab \in \mathfrak{a}\,,$$

při čemž místo (1) můžeme také žádat

$$a \in \mathfrak{a}\,, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b + ab \in \mathfrak{a}\,,$$

kde na pravé straně máme sjednocení množin a a b. Protože $T/\mathfrak{a}$ je homomorfní obraz okruhu T, je $T/\mathfrak{a}$ zase Booleův okruh. Specielně tvoří tedy Booleův okruh např. soustava všech měřitelných množin reálných čísel, a to i tehdy, jestliže identifikujeme dvě množiny, které se liší pouze o množiny míry nula. (Zde je T soustava všech měřitelných množin a $\mathfrak{a}$ je soustava všech množin míry nula.)

V každém topologickém prostoru B je množinovým tělesem soustava všech množin, který podle Pospíšila nazveme obojetné, tj. které jsou současně uzavřené i otevřené. Zmíněný již americký matematik Stone dokázal v práci [1] základní větu, že každý Booleův okruh A je isomorfní s množinovým tělesem všech obojetných částí Booleova prostoru B, při čemž Booleovým prostorem rozumíme každý Hausdorffův kompaktní prostor, který je totálně nesouvislý, tj. jehož každý bod má úplný systém okolí skládající se z obojetných množin. Je tedy studium Booleových okruhů úplně ekvivalentní se studiem Booleových prostorů, takže algebra Booleových okruhů je speciální kapitolou obecné topologie. Je-li A Booleův okruh všech obojetných částí Booleova prostoru B, pak ideálům okruhu $\mathfrak{a}$ odpovídají uzavřené množiny F prostoru B v tom smyslu, že $\mathfrak{a}$ je soustava všech obojetných množin obsažených v otevřené množině $B - F$; z toho plyne, že k Booleově algebře $A/\mathfrak{a}$ příslušným Booleovým prostorem je právě F. Specielně prvoideály $\mathfrak{p}$ okruhu A odpovídají jednotlivým bodům p prostoru B v tom smyslu, že $\mathfrak{p}$ je soustava všech těch obojetných množin, které neprocházejí bodem p. Charakterem $\chi(\mathfrak{a})$ ideálu $\mathfrak{a}$ v Booleově okruhu rozumíme podle Pospíšila minimální mohutnost soustavy generátorů, tj. takové části $\mathfrak{a}$, která není obsažena v žádném menším ideálu. Platí potom $\chi(\mathfrak{a}) = \chi(F)$ a specielně $\chi(\mathfrak{p}) = \chi(p)$, kde napravo jsou charaktery v topologickém smyslu.

Budiž nyní S libovolná nekonečná množina mohutnosti $\mathfrak{m}$. Soustava A všech částí množiny S je množinové těleso, ve kterém soustava $\mathfrak{a}$ všech těch částí množiny S, jejichž mohutnosti jsou menší než $\mathfrak{m}$, je ideálem. Nyní k Booleově okruhu A příslušný Booleův prostor je $\beta(S)$ a k Booleovu okruhu $A/\mathfrak{a}$ podobně přísluší $\alpha(S)$, kde při definici prostorů $\beta(S)$, $\alpha(S)$ vycházíme ovšem od isolované topologie prostoru S. Proto (viz práci [11]) Booleovy okruhy A, $A/\mathfrak{a}$ obsahují po exp exp $\mathfrak{m}$ prvoideálech a specielně mají exp exp $\mathfrak{m}$ prvoideálů s charakterem rovným $\exp \mathfrak{m}$. Táž metoda dovolila POSPÍŠILOVI určení počtu prvoideálů v řadě běžných množinových těles. Jestliže např. zase T znamená soustavu všech měřitelných množin reálných čísel, $\mathfrak{a}$ soustavu všech množin míry nula, je v práci [11] dokázáno, že Booleův okruh $T/\mathfrak{a}$ má právě $\exp \aleph_0$ prvků, právě $\exp \exp \aleph_0$ ideálů, a $\exp \exp \aleph_0$ prvoideálů s charakterem $\exp \aleph_0$. Každé z obou množinových těles T a $\mathfrak{a}$ má právě $\exp \exp \aleph_0$ prvků, právě $\exp \exp \exp \aleph_0$ ideálů a $\exp \exp \exp \aleph_0$ prvoideálů s charakterem $\exp \exp \aleph_0$.

Právě naznačené POSPÍŠILOVY výsledky z teorie Booleových okruhů, jež je jednou ze základních kapitol matematické logiky, vzbudily velkou pozornost a redakce vedoucího množinového časopisu Fundamenta Mathematicae požádala POSPÍŠILA o nové jejich zpracování v té formě, že by v nich topologickou řeč přeložil do řeči algebraické, a tím je učinil přístupnými širšímu okruhu čtenářů; na tuto čestnou výzvu odpověděl POSPÍŠIL prací [12], která však není pouhým přepracováním prací [5] a [11], nýbrž obsahuje také nové pozoruhodné výsledky, které však zde už nebudu uvádět.

V posledních svých pracích [13] až [17] založil POSPÍŠIL teorii tzv. spojitých distribucí. Vyložím zde pouze některé hlavní výsledky práce [13]. Budiž J soustava všech těch množin reálných čísel, z nichž každá je sjednocením konečného počtu jednobodových množin a intervalů; J je tedy nejmenší množinové těleso na množině R všech reálných čísel, které obsahuje všecky intervaly. Dále budiž na zcela libovolné množině S dáno libovolné množinové těleso A. Reálnou funkci $f(x)$ v oboru S nazveme A-měřitelnou, jestliže pro každé $i \in J$ množina

$$\varphi(i) = f^{-1}(i)\,, \tag{1}$$

tj. množina těch $x \in S$, pro něž $f(x) \in i$, náleží do A. (Aby tomu tak bylo, k tomu ovšem stačí, aby $\varphi(i) \in A$ platilo pro každý interval i.) Je tedy φ zobrazení množinového tělesa J do množinového tělesa A a toto zobrazení je homomorfní, tj. platí

$$\varphi(i_1 + i_2) = \varphi(i_1) + \varphi(i_2)\,, \quad \varphi(i_1 i_2) = \varphi(i_1)\,\varphi(i_2)\,, \tag{2}$$

$$\varphi(R) = S\,. \tag{3}$$

Mimo to platí:

(4) Je-li $\{i_n\}$ posloupnost intervalů s prázdným průnikem a je-li $a \in A$, $a\,.\,\varphi(i_n) = a$ pro všecka n, pak je $a = 0$.

Je-li funkce $f(x)$ omezená, pak

$$\varphi(i) = S \tag{5}$$

pro vhodně volený omezený interval i.

Budiž nyní obecněji A libovolný Booleův okruh. Distribucí v A rozumí Pospíšil každé zobrazení φ množinového tělesa J do Booleova okruhu A, které má vlastnost (2); platí-li také (3), mluví o distribuci *na* A. Distribuce se nazývá spojitá, platí-li (4), a omezená, jestliže pro některý omezený interval i platí (5). Je-li tedy A množinové těleso na množině S, je každé A-měřitelné funkci $f(x)$ v oboru S pomocí vztahu (1) přiřazena spojitá distribuce na A, která je omezená tehdy a jen tehdy, když $f(x)$ je omezená. Nemusí však obráceně každá spojitá distribuce na A tímto způsobem vzniknout. Jestliže však A je množinové σ-těleso, tj. takové množinové těleso, které spolu se spočetně mnoha množinami vždy obsahuje také jejich sjednocení, pak každá spojitá distribuce na A vznikne pomocí (1) z nějaké A-měřitelné funkce.

Budiž stále A množinové těleso na množině S a budiž dán ideál $\mathfrak{a}$ na A. Pro každé $a \in A$ označme $[a]$ příslušný prvek Booleova okruhu $A/\mathfrak{a}$. Dvě A-měřitelné funkce $f_1(x)$, $f_2(x)$ nazveme ekvivalentní, jestliže množina těch $x \in A$, pro něž $f_1(x) \neq f_2(x)$ je nulová, při čemž nulovou množinou rozumíme každou množinu patřící do $\mathfrak{a}$. Množinu patřící do A nazveme A-měřitelnou. Pravíme, že $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, jestliže každé sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina; pravíme že $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, jestliže každé A-měřitelné sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina. Je-li nyní dána libovolná A-měřitelná funkce v oboru S, přiřadíme ji pomocí vztahu

$$\varphi(i) = [f^{-1}(i)] \tag{6}$$

distribuci φ na $A/\mathfrak{a}$. Jestliže $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, je φ spojitá distribuce. Dvěma ekvivalentním funkcím $f_1(x)$, $f_2(x)$ přiřazuje (6) touž distribuci. Jestliže $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, pak dvěma neekvivalentním funkcím přiřazuje (6) dvě různé distribuce. Jestliže A je množinové σ-těleso a jestliže $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, pak každá omezená spojitá distribuce na $A/\mathfrak{a}$ vznikne pomocí (6) z nějaké omezené A-měřitelné funkce. Tyto předpoklady jsou splněny např., jestliže $S = R$, A je soustava všech Lebesgueovsky měřitelných množin a $\mathfrak{a}$ je soustava všech množin míry nula. Naproti tomu v tomto případě existují omezené spojité distribuce na A, které nevzniknou pomocí (1) z žádné A-měřitelné funkce a dokonce totéž zůstane v platnosti, i když A nahradíme libovolným s A isomorfním množinovým tělesem na jakékoli množině S.

Budiž nyní dán zcela libovolný Booleův okruh B. Potom lze udat na vhodné množině S množinové těleso A a σ-ideál $\mathfrak{a}$ na A tak, že existuje isomorfní zobrazení $h(B) = A/\mathfrak{a}$ a že platí toto. Každé omezené spojité distribuci φ na B lze přiřadit A-měřitelnou funkci $f(x)$ v oboru S tak, že pro $i \in J$ jest

$$h\varphi(i) = [f^{-1}(i)]\,,$$

kde lomená závorka opět znamená přechod od A k $A/\mathfrak{a}$.

Tyto a mnohé jiné výsledky odvodil Pospíšil na základě teorie charakterů spojitých distribucí a měřitelných funkcí. Slovo charakter má zde však zcela jiný význam než na dřívějších místech tohoto článku. Vyložím tento pojem pouze v jedné z formulací u Pospíšila se vyskytujících. Budiž zase A množinové těleso na množině S, $\mathfrak{a}$ ideál na A; Φ nechť znamená soustavu všech omezených A-měřitelných funkcí. Potom charakter k přiřazuje každé funkci $f \in \Phi$ reálné číslo $k(f)$ tak, že (1) $k(f_1 + f_2) = k(f_1) + k(f_2)$, (2) $k(f_1 f_2) = k(f_1) \,.\, k(f_2)$, (3) pro žádný otevřený interval i obsahující číslo $k(f)$ není $f^{-1}(i) \in \mathfrak{a}$. Pro každý charakter k a pro libovolnou spojitou funkci g n reálných proměnných platí $kg(f_1, f_2, \ldots, f_n) = g(kf_1, kf_2, \ldots, kf_n)$. Jestliže např. S znamená množinu všech přirozených čísel, A množinu všech částí množiny S, $\mathfrak{a}$ množinu všech konečných částí množiny S, pak pro každý charakter k jest

$$k(f) = \lim_{x \to \infty} f(x) \tag{7}$$

u všech těch funkcí $f \in \Phi$, u kterých pravá strana existuje. Přes to však počet všech charakterů v tomto příkladě je exp exp $\aleph_0$. V témž příkladě dvě funkce $f_1 \in \Phi$, $f_2 \in \Phi$, pro něž při každém charakteru k je $k(f_1) = k(f_2)$, nemusí být ekvivalentní, jak plyne právě ze (7). Jestliže však $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, pak z rovnosti $k(f_1) = k(f_2)$ platné pro všecky charaktery k následuje ekvivalence funkcí f_1, f_2.

Z velmi neúplného rozboru Pospíšilových vědeckých prací lze si snad již učinit dobrý obraz o rozmanitosti a hloubce výsledků, o něž obohatil matematickou vědu za necelých šest let, které uplynuly od vystudování university do jeho zatčení. Co vše by byl ještě vykonal, kdyby byl místo pouhých šesti let mohl vědě zasvětit aspoň třicet! Vždyť Pospíšil nebyl jen topolog. Měl přes svoje mládí velmi všestranné znalosti např. v základech geometrie, ve funkcionální analyse, v počtu pravděpodobnosti i v jiných matematických disciplinách a kdyby mu bylo dopřáno ve vědecké práci pokračovat, nepochybuji o tom, že by jeho další výsledky vzbudily mezi matematiky všeobecně týž zájem a obdiv, jaký vzbudily jeho publikované práce u pěstitelů obecné topologie a matematické logiky. Všecky oprávněné naděje však zlomil hrubý zákrok gestapa, který mu nejprve podlomil zdraví a posléze připravil o mladý život a tak z našeho okruhu vyrval muže, který by byl jistě vyspěl ve vedoucího ducha české matematiky. Ztráta, kterou česká obec matematická utrpěla předčasným odchodem Bedřicha Pospíšila z tohoto světa, je ztráta velmi těžká a věru nenahraditelná.