

Filosofická pojetí pravděpodobnosti v pracích českých myslitelů

5.2 Pravděpodobnost v díle Karla Vorovky

In: Magdalena Hykšová (author): Filosofická pojetí pravděpodobnosti v pracích českých myslitelů. (Czech). Praha: Matfyzpress, vydavatelství Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze, 2011. pp. 165–174.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402276>

Terms of use:

© Hykšová, Magdalena

© Matfyzpress

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

5.2 PRAVDĚPODOBNOST V DÍLE

KARLA VOROVKY



5.2.1 Úvod

Vorovkově filosofii se velmi podrobně věnuje Helena Pavlincová v citované knize *Karel Vorovka. Cesta matematika k filosofii* [273]. Po stručném úvodu se proto v dalším zaměříme jen na práce týkající se samotné pravděpodobnosti, z nichž také bude patrný vztah Karla Vorovky k dalším osobnostem, jejichž dílo je studováno v jiných kapitolách této monografie.

Předně poznamenejme, že se Vorovka hlásil k odkazu Bernarda Bolzana, jehož si velice vážil jako matematika, logika i filosofa, přestože se stavěl kriticky k jeho logicismu. Citoval jej ve svých pracích a věnoval mu například článek *Naše povinnosti k Bolzanovi* [V13] z roku 1924 a semestrální přednášku *Od Leibnize k Bolzanovi*, konanou na pražské univerzitě ve školním roce 1922/23. Od jejího založení v roce 1924 byl také členem *Bolzanovské komise* (viz str. 86). Otomar Pankraz, jeden z jeho žáků, v článku *Jak si Vorovka představoval studium a bádání ve filosofii věd exaktních* [P27] vzpomínal, že Vorovka svým studentům důtklivě doporučoval četbu B. Bolzana a dalších filosofů. Pankraz také poznamenal, že *od dob Bolzanových nebylo v Čechách matematika, který by se s tak dobrým zdarem zabýval filosofii věd exaktních jako Vorovka* ([P27], str. 205).

Jak Vorovka v řadě spisů sám zdůrazňuje, jeho názory byly do velké míry ovlivněny pracemi Henriho Poincaré (1854–1912).¹² Poprvé na tohoto matematika a filosofa odkazuje v pojednání *Konvencionalism* [V3] z roku 1909, kde vykládá podstatu jeho konvencionalismu, podle něhož jsou základem matematiky *konvence*, tedy libovolné dohody, řídící se pouze úvahami o vhodnosti, účelnosti, pohodlnosti apod. Například o geometrických axiomech se Poincaré snaží dokázat, že jsou to konvence, přičemž *volba mezi všemi možnými konvencemi vedena jest zkušeností, avšak zůstává svobodnou a není omezena, než nutností vystříhati se veškeré kontradikce* ([V3], str. 217). Na otázku, proč volíme právě eukleidovskou geometrii mezi ostatními možnými, odpovídá, že je to dílo neuvědomělého oportunismu a že jí dáváme přednost proto, že je ke sledování dějů nejpohodlnější.

¹²H. Poincaré studoval na École Polytechnique a později na École des Mines, kde v roce 1879 získal doktorát z matematiky. Následující dva roky působil na univerzitě v Caen, potom získal profesuru na Faculty of Science v Paříži. V roce 1886 byl jmenován profesorem matematické fyziky a pravděpodobnosti na Sorbonně, současně působil i na École Polytechnique.

Náhoda, pravděpodobnost, kauzalita

Významný vliv na Vorovkovo dílo měly zejména Poincaréovy úvahy o pojmu náhody. Ty přispěly k Vorovkově zájmu o teorii pravděpodobnosti (viz pojednání [V4], věnované úloze o ruinování hráčů) a prostupují téměř celým jeho filosoficko-matematickým i filosofickým dílem. Nejvíce je to pak patrné v článcích *Filosofický dosah počtu pravděpodobnosti* [V5] a *O pravděpodobnosti příčin* [V7] z let 1913 a 1914, které budou podrobněji rozebrány v následující části; zde uvidíme, že Vorovka kritizoval snahy založit teorii logické indukce na teorii pravděpodobnosti, vyzýval k opatrnosti při jejím používání v reálných situacích, snažil se čtenáře přesvědčit, že teorie pravděpodobnosti nemůže vyřešit problém kauzality, a zdůrazňoval, že představa příčiny a účinku by měla být nahrazena pojmem korelace. Připomeňme, že kauzalitě Vorovka také věnoval přednášku na univerzitě v zimním semestru roku 1918/19 – podrobně se zde věnoval názorům na kauzalitu, zastávaným filosofy v průběhu celé historie od starověku až po současnost; dotkl se zde řady témat, jimiž se zabýval ve svých tištěných pracích, včetně otázek souvisejících s pravděpodobností a Bayesovým vzorcem, diskutovaných v článcích [V5] a [V7].

V roce 1925 Vorovka publikoval krátký článek *Poznámka o kausálním myšlení* [V15], v němž naopak vystoupil proti snahám vyřadit pojem příčinnosti z vědeckého bádání. Stať uzavírá slovy: *Myšlení funkcionální a kondicionální bude vždy ke svému doplnění a ke svému provedení potřebovat také myšlení kausálního* ([V15], str. 115). Podobné myšlenky zformuloval také v přednášce na mezinárodním filosofickém kongresu ve Spojených státech amerických v roce 1926, později otištěné v Ruchu filosofickém a ve sjezdovém sborníku – viz [V18].

Logika a intuice

Druhým velkým tématem Vorovkových prací, rovněž výrazně ovlivněným myšlenkami Henriho Poincaré, byla otázka, jakou úlohu mají v matematice prvky logické a jakou prvky intuitivní. Vedle tištěných publikací se Vorovka tímto tématem zabýval v několika přednáškách konaných v JČMF: *H. Poincaré jako filosof* (25. 1. 1913), *O logických kalkulech* (11. 12. 1915), *O vztazích mezi Leibnizovou filosofií a matematikou* (12. 11. 1916) a *O logických teoriích matematiky* (27. 11. 1925). Intuicí nebo *názorem* Vorovka stejně jako Poincaré rozuměl jakési abstraktní poznání. V článku *Jak soudil H. Poincaré o vztazích matematiky k logice* [V8]¹³ z roku 1914 k tomu napsal:

Tuto více méně neurčitou představu intuice objasňuje Poincaré psychologicky zajímavými doklady z prací slavných matematiků a s oblibou také vrací se vícekrát ke přirovnání s hrou v šachy. Při této hře nestačilo by ku porozumění pouze kontrolovatí správnost tahů, zdali se dějí dle pravidel předepsaných; abychom strategii hráče pochopili, abychom chápali účelnost jeho tahů, musíme z dálky vidět cíl, k němuž hra míří.

Zcela podobně při důkazu matematickém nestačí pouze dle pravidel logiky konstatovatí správnost konklusí, nýbrž nutno pochopiti, proč definice, konkluse,

¹³Pojednání je upravenou verzí zmíněné přednášky *H. Poincaré co filosof*, pronesené v JČMF k uctění památky Henriho Poincaré.

theorémy právě tím určitým a ne jiným způsobem v celek jsou seřaděny. Tato organická jednota dá se postihnouti jen jediným bystrým postřehem, a je-li tato schopnost potřebna při studiu již hotového důkazu, jest tím nutnější při objevování pravd nových. Jako pouhá empirie, tak i pouhá logika byla by jen tápáním ve tmě, kdyby nepřistupovala k ní ta nejduševnější, nejumitřnější, veškeré vázanosti smyslů často odporující a celým mrtvým mechanismem logiky pohybující síla ducha, která je snad pravým nejulastnějším intelektem, totiž intuice. ([V8], str. 156)

Z podobných myšlenek vycházel rovněž Vorovkův habilitační spis *Úvahy o názoru v matematice* [V10], vydaný v roce 1917. Vorovka zde nejprve rozebírá pojmy *logicismus*, podle něhož je matematika součástí logiky, všechny matematické pojmy lze explicitně definovat z logiky a všechny matematické věty lze odvodit z logických axiomů a definic čistě logickou dedukcí, a *psychologismus*, který vymezuje široce jako opak logicismu. Logicismus uznává pojem *pravda o sobě*, který byl také jedním ze základních pojmů Bolzanovy teorie (viz část 2.2.3, str. 98), a přiznává mu existenci mimo čas, prostor i lidské vědění – matematik netvoří, ale jen objevuje existující pravdy. Oproti tomu psychologismus odmítá představu jakéhokoli dvojího jsoucna a uznává pouze *pravdu myšlenou*, která existuje, jen je-li částí lidské kultury. Vorovka podrobně vysvětluje nedostatky logicismu a poukazuje například na to, že při aplikaci matematiky v reálném světě si musí logicismus pomáhat nějakou umělou konstrukcí; potom se obrací k systematickému výkladu psychologismu. Tuto část dobře vystihují její závěrečná slova:

Dospíváme tedy takto k přesvědčení, že definice čistě formální a symbolické nemohou být ideálem myšlení exaktního. Myšlení neobejde se bez definic reálných. Nejen vědy přírodní, ale také geometrie a aritmetika musí ve svých definicích vycházeti induktivně od pozorování; názor při tom obrací se ovšem nejen ke zkušenosti a předmětům vnějším, nýbrž také a hlavně k předmětům vnitřní zkušenosti. ([V10], str. 82)

Poslední část spisu pak ukazuje možnost důsledného psychologismu. Dodejme, že později se Vorovka obrátil od psychologismu *do sousedství logicismu*, ovšem stále věřil v racionální intuici; zároveň však také věřil ve skutečnost nezávislou na lidském vědomí, například v existenci pravd ukrytých v soustavě matematiky, které ještě nebyly objeveny, ale implicitně existují a na objevení čekají.

Filosofické práce

V širších kruzích je Vorovka znám především jako filosof; sám sebe na sklonku života charakterizoval slovy: *Vorovka je idealista, eklektik, který přejímá mnoho z pragmatismu. Od psychologismu přešel blížeji k logicismu, s nímž však se přece jen neztotožňuje, jelikož věří na racionální intuici. Filosofii nepovažuje za vědu. Filosofie potřebuje vůle a jest projevem osobnosti. Je to pokus o poznání s jistotou pouze subjektivní. Pokus, k němuž jsme imperativně nuceni. Takový pokus nazývá Vorovka slovem „gnóse“.* ([275], str. 23)

I v ryze filosofických pracích je patrný vliv Vorovkova vzdělání v matematice a fyzice. Dokládají jej nejen různé příklady a přirovnání (například pravdu a skutečnost přirovnává k opačným magnetickým pólům), ale také způsob myšlení. Dvě části filosofického spisu *Skepsa a gnóse* [V11] z roku 1921 se například

dotýkají teorie pravděpodobnosti; jedna z nich nese název *Soudy problematické a počet pravděpodobnosti* a Vorovka zde píše:

Soudy problematické jsou takové, které doprovázeny jsou pochybnostmi. V projevu soudu jeví se to příslovcem „snad“ aneb jinými způsoby. Při tom pociťujeme nejistotu nebo důvěru v různých stupních, jež se nedají číselně vyjádřiti; neboť ani intensity nejjednodušších počítků nejsou měřitelné, natož pak intensity nejsložitějších stavů duševních. [...] Od této nesnáze není možno pomoci tím, že bychom stav důvěry při nějakém soudu měřili pravděpodobností onoho soudu; neboť se pravděpodobnost dá číselně vyjádřiti, jen když jsou splněny rozmanité zvláštní podmínky, jako na př. v náhodných hrách. Ale i když se v takových relativně vzácných případech dá číselně vyjádřiti pravděpodobnost nějakého soudu, není tím vystižen subjektivní stupeň důvěry, který jest svou podstatou neměřitelný. ([V11], str. 13–14).

Vorovka rovněž podotýká, že není možné všechny soudy a obsahy našeho vědomí lineárně uspořádat, protože by to vedlo *k otázám tak marným, jako kdybychom se ptali, kde je více krásy, zdali v malířství či v hudbě* ([V11], str. 14). Připomeňme, že s názorem, že míru přesvědčení často nelze vyjádřit numericky, a dokonce ani lineárně uspořádat, jsme se setkali v Keynesově spise [193], který vyšel rovněž v roce 1921 (viz část 1.3.2, str. 65).

V následující kapitole, nazvané *Jak jednatí v nejistotách*, se Vorovka dotýká i teorie užítku, i když slovo *užitek* se zde neobjevuje. Poznává, že rozhodování, zda se zúčastnit nějaké náhodné hry, závisí kromě pravděpodobností také na hodnocení zisku a ztrát. Pro případ, že by se jednalo jen o hodnoty materiální, připomíná myšlenku Karla Mengera: *První pytel žita má pro hospodářského člověka cenu nesmírnou k výživě; druhý menší k setbě, třetí ještě menší k přilepšení, čtvrtý na přepych, pátý – aby krmil papoušky* ([V11], str. 19). Vorovka zmiňuje teorii užítku Daniela Bernoulliho a Pierra Simona de Laplace. Život přirovnává k náhodné hře, v níž se často rozhodujeme nikoli na základě jistoty, ale podle pravděpodobnosti. Říká:

Kdo by chtěl žítí jen samými dokonalými jistotami, nedočkal by se ze strachu večera. [...] A přece pracujeme a chystáme budoucnost, která jest vzdálena od přítomného okamžiku na léta. Bylo by směšné o takových věcech psáti, když našim českým srdcím dosud nebyla tak blízka ustrašenost a bázlivost před sázkou svobodné a samostatné myšlenky. ([V11], str. 25)

Ve spise [V11] se Vorovka rovněž vracel k problému univerzálií, jímž se podle svých slov zabýval již od mládí, a snažil se vystihnout správnou pozici mezi realismem, podle něhož existují všeobecné, ideální entity (například věty o sobě), jež jsou odděleny od reálných, existujících věcí, a nominalismem, podle něhož jsou univerzálie pouhá jména (latinsky *nomen*), která nic neznamenají, pouze označují. V části nazvané *Nominalism a realism* Vorovka píše:

Člověk má přirozený sklon ke krajnostem; neboť jejich křiklavé profily používají pozornost a zkracující váhání, zmenšují myšlenkovou námahu. Ani krajní nominalism, ani krajní realism nejsou správné. Krajní nominalisté jsou také Tibefané, kteří dávají otáčeti modlitebními mlýnky, aneb onen černoch z Twainovy humoresky, který nechápe, proč Francouz říká „main“, když přece myslí

„hand“. *Krajní realisté představují si pomyslný svět jako skladiště divadelních kulís a půjčovnu masek, kde i každý nenarozený člověk má připravenou svoji specifickou a individuální ideu, která vzhledem k němu jest principem individuace. [...] Bylo by lacinou moudrostí říci, že správná cesta je uprostřed. Co to jest, správná cesta? To zajisté ví snaživec, který kývaje na obě strany dovede proplovat mezi každým „ano“ a „ne“. Filosof toho neví, neboť snad nejlépe poslouží lidskému myšlení právě ten, kdo krajnost až do dna vyčerpá a vyzkoušel. Buďme tedy opatrní, abychom slučující racionalism s empirismem, logicism s psychologismem, obecné s jedinečným, nevytvořili neplodného bastarda mluvícího dvěma jazyky, kentaura, z polovic koně a z polovic muže. Nejde vůbec o sloučení účelu složitě sešroubovaným, nýbrž jde o jejich metafyzické vystupňování a využitkování bez jakékoli slevy.* ([V11], str. 100–101)

V roce 1924, u příležitosti 200. výročí narození Immanuela Kanta, Vorovka vydal spis *Kantova filosofie ve svých vztazích k vědám exaktním* [V14], v němž se snažil ukázat, že není možné odmítnout apriorní prvky našeho poznávání, které jsou nezávislé na smyslové zkušenosti. V tomto pojednání Vorovka charakterizoval svůj postoj k problému univerzálií slovy:

Není zvláštní říše věcí o sobě. Naše mysl tvoří se všemi realitami, s veškerou skutečností jedinou říši, v níž vedou spojitě cesty do všech jejích končin. Místo nepoznatelných věcí o sobě však třeba uznati existenci realit, do nichž naše poznávání jen nesmírně pomalu vniká. Kde však nás opouští názor prostorový a časový (rozměry atomické i hvězdné, billiony kmitů), tam dosáhne naše nenázorné čistě logicko-matematické myšlení, aby sledovalo reality nepřístupné názoru alespoň po jejich relační stránce. Pokud se týče věd přírodních, nesouhlasím tedy ani s idealismem Kantovým, ani s fenomenalismem Machovým, ani s hrubým realismem materialistickým nebo energetickým, nýbrž požaduji, aby v přírodovědecké theorii poznávání základem byl kritický realismus. Zároveň však s veškerým důrazem tvrdím, že reality, jež jsou předmětem fyziky a chemie, nevyčerpávají veškeré skutečnosti, nýbrž že jsou jen jejími částmi, a že věda nám o těchto částech podává jen jednostranné aspekty. ([V14], str. 139)

Dodejme, že Vorovka si nejvíce cenil svého rozsáhlého spisu [V20] o dějinách, současnosti a perspektivách americké filosofie, vydaného posmrtně v roce 1929. Zde Vorovka podává také hodnocení výsledků americké filosofie, vystupuje jako rozhodný zastánce demokratických hodnot a demokratické kultury a varuje před sovětskou ideologií:

Při studiu americké filosofie našel jsem potvrzeno mnohé, co jsem již dříve zahlédl a pro naše poměry snad dosud nedosti přístupně vyslovil. Jako před sedmi lety i dnes se hlásím zcela a bez výhrady k Západu. Trvám na tom, že kulturní úlohou filosofie jest hledati lidské myšlence nové stupně volnosti. Kde se lidské myšlení svobodně pohybuje, tam přes všechny překážky jest aspoň naděje, že i v ostatním ohledu bude svobody přibývat, že se uskuteční opravdový pokrok a že nepovstane tyranie. Pokud se osudu filosofie týče, není v současné kultuře většího kontrastu, než mezi vážností, již se těší filosofie v U. S. of A., a nenávisť, již je filosofie vystavena v SSSR. ([V20], str. 9–10)

5.2.2 Matematická teorie pravděpodobnosti

Henri Poincaré byl pro Karla Vorovku inspirací nejen v oblasti filosofie a filosofie matematiky, ale také v oblasti teorie pravděpodobnosti. Jeden Vorovkův článek z tohoto oboru je věnován čistě matematickému problému, další se pak týkáji filosofických otázek, jež jsou s teorií pravděpodobnosti spojené.

Poznámka k problému ruinování hráčů

V pojednání [V4], otištěném v roce 1912 v ČPMF, se Vorovka zabývá známým problémem označovaným jako *problém ruinování hráčů* nebo *trvání hry*, jehož speciální případ spolu s dalšími čtyřmi neřešenými úlohami zařadil Christian Huygens na konec svého spisu [160]. Vorovka úlohu formuluje takto: *Hrají-li spolu dva hráči A a B s pravděpodobnostmi výhry v jednotlivé hře p a q, a jsou-li známy jejich sázky a a b, jakož i kapitály x a y, pak zajímavé jsou hlavně dvě otázky: Předně možno počítati pravděpodobnost, že A bude ruinován při hře, která se může v neomezeném počtu opakovati, dokud jeden z obou hráčů nepřijde o všechnen majetek. Za druhé možno se ptáti, jaká je pravděpodobnost, že hráč A bude ruinován průběhem určitého konečného počtu her. Zabývati se budeme případem prvním.* ([V4], str. 562)

V článku pak popisuje historii řešení této úlohy. Připomíná, že Joseph Bertrand ve svém spise [36] z roku 1889 jako první dokázal, že v případě, že hra může trvat neomezeně dlouho, bude pravděpodobnost, že jeden z hráčů bude zruinován, rovna jedné. Andrej Andrejevič Markov v pojednání [231] podotkl, že Bertrandův postup není zcela přesný; inspirován jeho úvahami pak řešil lineární diferenční rovnici m -tého řádu:

$$u(x) = pu(x + b) + qu(x - a), \quad (5.1)$$

kde $u(x)$ značí pravděpodobnost, že první hráč bude zruinován, vlastní-li kapitál x , a $m = a + b$. Zřejmě platí: $u(x) = C_1\alpha_1^x + C_2\alpha_2^x + \dots + C_m\alpha_m^x$, kde $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ jsou kořeny rovnice $p\alpha^{a+b} - \alpha^a + q = 0$. Jeden z těchto kořenů je vždy roven jedné, protože má být $p+q = 1$. Je-li hra spravedlivá, tj. $a : b = p : q$, je tento kořen dvojnásobný a řešení rovnice (5.1) lze vyjádřit ve tvaru:

$$u(x) = C_1 + C_2x + C_3\alpha_3^x + \dots + C_m\alpha_m^x; \quad (5.2)$$

jinak platí: $u(x) = C_1 + C_2\alpha_2^x + C_3\alpha_3^x + \dots + C_m\alpha_m^x. \quad (5.3)$

Výpočet α_i je obtížný, proto Markov našel přibližnou hodnotu $u(x)$. Ke stanovení konstant přitom použil podmínky $u(0) = 1, u(1) = 1, \dots, u(a-1) = 1, u(s) = 0, u(s-1) = 0, \dots, u(s-b+1) = 0$, kde $s = x + y$, které vyjadřují, že hráč je považován za zruinovaného, jakmile nemá dostatek prostředků na další sázku. Vorovka na Markovův článek navázal přesným důkazem skutečnosti, že při neomezeném počtu opakování bude jeden z hráčů s jistotou zruinován; nikdy se tedy nestane, že by hra probíhala nekonečně dlouho. Uvažoval pravděpodobnost $v(x)$ zruinování druhého hráče a dále funkci $f(x) = u(x) + v(x)$, která stejně jako $v(x)$ vyhovuje rovnici tvaru (5.1), pouze s jinými počátečními podmínkami. Pro $f(x)$ vychází $f(0) = 1, \dots, f(s-b+1) = 1$; z příslušné soustavy lineárních rovnic pak plyne, že funkce $f(x)$ je identicky rovna jedné.

5.2.3 Kritika filosofických interpretací pravděpodobnosti

Jak již bylo zmíněno v úvodní části, z hlediska našeho tématu jsou nejzajímavější články [V5] a [V7], v nichž Vorovka kritizoval snahy o založení teorie logické indukce na teorii pravděpodobnosti, stejně jako neopatrné používání teorie pravděpodobnosti v reálných situacích. Rovněž mírnil naději, že by pravděpodobnost mohla vyřešit problém kauzality; přitom zdůrazňoval, že pojem příčiny a následku by měl být spíše nahrazen pojmem korelace.

Filosofický dosah počtu pravděpodobnosti

V pojednání *Filosofický dosah počtu pravděpodobnosti* [V5] z roku 1913 Vorovka kritizoval snahy o využití teorie pravděpodobnosti ve filosofii. Soustředil se především na problémy induktivní logiky, oponoval však i zastáncům subjektivní interpretace včetně Václava Šimerky. V úvodu poznamenal:

Po stránce ryziho kalkulu nelze jim ovšem ničeho vytýkati. Chyby, jakých se dopustili, nemají pro ně nic zahanbujícího; neboť byly to chyby, jaké průměrným duchům nehrozí. Jen kromobyčejný intelekt, pro matematickou eksaktnost zaujatý, mohl se na oně bludné cestě ocitnout, na níž nalézáme i našeho geniálního Šimerku. [...] Podobně, jdeme-li po stopách Laplaceových, sledující jeho krásnou myšlenku, jak bylo by možno teorii logické indukce založiti na počtu pravděpodobnosti, cítíme skoro lítost, že to přece jen není možno. Vždyť analogie zde takřka bije do očí. Jako indukci soudíme z minulé zkušenosti do budoucna, tak v počtu pravděpodobnosti můžeme a posteriori, t. j. na př. na základě předchozích tahů, stanoviti pravděpodobné složení urny, jakož i pravděpodobnosti tahů budoucích. Této obdoby popírati nelze a jest tak silná, že svedla Poissona k beznadějnému pokusu vyvracetí Humeovu skepsi matematickými výpočty. ([V5], str. 18)

Na rozdíl od Masaryka se Vorovka domnívá, že Humeovy námitky jsou oprávněné. Tvrdí, že teorii pravděpodobnosti nelze aplikovat na filosofické problémy, a proto by se měla stát na filosofii zcela nezávislou. Počet pravděpodobnosti a Humeova skepse podle něj náležejí dvěma zcela různým oblastem a není možno je uvést do racionálního vztahu:

Hodí se zde dobře následující přirovnání. Kdo by chtěl aplikovati počet pravděpodobnosti na Humeovu skepsi, krájel by atom nožem. Kdo by zaváděl Humeovu skepsi do počtu pravděpodobnosti, brousil by atomy v noži. ([V5], str. 25)

[...] počet pravděpodobnosti nemůže filosofům vykonati žádných služeb, když mu předkládají problém kauzality. [...] Ty doby však minuly, kdy filosofové ukládali eksaktním vědám úlohy. Moderní doba má spíše ráz opačný. Ne filosofové matematikům, ale často matematické filosofům předkládají problémy. Ba ještě více: vědy eksaktní dospěly k naprosté autonomii a řeší si hraničné záhady svými vlastními metodami nezávisle na filosofických systémech. Tak na př. ve fyzice jest představa příčiny a účinku zatlačována mnohem přesnějším pojmem funkce a podobně v biometrické statistice pojmem korelace. Než mohlo by se zdáti, že právě počet pravděpodobnosti nedosáhl pravé nezávislosti na filosofických systémech [...]. ([V5], str. 30)

Vorovka v článku [V5] připomíná Bayesův vzorec (1.28) (viz str. 49) a podotýká, že správnější by bylo hovořit spíše o *pravděpodobnostech hypotéz* než o tehdy obvyklých *pravděpodobnostech příčin*. Zmínuje také spojitou variantu (1.30) a vzorec (3.2) (viz str. 133) pro pravděpodobnost, s níž lze na základě n vykonaných pokusů očekávat zdar v pokusu následujícím. Potom objasňuje základní problém logické interpretace, jímž je určení apriorních pravděpodobností. Poznamenává, že například Laplaceovo řešení příkladu s východem Slunce nepřihlíží k ostatním vědomostem o Zemi a o sluneční soustavě, a že obecně výpočet využívající Bayesův vzorec je založen na mylné domněnce, že každou pravděpodobnost lze numericky vyjádřit.

Kromě Laplaceových výpočtů Vorovka kritizoval rovněž úvahy Poissonovy, jichž se dovolával i T. G. Masaryk ve spise *Počet pravděpodobnosti a Humeova skepse* [M3] (viz část 3.2.2, str. 134). Poisson proti Humeovi namítal, že představa o kauzálním spojení jevů nepramení ze zvyku, ale z rozumové úvahy, a že často stačí jen velmi malý počet pokusů, jako například při objevu magnetických účinků elektrického proudu. Rychlý nárůst jistoty plynoucí z pozorování pak doložil Bayesovým vzorcem: Představme si, že určitý jev B byl pozorován celkem m -krát, pokaždé bezprostředně po jevu A . Chceme rozhodnout mezi dvěma hypotézami, totiž že jev A je příčinou jevu B (hypotéza H_1), anebo že jev B byl způsoben určitými vedlejšími okolnostmi, které k němu vedou jen náhodou (hypotéza H_2). První případ Poisson přirovnává k osudí obsahujícímu výhradně bílé koule, takže při vytažení libovolného počtu koulí budou s jistotou všechny bílé. Druhý případ pak přirovnává k osudí obsahujícímu koule bílé a černé v daném poměru, například 1 : 9. Provedeme-li například osm tahů s vracením a pokaždé se objeví bílá koule (evidence E), pak podle Poissona můžeme odhadnout pravděpodobnosti výše zmíněných hypotéz pomocí Bayesova vzorce (1.28). I když se hypotéze o kauzální souvislosti záměrně přiřadí malá pravděpodobnost, například $P(H_1) = 1/100\,000$, vyjde

$$P(H_1|E) = \frac{1 \cdot 0,000\,01}{1 \cdot 0,000\,01 + 0,1^8 \cdot 0,999\,99} = 0,999\,001.$$

Ještě větší je pak pravděpodobnost, že bude bílá koule vytažena i v příštím pokusu: podle vztahu (1.29) vyjde 0,999 101, zatímco vzorec (3.2), při jehož odvození Laplace přiřadil všem možným složením urny stejnou pravděpodobnost, by pro $n = 8$ dal pouze 0,9.

Vorovka namítá, že se Poisson z filosofického hlediska pohybuje v bludném kruhu, protože již do předpokladů zavádí jako první hypotézu představu kauzální souvislosti, zatímco *vlastní úlohou bylo by ku vyvrácení skepse Humeovy pojem nutné souvislosti obou úkazů logickou cestou vytvořiti a nikoliv pouze jeho užitečnost a pravděpodobnost verifikovati*. Na stejném místě poznamenává:

Pravá záhada jest v obecné platnosti principu kausalit. Humeovi jednalo se o to – v moderní filosofické terminologii – aby z obecného pojmu kausalit, který dogmatické filosofii vykonával všechny možné i nemožné služby, učinil noetickou záhadu, a to se mu podařilo tak dobře, že dnes po více než 150 letech musíme Humeovy námítky tak připustiti, jak on je tehdy napsal. ([V5], str. 23)

O pravděpodobnosti příčin

Podobné úvahy lze nalézt i v článku *O pravděpodobnosti příčin* [V7], publikovaném v roce 1914 v Časopise pro pěstování matematiky a fyziky. Tato práce byla určena zejména středoškolským studentům, obsahuje proto méně filosofie a více matematiky a ilustračních příkladů. I zde se Vorovka zabývá možnostmi využití Bayesova vzorce k prokázání kauzální souvislosti jevů a ukazuje, že tyto možnosti jsou značně omezené. Potíže s určením apriorních pravděpodobností ukazuje na následujícím příkladu: Petr hraje v kostky s neznámým hráčem; největší výhra připadá tomu, kdo prvním vrhem dvěma kostkami hodí dvě šestky. Protihráči se to podařilo hned napoprvé (evidence E). Jaká je pravděpodobnost, že je to falešný hráč? Kdybychom v duchu Laplaceova přístupu položili $P(H_1) = P(H_2) = 1/2$, kde H_1 (H_2) je hypotéza, že hráč je (není) falešný, pak by podle vztahu (1.28) platilo: $P(H_1|E) = 0,97$, což odporuje zdravému rozumu. Bez dalších informací proto úloha není řešitelná. V článku nechybí ani vzorec (1.29) pro pravděpodobnost budoucího jevu a speciální případ jeho verze pro spojitou náhodnou veličinu, vedoucí ke vztahu (3.2). Vorovka se rovněž vrací k příkladu se západem slunce a podotýká:

Bylo by však nesprávně, kdybychom se domnívali, že výpočet takový může ocenit jistotu, s jakou se spoléháme, že žádná katastrofa nezastaví dnešní noci otáčení zeměkoule a nepromění celý vesmír v chaos. Naše jistota nevyplývá jen ze stálého sledu dvou úkazů – noci a dne – nýbrž z veškerého našeho vědění o dějství přírodním. To však se číselně vyjádřiti nedá. ([V7], str. 92)

Závěr pojednání [V7] však celou kritiku přece jen poněkud mírní:

Z uvedeného mohlo by se zdáti, že počet pravděpodobností vede mnohem častěji k illusím než k opravdovému vědění. Je skutečně pravda, že právě theoremu o pravděpodobnosti příčin musí býti jen s velikou obezřelostí užíváno. Jak jsme již poznali, hlavní nesnáž spočívá v posouzení pravděpodobností, které a priori jednotlivým hypothesám chceme přikládati. Příklady [...] bývají už tak vymyšleny, abychom se mohli snadno a priori rozhodnouti. Skutečné problémy však zřídka kdy této podmínce vyhovují. Avšak proto přece nesmíme Bayesův theorem podceňovati. Jest přece jen pro počet pravděpodobností nepostradatelným, a to jednak pro aplikace na takové zjevy, které jsou ovládnány zákonem velkých čísel, jednak pro vnitřní logickou souvislost celého počtu.

Počet pravděpodobností může totiž jen tenkrát vykonati nějakou skutečnou službu, když výpočty přivádějí nás k pravděpodobnostem nejen snad velmi značným, nýbrž takovým, že mohou se libovolně přiblížiti k jednotce, rosteli dostatečně počet vykonaných zkoušek. O tom právě jedná zákon velkých čísel, kterému podřizuje se veliká řada zjevů společenských a vůbec hromadných. Ve spojení s ním činí Bayesův theorem dobré služby, protože pak vliv oněch pravděpodobností a priori nepadá tak na váhu, stačí úplně, dovedeme-li je alespoň přibližně posouditi. Pro logickou souvislost vykonává Bayesův theorem především tu důležitou službu, že připouští obrácení zákona velkých čísel. Zjistíme-li totiž, že nějaký úkaz při velkém počtu pozorování řídí se dle zákona velkých čísel, můžeme z toho zpět posouditi, jaká pravděpodobnost příslušela úkazu jednotlivému a zdali lze tuto pravděpodobnost za stálou považovati. Podobně víme-li, že

chyby při měření nějaké veličiny řídí se určitým zákonem, můžeme z vykonaných pozorování souditi zpět na příčinu, t. j. na pravou hodnotu veličiny měřen. Tím dospíváme pak k t. zv. metodě nejmenších čtverců. ([V7], str. 92–93)

V pojednání [V5] navíc Vorovka uvádí, že v některých případech lze apriorní pravděpodobnosti určit pomocí Poincaréovy metody libovolných funkcí.

Přednášky na univerzitě a v Jednotě českých matematiků a fyziků

V úvodu této části již bylo zmíněno, že myšlenky obsažené v pojednáních [V5] a [V7], včetně příkladů na Bayesův vzorec, Vorovka zařadil do přednášky *Princip kauzality*, kterou konal na pražské univerzitě v zimním semestru roku 1919/1920. V souvislosti s Humem zde mimo jiné zdůraznil, že jeho skepse míří proti užití principu kauzality v metafyzice, nikoli v přírodních vědách, a podotkl, že je tak mírnou, že by vědecké zkoumání nikterak nemohla ohrožovati.¹⁴

Zmínit bychom zde měli také Vorovkovu přednášku *Počet pravděpodobnosti v novější filosofii*, přednesenou v JČMF dne 15. května 1920. V jejím abstraktu se můžeme dočíst: *V posledním desetiletí vzniklo mnoho filosofických spisů týkajících se počtu pravděpodobnosti a základních pojmů, jež v něm vystupují. Z německých filosofů zvláštní pozornosti zasluhují A. Meinong (Möglichkeit u. Wahrscheinlichkeit, 760 st. 1916) a K. Marbe (Die Gleichförmigkeit in der Welt, 422 st. 1916). Přihlédneme-li však k nim blíže, seznáme u prvního jen složitou terminologii, zakrývající velmi chudý obsah myšlenkový, kterým nic nového ani filosofii ani matematice nebylo nabídnuto; u druhého pak setkáváme se s řadou skrytých omylů ve výpočtech i úsudcích, jež nejlépe odkryli Bortkiewicz a Mises. Filosofická analýsa počtu pravděpodobnosti rozhodně nebude patřiti ke šťastným kapitolám německé filosofie, a nepoměrně více i po stránce filosofické v té věci vykonali francouzští matematikové H. Poincaré a E. Borel.*¹⁵

Závěr

Viděli jsme, že Vorovka patřil ke kritikům logické interpretace pravděpodobnosti; zastával názor, že teorii pravděpodobnosti nelze aplikovat na filosofické problémy, a proto by se měla stát na filosofii zcela nezávislou. Dodejme, že k tomu zanedlouho skutečně došlo: ve 30. letech 20. století byla teorie pravděpodobnosti postavena na axiomatický základ a matematiky přijata jako „skutečná“ matematická disciplína; ve stejné době navíc logická interpretace čelila ostré kritice, kterou vyjádřili F. P. Ramsey a B. de Finetti a která vedla k tomu, že v druhé polovině 20. století byla postupně opouštěna. Jádro kritiky lze přitom nalézt téměř o dvacet let dříve právě ve Vorovkových pojednáních. Nicméně na otázku, do jaké míry z dané evidence plyne určitá hypotéza, neboli jaká je podmíněná pravděpodobnost, že určitá hypotéza je pravdivá, narážíme během svého života neustále. I když není vždy možné tuto pravděpodobnost určit přesně, její rozumný odhad je často životně důležitý. Je proto povzbudivé, že se v poslední době objevují vážné snahy logickou interpretaci oživit – viz pojednání [112] a [320] J. Franklina a I. Saxla.

¹⁴Výtah z přednášky pořizený L. Janotou je otištěn v článku [167]; citováno ze str. 110.

¹⁵Výroční zpráva *Jednoty českých matematiků a fyziků za správní rok 1919–1920*, JČMF, Praha, 1921, str. 9.