

Matematické listy Gerberta z Remeše

List 4: Fragment zásad počítání na abaku

In: Marek Otisk (author); Richard Psík (author); Gerbert of Reims (other): Matematické listy Gerberta z Remeše. (Czech). Praha: Centrum Vivarium FF OU, 2014. pp. 118–123.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402411>

Terms of use:

- © Otisk, Marek
- © Psík, Richard
- © Matfyzpress

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

List 4¹Fragmentum de norma rationis abaci²

23, 2

[Constantino suo Gerbertus scolasticus]

O dulce solamen meorum, Constantine, laborum, tuae sagacitati, quae semper liberrima studiorum viguit honestate, haec 23, 10
 5 axiomata, ad interiorem mentis exercitationem summopere proficientia, praelibanda intimamus, quo et minus callentibus sensus ad ea prorsus intelligenda aperiatur, qui, ipsa norma rationis aut neglecta aut funditus ignorata, tamen sophistici characteris as- 24, 1
 sertores quosque peritissimos solita lacesunt facundia. Si enim, 10 probabiliter naturam cujuslibet contemplando, a veteribus dicta aequae observandae salutis viae tuerentur, haud sedulo ab eorundem studiis in propriis interrogationibus sermocinationibusque 24, 5
 15 tos, quid etiam articulos, cum totius praedicti substantia numeri

¹ Dopis je patrně velmi úzce spjat s *Listem* 5. Oba texty mají velmi podobnou strukturu, formulační i obsahové zacílení. *List* 4 se dochoval v jediném rukopise (blíže viz [Bub], s. 23) a přestože se nezdá, že by se jednalo o modifikovanou variantu *Listu* 5, nelze tuto hypotézu zcela vyloučit. Povětšinou se však předpokládá, že se jedná o dva podobné, ale Gerbertem vědomě částečně odlišně koncipované, dopisy. Datace obou listů se pak odvíjí od vzájemného vztahu mezi nimi, především pak od poslední věty *Listu* 4, v níž Gerbert zmiňuje svůj záměr vysvětlit celou problematiku ještě jednou a podrobněji. Nikolaj M. Bubnov předpokládal, že poté, co Gerbert sepsal svá *Pravidla počítání na abaku*, jež jsou přiložena k *Listu* 5, a která lze datovat rokem 980 (blíže viz pozn. 1 k *Listu* 5), v tomto dopise anoncuje svůj v pořadí druhý text o stejné problematice, přičemž toto druhé abacistické pojednání se nedochovalo. Z těchto důvodů pak kladl možnou dobu sepsání *Listu* 4 mezi léta 980 a 982 (viz [Bub], s. 23). Později svůj výklad o dvou Gerbertových počtářských spisech revidoval – viz [Bu1], s. 83–90, což se setkalo s pozitivním přijetím. Pravděpodobnější se zdá, že věta na konci *Listu* 4 ohlašuje teprve záměr sestavit *Pravidla počítání na abaku*. *List* 4 by pak musel být starší než *List* 5, jak se domnívá kupř. H. Pratt Lattin, která navrhla dataci *Listu* 4 na rok 979, příp. na počátek roku 980, každopádně nedlouho před *Listem* 5 – viz [GeEE], s. 44–45. Podobně si počínal i A. P. Segonds, který vymezil možnou dobu sepsání tohoto listu roky 979–980 – viz [GeEC], s. 679.

² Latinský text je převzat z [Bub], s. 23–24 (I, I, A, 2). Název byl připojen Bubnovem a vyjadřuje názor, že se jedná o součást (průvodní dopis, příp. určitou podobu předmluvy) dnes ztraceného či spíše později přepracovaného Gerbertova pojednání o abaku.

³ Podobně jako u *Listu* 1 ani v jedině dochované rukopisné variantě tohoto dopisu se nedochovala korespondenční vstupní formule označující pisatele a adresáta dopisu. Již Bubnov pokládal za vhodné její doplnění a stejně jako v předchozím případě vo-

Fragment zásad počítání na abaku

[Učitel Gerbert svému Konstantinovi]³

Ó, Konstantine, sladká útěcho v mém trápení, předkládáme tvému bystrému úsudku, jež jsi rozvinul neustálým dobrovolným a poctivým studiem, k ochutnání tyto axiomy,⁴ které jsou velmi prospěšné, neboť cvičí mysl. Naším cílem bylo ukázat smysl těchto axiomů a umožnit jejich úplné pochopení i lidem méně chápavým; tito zastánci sofistického stylu totiž, ač pravidel počítání nedbají nebo je vůbec neznají, přece obvyklým tlacháním popuzují všechny vzdělance.⁵

Kdyby totiž při chvályhodném zkoumání povahy věcí zohlednili,⁶ co staří autoři řekli o tom, jak správně žít, sotva by jim při vlastních tázáních a rozpravách bylo tak horlivě a vytrvale vyčítáno studium těchto autorů.⁷

A kdyby náhodou chtěli hovořit o číslech jako takových nebo o jejich vzájemných vztazích,⁸ jak vysvětlí, co je *digitus*,⁹ a jak, co je *articulus*.¹⁰ Pouze

lil znění v souladu s dalšími Gerbertovými vědeckými listy Konstantinovi – viz [Bub], s. 23. Podobně si počínali i překladatelé těchto textů do moderních jazyků – viz [GeEE], s. 44; [GeEC], s. 679; [GeER], s. 192.

⁴ Pod Gerbertovým jménem se tyto axiomy nedochovaly. Pokud platí, že *Pravidla počítání na abaku* jsou podrobnější a rozpracovanější podobou vysvětlení axiomů přiložených k tomuto dopisu, pak by se mohlo jednat o určitou prvotní verzi pozdějších Gerbertových *Pravidel*, která např. mohla být stručnější a zmiňovat pouze obecné regule pro počítání na abaku.

⁵ Není zcela zřejmé, koho zde má Gerbert na mysli – blíže viz *Komentář* k tomuto dopisu.

⁶ Zdá se, že Gerbert má na mysli určité učence své doby, kteří se prezentují – podle Gerbertova názoru – pouze zdánlivou moudrostí.

⁷ Jedná se patrně o Gerbertovo explicitní přihlášení se k odkazu minulosti, tj. ke studiu spisů dřívějších učenců. Podrobněji viz *Komentář* k *Listu* 4.

⁸ V souladu s tradičním tříděním aritmetické látky, jak byla středověku přístupná v Boethiově *Úvodu do aritmetiky* a v souhrnných pracech Martiana Capelly, Cassiodora či Isidora Sevilského, zde Gerbert zmiňuje rozdělení nauky o číslech na zkoumání čísel o sobě (podrobněji viz kap. 2.2 a 2.3 úvodní studie této knihy) a zkoumání čísel ve vztahu k jiným číslům (blíže viz kap. 2.4 úvodní studie této knihy), kterým se Gerbert věnoval i v *Listech* 1–3.

⁹ *Digitus* (lat. prst) označuje všechna přirozená čísla menší než 10, tedy v desítkové soustavě jednotky – blíže viz *Komentář* k tomuto dopisu.

¹⁰ *Articulus* (lat. článek) označuje taková čísla, která lze rozdělit na deset stejných částí, přičemž každá část bude přirozeným číslem, tedy v desítkové soustavě desítky. Podrobněji viz *Komentář* k *Listu* 4.

solummodo in istarum versetur vicissitudine rerum. Sed de his omnibus, quantum ad intelligentiae cumulum sat est, praedictae 24, 10 causa familiaritatis, si vita suppetit, evidentius explicabo.

¹¹ Gerbert zde tradiční výklad aritmetické problematiky spojuje s abacistickým počtářstvím a novým způsobem zápisu číselných hodnot v desítkové poziční soustavě. Je zřejmé, že nová numerace výrazně proměnila podobu pěstování matematického vědění, zejména pak jeho praktickou složku, tj. počtářství.

v jejich vzájemném střídání totiž spočívá podstata všech čísel.¹¹ Ze starého přátelství tyto věci jednou vysvětlím podrobněji, aby byly zcela pochopitelné, pokud ovšem budu ještě naživu.¹²

¹² Toto je Gerbertova deklarace záměru sepsat podrobnější pojednání o počítání na abaku, spornou otázkou je, zda dochované *Regulae de numerorum abaci rationibus* (viz *List 5*) jsou zde avizovaným detailnějším vysvětlením.

Komentář

Listy 4 a 5 mají k sobě evidentně velmi blízko. *List 4* je stručnější, ale takřka všechny motivy, které jsou v něm zmiňovány, se objevují rovněž v *Listu 5*. Gerbert nazývá Konstantina „sladkou útěchou ve svém trápení,“ a chválí adresátovu píli, schopnosti i záměry studia (4, 3–4; 23, 9–10). Gerbert oceňuje tuto Konstantinovu snahu a chce ho v ní podpořit, pročež mu posílá předběžné axiomy o počítání na abaku, neboť jejich užívání dokáže dále bystřit lidskou mysl (4, 5–6; 23, 10–12). Dále Gerbert vidí účel sepsání těchto axiomů v možném poučení těch, kteří o výpočtech hodně mluví, ale málo o nich ví (4, 7–9; 23, 12–24, 1), neboť se nechtějí nechat vést dávnou moudrostí dřívějších učenců, kterou užívají pouze selektivně (4, 9–13; 24, 1–5). Bez studia inspirativních knih pak nemohou vědět, jak se na abakus zapisují číselné hodnoty, takže jejich výpočty nemohou být správné (4, 13–16; 24, 5–9). S odvoláním na vzájemné přátelství mezi Gerbertem a Konstantinem pak Gerbert oznamuje, že se k tomuto tématu, dovolí-li mu to okolnosti, ještě jednou vrátí a vše popíše detailněji (4, 16–18; 24, 9–11).

4, 7–9 (23, 12–24, 1):

Není pochyb, že abacistické počtářství bylo v poslední čtvrtině 10. století v latinských západních křesťanských centrech používáno – blíže viz kap. 3 úvodní studie této knihy. Nejstarším uceleným dochovaným textem o výpočtech na abaku jsou však až Gerbertova *Pravidla*, proto dnes nelze přesněji rekonstruovat, jak vypadala pojednání či vlastní postupy jiných počtářů tohoto či bezprostředně předcházejícího období, vůči nimž se zde zřejmě Gerbert vymezuje. Srov. také *List 5* a *Komentář k Listu 5*.

4, 9–13 (24, 1–5):

Gerbert se netajil svým zájmem o studium antických autorů, příp. jiných autoritativních učených pojednání, a patrně zde naráží na ty, kteří mu vyčítali jeho zálibu v tomto studiu. Obtížně se hledá, koho či co přesně mohl mít na mysli. Později (v souvislosti se spory o remešské arcibiskupství – blíže viz kap. 1.3 úvodní studie této knihy) však byl explicitně nařčen z pyšné záliby v Platónovi, Vergiliově, Terentiovi a v dalších tupých filosofech.¹³ Nelze vyloučit, že s podobnými postoji byl konfrontován již dříve. Je však také možné, že naráží na konkrétní výpad či neznalost, s níž se právě v této době setkal, čemuž by zase napovídala adresněji znějící podobná pasáž z *Listu 5*.

4, 14–15 (24, 7):

Abacisté převzali část terminologického členění čísel podle starší počtářské tradice, která vycházela ze symboliky označování číselných hodnot na prstech. Hodnoty 1–9 se označovaly pomocí natažených prstů levé ruky.

¹³ [Leo], c. 338.

Jednička se vyjadřovala pomocí čtyř natažených prstů, jediný ohnutý zůstal malíček; dvojka pak natažením tří prstů, ohnutý zůstal malíček s prsteníčkem, u trojky byl natažen palec a ukazováček, ostatní prsty levé ruky zůstaly ohnuty; při čtyřce byl ohnut prostředníček a prsteníček, ostatní prsty nataženy; pětka znázorňovala čtyři natažené prsty a ohnutý prsteníček; při šestce byl ohnutý pouze prsteníček; u sedmičky byl (obdobně jako u jedničky) ohnutý pouze malíček, který však byl ohnut výrazněji a mohl směřovat napříč dlaní; stejně tak osmička a devítka se podobaly dvojce a trojce, pouze ohnuté prsty (tj. u osmičky malíček a prsteníček; u devítky malíček, prsteníček a prostředníček) byly ohnuty výrazněji a mohly směřovat k palci.¹⁴ Hodnoty 1–9 se tedy vyjadřovaly podle různých kombinací natažených prstů (lat. *digitus*), proto také abacisté (a později i algoritmici) nazývali číselnou hodnotu, kterou lze v poziční desítkové soustavě vyjádřit pomocí jediného znaku *digitus*. Na abaku představuje každý sloupec jeden desetinný řád, tudíž se do každého sloupce klade vždy jeden symbol čísla 1–9 (nebo sloupec zůstává prázdný, když je zapotřebí zaznačit nulu). Gerbert se k tomuto vrací v *Listu 5*.

Pokud chtěl počtář na prstech znázornit hodnoty 10, 20, 30 až 90 pak k tomu používal vzájemných poloh palce a ukazováčku levé ruky. Vždy se jeden prst dotýkal určitého článku druhého prstu. Desítka se vyjádřila umístěním špičky ukazováku na kloub spojující oba články palce; dvacítkou dotykem špičky palce s prostředním kloubem ukazováku; třicítkou vzájemným kontaktem špiček palce a ukazováčku; čtyřicítkou umístěním konce palce na horní kloub ukazováčku atd.¹⁵ Tedy vždy hrály roli články prstů nebo klouby spojující tyto články prstů. Proto se číselné hodnoty 10, 20, 30 až 90 nazývaly souhrnně články (lat. *articulus*). V abacistickém (a později algoritmickém) počtářství byl tento úzus přejat a *articuli* představují taková čísla, která bylo možno rozdělit na deset stejných dílků, kde každý tento dílek bude přirozeným číslem. *Articulus* takto v abacistickém způsobu zápisu čísel představuje jeden symbol čísla, který je umístěn do sloupce, který je umístěn vlevo od toho, v němž je (mohl by být) umístěn *digitus*. Jinými slovy jde o řád desítek – *articulus* je proto např. číslice 2 v čísle 20.¹⁶ I k tomuto pojmu se Gerbert vrací v *Listu 5*.

¹⁴ Viz např. [Bri], c. 688; [AbC], s. 114–115; [ROA], c. 807 a mnoho dalších.

¹⁵ Srov. např. [Bri], c. 688; [AbC], s. 115; [ROA], c. 807 atd.

¹⁶ V češtině viz např. [Ju], s. 330–331.