

Prvních deset Abelových cen za matematiku

Michal Křížek; Lawrence Somer

První Abelovu cenu získal Jean-Pierre Serre v roce 2003

In: Michal Křížek (author); Lawrence Somer (author); Martin Markl (author); Oldřich Kowalski (author); Pavel Pudlák (author); Ivo Vrkoč (author); Hana Bílková (other): Prvních deset Abelových cen za matematiku. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2013. pp. 5–8.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402224>

Terms of use:

- © M. Křížek
- © L. Somer
- © M. Markl
- © O. Kowalski
- © P. Pudlák
- © I. Vrkoč

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

1. První Abelovu cenu získal Jean-Pierre Serre v roce 2003

Michal Křížek, Lawrence Somer

1.1. Úvod

V červnu r. 2003 převzal Abelovu cenu za matematiku z rukou norského krále Harald V. francouzský matematik Jean-Pierre Serre. Tento první laureát Abelovy ceny byl oceněn již v roce 1954 Fieldsovu medailí (viz [1]) za práce týkající se homotopických grup sféry a teorie svazků. Tehdy mu bylo pouhých 28 let; tato medaile doposud nebyla udělena nikomu mladšímu. Serre získal Abelovu cenu za celoživotní klíčovou roli při formování mnoha částí moderní matematiky zahrnujících topologii, algebraickou geometrii a teorii čísel.

1.2. Stručný životopis

Jean-Pierre Serre se narodil v roce 1926 v Bages na jihu Francie. Oba jeho rodiče byli farmaceuti. Matka měla velice ráda matematiku. Mladý Jean-Pierre rád četl různé matematické knížky, které mu matka pečlivě vybírala. Na gymnáziu v Nîmes jej starší děti šikanovaly. Aby si je usmířil, dělal jim domácí úkoly z matematiky (viz [4]).



JEAN-PIERRE SERRE

V posledním ročníku středoškolských studií 1943/44 vyhrál celostátní matematickou soutěž „Concours Général“.

V letech 1945–1948 studoval na École Normale Supérieure v Paříži. V dizertační práci se zabýval homotopickými grupami (tehdy ještě nikdo nevěděl, že jsou konečně generované). Již v roce 1951 získal vědeckou hodnost D.Sc. na pařížské Sorbonně. Pak pracoval v Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), což je obdoba naší Akademie věd. Od roku 1956 je profesorem algebry na Collège de France v Paříži (v současnosti emeritním). Prof. Serre měl zvanou přednášku na Mezinárodním matematickém kongresu ve Stockholmu v roce 1962. Všeobecně je pokládán za skvělého přednášejícího, jak ostatně bylo patrné i z jeho abelovské přednášky (viz [6]).

V rozhovoru pro časopis *Mathematical Intelligencer* 8 (1986) mj. uvedl (srov. též [4, s. 243]):

I often work at night (in half-sleep), where the fact that you don't have to write anything down gives to the mind a much greater concentration, and makes changing topics easier.

Jean-Pierre Serre byl zvolen do národních akademií Francie, Nizozemí, Ruska, Švédsko, USA a London Royal Society. Čestný doktorát (Doctor Honoris Causa) získal na univerzitách v Oxfordu, Harvardu, Oslu, Aténách, Stockholmu a dalších. Je držitelem mnoha medailí, např. Medaile Émila Picarda (1971), Zlaté medaile CNRS (1987). V r. 1995 získal Steelovu cenu Americké matematické společnosti a v r. 2000 prestižní Wolfovu cenu za matematiku [3].

J.-P. Serre je jedním z největších matematiků naší doby. Více než půl století publikoval zásadní články přispívající ke všeobecnému pokroku matematiky. Databáze *Mathematical Reviews* registruje přes 250 jeho prací a zhruba stejný počet jich obsahuje i databáze *Zentralblatt für Mathematik*. V roce 1968 publikoval v *Annals of Mathematics* průlomový článek [10] z algebraické geometrie s Johnem Tatem, který získal Abelovu cenu v roce 2010 (viz kap. 8). Prof. Serre je autorem více než patnácti monografií.

1.3. Hlavní vědecké výsledky

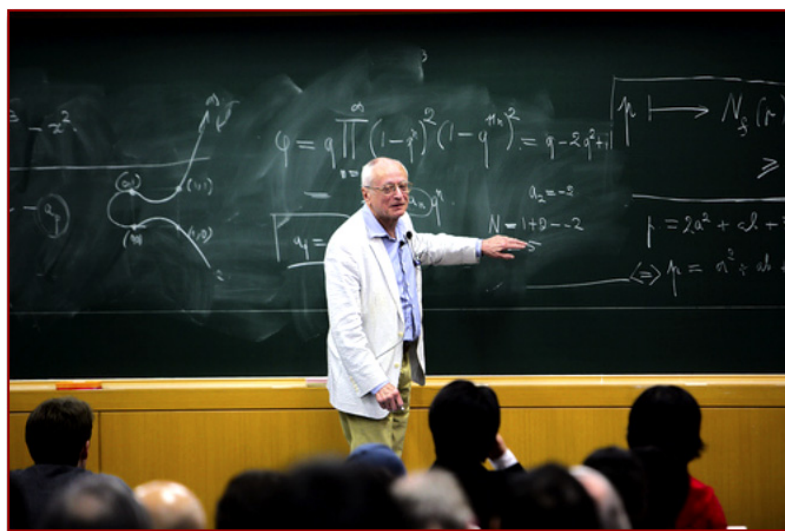
Serre vyvinul nové algebraické metody pro studium topologických objektů. Zejména se zabýval zobrazeními mezi sférami ve vyšších dimenzích. Tato problematika mj. úzce souvisí se známou Poincarého hypotézou (viz [11], [12, s. 276]). Byl jedním z průkopníků algebraické geometrie. V mnoha ohledech tak rozšířil i Abelovy matematické ideje, zejména analytické metody pro studium algebraických rovnic ve dvou proměnných. Svými revolučními nápady sehrál klíčovou roli při formování mnoha odvětví moderní matematiky.

Jean-Pierre Serre např. částečně přispěl k důkazu Velké Fermatovy věty, kterou dokázal Andrew Wiles společně s Richardem Taylorem [13] v roce 1995 (viz též [5]). Velká Fermatova věta tvrdí, že pro celé $n \geq 3$ neexistuje řešení rovnice

$$a^n + b^n = c^n \tag{1.1}$$

v přirozených číslech.¹ Koncem šedesátých let Yves Hellegouarch ve své doktorské dizertační práci přišel s myšlenkou přiřadit případným řešením (a, b, c) rovnice (1.1)

¹Pierre Fermat však uměl dokázat neexistenci řešení rovnice (1.1) jen pro $n = 4, 8, 16, 32, \dots$



Obr. 1.1. Jean-Pierre Serre během své přednášky o eliptických křivkách

zcela jiný objekt a sice *eliptické křivky*. Pokud je ℓ liché prvočíslo a a, b, c jsou přirozená čísla taková, že

$$a^\ell + b^\ell = c^\ell,$$

pak odpovídající *Freyova křivka* je daná rovnicí

$$y^2 = x(x - a^\ell)(x + b^\ell).$$

Tato algebraická křivka se nazývá *eliptická křivka* (viz obr. 1.1) a uvažuje se jen nad racionálními čísly \mathbb{Q} . Více podrobností o eliptických křivkách uvádíme v kapitole 8.4.

V roce 1982 Gerhard Frey věnoval pozornost neobvyklým vlastnostem těchto křivek, které např. nemusí být modulární. Podle Taniyamaovy-Šimurovy domněnky (viz PMFA 42 (1997), 169–187) je ale každá eliptická křivka modulární (podrobnosti viz [5], [7], [12]). Proto se Frey domníval, že Taniyamaova-Šimurova domněnka implikuje Velkou Fermatovu větu. Jeho argumentace však nebyla úplná.

J.-P. Serre se usilovně zabýval modulárními formami a Galoisovými reprezentacemi na konečných tělesech [9]. V roce 1985 se pokusil dokázat, že Freyova křivka nemusí být modulární, ale předložil jen částečný důkaz tohoto tvrzení. Přesněji řečeno, ukázal, že tzv. semistabilní případ Taniyamaovy-Šimurovy domněnky by mohl implikovat Velkou Fermatovu větu. To, co Serrovi scházelo k úplnému důkazu, se dnes nazývá ε -domněnka.

V létě roku 1986 Ken Ribet dokázal ε -domněnku v celé obecnosti, a tak nyní víme, že Taniyamaova-Šimurova domněnka implikuje Velkou Fermatovu větu. To pak již umožnilo Wilesovi a Taylorovi dokázat Velkou Fermatovu větu v roce 1995.

Již od studentských let se J.-P. Serre intenzívně zabýval teorií grup. Jedna z jeho nejobtížnějších prací v tomto oboru pojednává o otevřených podgrupách profinitních grup. Nejvíce si však cení práce o tenzorovém součinu grupy reprezentací s charakteristikou p . Napsal ji až po šedesátce a věnoval Ěmilu Borelovi (viz [6]).

Jean-Pierre Serre také podstatným způsobem obohatil topologii právě pomocí teorie grup. Během studií se zabýval Lerayovou teorií fibrovaných prostorů.² Napadlo jej, že může použít spektrální posloupnosti ke studiu homotopických grup sfér \mathbb{S}^n a taktó dokázal, že většina těchto grup je konečná (viz [8]). Výjimkou je grupa $\pi_n(\mathbb{S}^n) \cong \mathbb{Z}$, $n \geq 1$, a také grupa $\pi_{4n-1}(\mathbb{S}^{2n})$, která je, modulo torze, také izomorfní s množinou celých čísel \mathbb{Z} .

V algebraické geometrii Serre přispěl k důkazu Weilových domněnek, které zformuloval André Weil v roce 1949. Tyto hypotézy se týkají generování funkcí získaných z počtu řešení systému polynomiálních rovnic nad konečnými tělesy. V padesátých a šedesátých letech Serre úzce spolupracoval s Alexandrem Grothendieckem. Během této spolupráce si Serre uvědomil možnost konstrukce obecnějších kohomologických teorií k vyřešení Weilových domněnek, než pomocí existujících kohomologií. To působilo jako zdroj inspirace pro Grothendiecka k vývoji jisté kohomologie, což se později ukázalo jako klíčové pro důkaz Weilových domněnek Pierrem Delignem v roce 1944.

I když se Serre zabýval především tzv. čistou matematikou, některé jeho výsledky mají důležité aplikace. Vyvinul např. efektivní samoopravující se kódy a věnoval se též kryptografii s veřejným šifrovačím klíčem. Tato problematika vyžadovala řešení algebraických rovnic nad konečnými tělesy. Jean-Pierre Serre patří mezi vědce, kteří zásadním způsobem ovlivnili matematiku minulého století a zcela změnili strukturu některých důležitých partií. Řada jeho vět totiž uvádí do souvislosti topologii, geometrii a analýzu.

L i t e r a t u r a

- [1] BAYER, P.: *Jean-Pierre Serre, medalla Fields*. La Gaceta 4 (2001), 211–247.
- [2] BERNSTEIN, H. J., PHILLIPS, A. J.: *Fibrované variety a kvantová teorie*. PMFA 28 (1983), 121–147.
- [3] CHERN, S. S., HIRZEBRUCH, F. (eds.): *Jean-Pierre Serre*. In: *Wolf Prize in Mathematics*, Vol. II, World Sci. Publ. Co. 2001, 523–551.
- [4] CHONG, C. T., LEONG, Y. K.: *Rozhovor s Jeanem-Pierrem Serrem*. PMFA 33 (1988), 241–248.
- [5] NEKOVÁŘ, J.: *Modulární křivky a Fermatova věta*. Math. Bohem. 119 (1994), 79–96.
- [6] RAUSSEN, M., SKAU, C.: *Rozmluva s Jeanem-Pierrem Serrem, prvním nositelem Abelovy ceny*. PMFA 49 2004, 114–121.
- [7] RIBENBOIM, P.: *Fermat's Last Theorem for amateurs*. Springer, New York, 1999.
- [8] SERRE, J.-P.: *Homologie singulière des espaces fibrés. Applications*. Ann of Math. 54 (2) (1951), 425–505.
- [9] SERRE, J.-P.: *Sur les représentations modulaires de degré 2 de $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$* . Duke Math. J. 54 (1987), 179–230.
- [10] SERRE, J.-P., TATE, J.: *Good reduction of abelian varieties*. Ann of Math. 88 (1968), 492–517.
- [11] SMALE, S.: *Mathematical problems for the next century*. Math. Intelligencer 20 (2) (1998), 7–15.
- [12] STILLWELL, J.: *Příběh stovacetistěny v \mathbb{R}^4* . PMFA 46 (2001), 265–280.
- [13] TAYLOR, R., WILES, A.: *Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras*. Ann. of Math. 141 (1995), 553–572.

²O fibrovaných varietách pojednávají články [2] a [6] uveřejněné v PMFA (viz též kap. 2.4 a 9.4).