POZNÁMKY

Soustavné literární údaje se najdou mimo jiné v monografiích Fréchet [1], Hahn [1], Hausdorff [1] a [2], Kelley [1], Kuratowski [1] a [2], Lefschetz [1], Tukey [1], Whyburn [1], Wilder [1]. Zde si všímám hlavně českých příspěvků k látce probírané v textu.

1.1. U mnoha autorů se vztahu $A \subset B$ neboli $B \supset A$ dává užší význam, vylučující možnost $A = B$. Jestliže tato možnost není vyloučena, píší $A \subseteqq B$ nebo $B \supseteqq A$.

1.2. Místo f^1 se zpravidla píše pouze f.

1.3. Znaku f^{-1} se často užívá také tam, kde my píšeme f_{-1}.

1.4. Pro sjednocení se až do poměrně nedávné doby užívalo označení $A + B$, ΣA_n apod., pro průnik AB nebo $A \,.\, B$, ΠA_n apod. S tím souvisí užívání slova *součet* ve významu sjednocení; zřídka se užívá slova součin ve významu průnik. Někteří autoři psali $A + B$ pouze v případě disjunktních A, B; v obecném případě psali $A \dotplus B$. V textu volená označení pro sjednocení a průnik dnes ve světové literatuře převládají. Označení $A - B$ užívá řada autorů jen pro případ $A \supset B$; v obecném případě potom píší $A - A \cap B$. Místo $A - B$ píší někteří autoři $A \setminus B$, jiní $A \sim B$.

1.5. Ve světové literatuře není ještě jednoty v označování obecného kartézského součinu.

2.2. Někteří autoři nazývají nejvýš spočetné množiny prostě spočetnými a množinám v našem smyslu spočetným říkají nekonečné spočetné množiny.

2.3.2. To je tzv. Bernsteinova věta.

2.3, 3.4, 3.6. O mohutnosti množin, o typech uspořádaných množin, o pořadových číslech, o axiomu výběru apod. podrobně a přístupně pojednává Sierpiński [3].

3.6. Uspořádání množiny A, které jsme v textu nazvali normálním, je dobré uspořádání typu α, je-li α nejmenší pořadové číslo takové, že moh α = moh A. Toto α se často nazývá *počátečním číslem* uvažované mohutnosti.

3.7.6. Gödel [1].

3.9. Zorn [1]. Viz též Tukey [1], Lefschetz [1] a Sierpiński [3].

4.1. Název topologický prostor se v literatuře dává nejčastěji F-prostorům (viz **4.5**) nebo obecným F-prostorům (viz **4.13**). Prostory, které nejsou F-prostory, byly dosud málo studovány.

4.5. Definice **4.5.1**, **4.5.2** a **4.5.4**: Čech [3]. Místo F-bod, F-prostor, F-modifikace se píše v tomto článku (i v jiných vzniklých z mého topologického semináře) U-bod, U-prostor, U-modifikace. V článku Čech [3] se o prostoru předpokládají pouze tyto axiomy: $u\emptyset = \emptyset$, $uX \supset X$, $X_1 \subset X_2 \Rightarrow uX_1 \subset uX_2$. Platí-li axiom $u(X_1 \cup X_2) = uX_1 \cup uX_2$, mluví se o A-prostoru, jsou-li jednobodové množiny uzavřené, mluví se o B-prostoru.

4.5.6 (viz též **4.5.8**). V literatuře se často slovem okolí rozumí jen otevřená okolí, což ovšem je účelné jen pro F-prostory.

4.11.7: Banach [1].

Definice **4.12.1** a **4.12.2**: Aleksandrov a Urysohn [1]. Definice **4.12.3** a **4.12.4** jsem zavedl v topologickém semináři 1936.

Definice **4.12.7.** F-prostory splňující druhý axiom spočetnosti se někdy nazývají *separabilní*; tento název se však často dává jen FR-prostorům (viz definici **5.3.2**) s druhým axiomem spočetnosti, jež podle **9.1.24** jsou metrisovatelné). Jiní autoři dávají název *separabilní* všem F-prostorům s nejvýš spočetnou hustou podmnožinou (viz **4.12.21**, **9.1.11** a cvičení 6.5.4, ve kterém je popsán dědičně normální prostor s hustou spočetnou množinou, jenž nesplňuje druhý axiom spočetnosti). Fréchet [1], od kterého pochází slovo séparable (separabilní), užívá ho v prvém smyslu a ve druhém říká parfaitement séparable.

4.12.24: Pospíšil [8].

Definice **4.13.1.** Je možné další zobecnění pojmu topologického prostoru, při kterém body vůbec odpadají a místo bodových množin přijdou prvky nějaké částečně uspořádané množiny; viz Koutský [3] a [4].

Definice **4.13.4** a **4.13.5**: Čech [3].

Definice **4.13.6**: Aleksandrov a Hopf [1], kde se FK-prostory vyskytují pod názvem T_0-prostory.

5.1. Čech [3] mluví o O-oddělování (O místo H).

Definice **5.2.1.** FH-prostory se často nazývají *Hausdorffovy* prostory. Aleksandrov a Hopf [1] říkají F-prostorům T_1-prostory, FH-prostorům T_2-prostory. Bourbaki [1] (též Kelley [1]) říká FH-prostorům *separované* prostory.

5.2.5. V dosud nepublikované práci ukázal Jos. Novák, že každý spočetný H-prostor obsahuje přesně $\exp \aleph_0$ uzavřených množin. Za předpokladu hypothesy kontinua je tedy možné v **5.2.5** FH-prostor nahradit H-prostorem.

Definice **5.3.2.** FR-prostory se obyčejně nazývají *regulární*; Aleksandrov a Hopf [1] mluví o T_3-prostorech.

5.3.7: Pospíšil [9].

5.4.2 a **5.4.3**: Urysohn [1].

Definice **5.4.2.** Dědičně normální prostory se mnohdy nazývají *úplně normální*.

5.5.11: Ústní sdělení Jos. Nováka.

6.1.7 dokázal na můj podnět E. Chittenden 1936 (nebylo tehdy publikováno).

Definice **6.2.1**: Tichonov [2].

6.2.14 až **6.2.17**: Topologický seminář 1937.

Definice **6.3.2.** Lze také říci, že prostor P se nazývá L-prostor, jestliže ke každé $Q \subset P$ a ke každému $a \in \overline{Q} - Q$ lze udat takovou spočetnou $S \subset Q$, že pro každou nekonečnou $T \subset S$ je $\overline{T} = T \cup (a)$. Viz Čech [3], kde jsou naznačeny jiné možnosti, dosud jak se zdá nestudované. Uvedeme dvě z nich. Předně je možno studovat prostory P, ve kterých ke každé $Q \subset P$ a ke každému $a \in \overline{Q} - Q$ lze udat spočetnou $S \subset Q$, pro kterou $a \in \overline{S}$, za druhé ty, ve kterých ke každé $Q \subset P$ a ke každému $a \in \overline{Q} - Q$ lze udat takovou $T \subset Q$, že $\overline{T} = T \cup (a)$.

Příklady **6.4.13** a **6.4.15**: Novák [4].

Cvičení 6.5.7: ústní sdělení M. Katětova.

Cvičení 6.5.8: Novák [2].

7.1 a **7.2**: Aleksandrov a Hopf [1], Čech [3].

7.3.10: Urysohn [2].

8.1.11: Tichonov [1].

Definice **8.1.4**: topologický seminář 1937.

8.1.20 až **8.1.27** (pro F-prostory) a **8.1.31**: Sierpiński [4].

8.1.28 až **8.1.29**: Aleksandrov a Urysohn [1].

Definice **8.2.1** a **8.3.1**: Původní názvy jsou *kompaktní* místo spočetně kompaktní, *bikompaktní* místo kompaktní. Viz Fréchet [1], Aleksandrov a Urysohn [1]. V textu užité (dnes velmi obvyklé) názvy zavedl Bourbaki [1].

8.2 a **8.3**: Aleksandrov a Urysohn [1] (pro F-prostory).

8.3.18. Pro F-prostory Tichonov [2]; jednoduchý důkaz na základě Zornova lemmatu Bourbaki [1], Lefschetz [1].

8.3.21. O vnitřních charakterech bodů v kompaktních prostorech viz Pospíšil [15].

Definice **8.4.1**: Tichonov [2]. Lefschetz [1] zavedl název *Tichonovův prostor*.

8.4.3. Prostor S z příkladu **6.4.13** je úplně regulární, ale není normální. Avšak S je v každém svém bodě lokálně normální, tj. každý $a \in S$ má takové okolí U, že vnořený prostor $U \subset S$ je normální. Úplně regulární prostor, který v každém svém bodě není lokálně normální, sestrojil NOVÁK v práci [3] a podstatně jiným způsobem v práci [5].

8.4.6, 8.4.7: TICHONOV [2].

8.4.8 až **8.4.10**: STONE [1], ČECH [2].

8.4.11 až **8.4.14**: ČECH [2].

Definice **8.4.3**. WALLMAN [1] přiřadil každému F-prostoru P jednoznačně určený kompaktní F-prostor $\omega P \supset P$. ČECH a NOVÁK [1] popsali ωP axiomaticky pomocí jimi zavedených pojmů regulárního a kombinatorického vnoření.

Cvičení **8.5.14**: TICHONOV [2].

9.1.2. O charakterech množin v metrickém prostoru viz NOVÁK [1].

9.1.15. Hustě rozložené prostory P, u kterých pro žádnou $A \subset P$ nejsou obě množiny A, $P - A$ husté, sestrojili HEWITT [1] a KATĚTOV [7].

9.2: FRINK [1].

9.4.11. Budiž $\mathbf{C} \neq \emptyset$ soustava metrik v množině Q. Posloupnost $\{a_n\}(a_n \in Q)$ nazveme $\mathbf{C}$-Cauchyovskou, je-li Cauchyovská při každé metrice $\varrho \in \mathbf{C}$. Podobně jako v **9.4.11** sestrojíme množinu $P \supset Q$ a takovou soustavu $\mathbf{C}^*$ metrik v množině P, že soustava metrik $\varrho^* \mid Q \times Q$ $(\varrho^* \in \mathbf{C}^*)$ splyne se soustavou $\mathbf{C}$, že ke každé $\mathbf{C}$-Cauchyovské $\{a_n\}$ $(a_n \in Q)$ existuje takový bod $\alpha \in P$, že $\lim a_n = \alpha$ při každé $\varrho^* \in \mathbf{C}^*$, a že obráceně ke každému $\alpha \in P$ existuje taková $\mathbf{C}$-Cauchyovská $\{a_n\}$ $(a_n \in Q)$, že $\lim a_n = \alpha$ při každé $\varrho^* \in \mathbf{C}^*$. Jestliže soustava $\mathbf{C}^*$ je nejvýš spočetná, zjistí se snadno, že ke každé $\mathbf{C}^*$-Cauchyovské $\{\alpha_n\}$ $(\alpha_n \in P)$ existuje takový $\beta \in P$, že $\lim \alpha_n = \beta$ při každé $\varrho^* \in \mathbf{C}^*$. Při nespočetné $\mathbf{C}$ však NOVÁK [6] sestrojil příklad, ve kterém existuje taková $\mathbf{C}^*$-Cauchyovská $\{\alpha_n\}$ $(\alpha_n \in P)$, která není ϱ^*-konvergentní při žádné $\varrho^* \in \mathbf{C}^*$.

9.4.20: ČECH [2].

9.5.24: MONTGOMERY [1].

§ **10** a § **11**. Viz zejména KNASTER a KURATOWSKI [1], MOORE [2], WHYBURN [1], WILDER [1].

10.1.19 a **10.1.20**: URYSOHN [1].

Cvičení **10.8.6**: KURATOWSKI [3].
Cvičení **10.8.28** a **10.8.29**: SIERPIŃSKI [5].
Cvičení **10.8.43**: KNASTER a KURATOWSKI [1].

11.3.2 a **11.3.3**: ZIPPIN [1].

12.1.2 a **12.1.3**: ALEKSANDROV a URYSOHN [1].

12.1.3. STONE [1] nazývá *poloregulárním* F-prostor P, ve kterém ke každému okolí U kteréhokoli $a \in P$ existuje okolí $V \subset U$ bodu a, které je vnitřkem svého uzávěru. Zřejmě každý FR-prostor je poloregulární. P se nazývá *dědičně poloregulární*, jestliže každý Q vnořený do P je poloregulární. KATĚTOV [5] dokázal, že každý spočetný dědičně poloregulární FH-uzavřený F-prostor je kompaktní a tudíž regulární; není známo, zda zde lze vynechat slovo spočetný. Na druhé straně KATĚTOV [5] podává příklad spočetného poloregulárního FH-uzavřeného F-prostoru, který není regulární a tudíž není kompaktní, a příklad spočetného dědičně regulárního F-prostoru, který není kompaktní.

12.1.4 až **12.1.12**: KATĚTOV [1]. Tamtéž podal KATĚTOV důkaz věty **8.4.8** opřený o **12.1.11**.

Definice **12.1.4.** KATĚTOV [2] charakterisoval axiomaticky FH-uzavřený obal FH-prostoru P, jakož i tři jiné FH-uzavřené FH-prostory, do kterých lze vnořit P.

12.2.2 až **12.2.4**: POSPÍŠIL [9].

12.2.5 až **12.2.7**: ČECH a POSPÍŠIL [2].

12.2.5. Topologii (Φ, v) zavedl (v případě $P = Q = \langle 0, 1 \rangle$) TICHONOV [3]. Zajímavé vlastnosti prostorů (Φ, u) jsou předmětem prací NEUBAUER [2] a POSPÍŠIL [10]; viz též NOVÁK a MIŠÍK [1].

12.3.1: POSPÍŠIL [4]. KATĚTOV [9] odvodil řadu vět o dědičné normalitě kartézských součinů. Např.: Je-li P kompaktní prostor a je-li $P \times P \times P$ dědičně normální, pak P je metrisovatelný; není známo, zda zde lze psát $P \times P$ místo $P \times P \times P$.

12.3.2 a **12.3.4**: POSPÍŠIL [5].
12.3.5 a **12.3.7**: POSPÍŠIL [11].
12.3.8 a **12.3.9.** Topologický seminář 1938.
12.3.11: ČECH [2].
12.3.12. Topologický seminář 1938.

Cvičení 12.4.3 až 12.4.5: KATĚTOV [1].
Cvičení 12.4.8: POSPÍŠIL [7].

Cvičení 12.4.9 a 12.4.10. Viz topologický seminář z r. 1938. Že $\Lambda_0 \neq \emptyset$ (viz 12.4.10), odvodil jiným způsobem už BANACH [1].

Cvičení 12.4.11: ústní sdělení Jos. NOVÁKA.
Cvičení 12.4.12 a 12.4.13. Viz POSPÍŠIL [7].