Integrální počet II

Předmluva

In: Vojtěch Jarník (author): Integrální počet II. (Czech). Praha: Academia, 1984. pp. 11--15.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/402046

Terms of use:

© Vojtěch Jarník, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

PŘEDMLUVA

Stejně jako můj Diferenciální počet, je i tato kniha věnována památce prof. Dr Karla Petra,) vynikajícího matematika a velkého člověka. O jeho osobnosti a o jeho významu pro rozvoj naší matematiky jsem se zmínil v předmluvě k Diferenciálnímu počtu. Zde bych chtěl jenom zvláště zdůraznit význam, který měly obě knihy Petrovy o integrálním počtu (Počet integrální, 1915, 638 stran, druhé, zcela přepracované vydání 1931, 725 stran) pro naši matematiku. Jestliže v diferenciálním počtu zde byla již před knihou Petrovou kniha Ed. Weyra, byla kniha Petrova z r. 1915 první důkladnou českou knihou o integrálním počtu vůbec, přitom knihou moderní a bohatstvím látky i způsobem výkladu daleko převyšující světový průměr. Je možno říci, že naše dnešní starší i střední generace matematiků poznávala integrální počet z knih Petrových — poznávala z nich však nejen integrální počet, ale i hloubku, přesnost a bohatství matematického myšlení vůbec.*

Kniha, kterou tímto předkládám veřejnosti, je myšlena jako pokračování mé knihy Úvod do počtu integrálního (1. vydání 1948, 2. vydání 1954; tuto knihu cituji znakem **J I***). Vyjde-li ještě další vydání Úvodu, hodlám je vydati pod názvem „Integrální počet I“, aby byla již z názvu lépe patrna souvislost obou knih. U čtenáře předpokládám znalost počátku integrálního počtu asi v tom rozsahu, jak jsou obsaženy v* **J I***. Vedle toho se ovšem předpokládá též znalost diferenciálního počtu asi v rozsahu mých knih Úvod do počtu diferenciálního (1. vyd. 1946, 2. vyd. 1951, třetí, téměř nezměněné vydání, 1953; znak* **D I***) a Diferenciální počet (1953; znak* **D II***). Také tyto knihy hodlám v případě dalšího vydání označit jako Diferenciální počet I a II. Citace z* **D I** *se vztahují k 2. nebo 3. vydání (není zde rozdílu); citace z* **J I** *k 2. vydání (jsou však poznamenána i příslušná místa z 1. vydání, liší-li se podstatně). Celkem se však z těchto tří knih (***D I**, **D II**, **J I***) užívá většinou jen věcí dosti běžných, takže větší část předpokladů, potřebných ke studiu Integrálního počtu II, lze získat*

*) PhDr Karel Petr (1868—1950), čestný doktor přírodních věd, profesor Karlovy university (1903—1938), r. 1925—26 rektor university.

i z jiných učebnic diferenciálního a integrálního počtu. Věci poněkud odlehlejší znovu v textu připomínám — některé jsou shrnuty v úvodním § 1 v kap. I (spolu s používanou symbolikou).

Podíváme-li se na učebnice a monografie světové literatury, v jejichž středu stojí pojem integrálu, můžeme je převážně rozdělit ve dva typy. Jedním typem je „Integrální počet" v klasickém slova smyslu, ve kterém je hlavní pozornost soustředěna na methody výpočtu integrálů a na studium funkcí (hlavně některých klasických analytických funkcí), definovaných integrály. Přitom se většinou užívá staré Riemannovy definice integrálu (na které je založen na př. též **J I***). Druhým typem je „Theorie integrálu", podávající hlavně obecnou theorii integrálu, při čemž za základ slouží moderní pojetí integrálu, jehož počátkem jsou základní Lebesgueovy práce okolo r. 1900. V této knize jsem se rozhodl pro Lebesgueův pojem integrálu. Přitom však kniha zůstává „Integrálním počtem" v klasickém slova smyslu; mnohé i velmi důležité věty z moderní theorie integrálu by v ní čtenář marně hledal. Jsem přesvědčen, že větší obecnost a jednoduchost vět o Lebesgueově integrálu — ve srovnání s Riemannovým — poskytuje i v „početních" partiích velké výhody a usnadňuje provádění (míním ovšem korektní provádění) operací s integrály.*

Theorii integrálu buduji na theorii míry (kap. I) a měřitelných funkcí (kap. II); následuje definice a základní vlastnosti integrálu (kap. III a IV), potom t. zv. neurčitý integrál (jednoduchý), t. j. integrál jako funkce své horní meze (kap. V), a substituční methoda — obecně pro množné integrály (kap. VI). Tak získá čtenář nutné podklady pro řešení konkretnějších úloh integrálního počtu — avšak řešení takových úloh, na př. výpočet integrálů, není nikterak mechanickou aplikací předcházející theorie, ale vyžaduje vynalézavosti i zručnosti; této „početní technice" jsou věnovány obšírné kapitoly VII, VIII. Ježto však Lebesgueova theorie, dokonale vyhovující svou obecností v oboru absolutně konvergentních integrálů, nezahrnuje žádné neabsolutně konvergentní integrály, je kap. VIII věnována rozšíření pojmu integrálu na nejjednodušší integrály neabsolutně konvergentní a jejich početní technice; ale definice jde jen tak daleko, aby zahrnula klasické neabsolutně konvergentní integrály.

Kniha obsahuje ještě jednu obecnou theorii, totiž theorii rozvojů podle orthogonálních funkcí v kap. XIII a XIV. V kap. XIII jsou probrány hlavně otázky konvergence Fourierových řad v jednotlivých bodech (po *příp. stejnoměrná konvergence v intervalu), v kap. XIV pak především theorie rozvojů v L^2, při čemž je věnována též pozornost nejdůležitějším orthogonálním systémům polynomů. V kap. XIII je též studován Fourierův integrál. Obě tyto kapitoly obsahují jak partie theoretické, tak početně-technické.*

Domnívám se, že zmíněné kapitoly I až VIII a XIII, XIV (bez paragrafů, označených hvězdičkou, o nichž později) tvoří asi minimum látky, kterou by měl prostudovati každý, kdo chce z knihy mít skutečný užitek. Pro orientaci poznamenávám, že kap. I—VI (bez „hvězdiček") lze dobře probrat s posluchači III. ročníku university v tříhodinové přednášce, trvající dva semestry; jestliže posluchači mají již jakousi — byť povrchní — praxi v počítání s integrály, mohou si osvojiti početní techniku, vyloženou v kap. VII a VIII, v dvouhodinovém cvičení, připojeném k druhému semestru přednášky.

Ostatní kapitoly knihy (ale i některé paragrafy v kapitolách již zmíněných) jsou označeny hvězdičkou. To znamená, že je čtenář může studovati podle svého výběru a potřeby;) přitom se předpokládá znalost předcházejícího „neohvězdičkovaného" textu a dále těch „ohvězdičkovaných" partií, které jsou v studované kapitole uvedeny jako nutný předpoklad. O těchto devíti kapitolách se nyní zmíním. Kap. IX—XII jsou převážně theoretického rázu, kap. XV—XIX rázu více speciálního a početně-technického.*

*Řekl jsem, že v kap. I—VI buduji theorii Lebesgueova integrálu. Ale v mnohých partiích moderní matematiky, na př. v theorii pravděpodobnosti, a také ve fysice, je důležitý obecnější integrál Lebesgue-Stieltjesův.**) (Zhruba řečeno: „měrou" nějakého tělesa nemusí být číslo, udávající jeho objem, nýbrž také jeho hmotu nebo elektrický náboj a pod. — i při sebe složitějším rozdělení hmoty nebo náboje.) Abych čtenáře nezbavoval možnosti seznámiti se s tímto důležitým pojmem, postupuji takto: V kap. I—IV vykládám přímo theorii Lebesgue-Stieltjesova integrálu; jde o takové partie, ve kterých bych specialisací na Lebesgueův integrál naprosto nic neušetřil. Dokonce se domnívám, že v theorii míry vynikne při tomto obecnějším pojetí lépe význam a d i t i v n o s t i funkce, která se při Lebesgueově míře (míra = objem) zdá být příliš „samo-*

*) Míním ovšem čtenáře, který není vázán studijními plány.
**) Mnozí autoři nazývají také tento obecnější integrál prostě Lebesgueovým integrálem.

zřejmou". Jakmile by se však v obecném případě vyskytly obtíže (kap. V, VI), specialisuji se na Lebesgueův integrál. Kap. X je pak právě určena čtenářům, kteří potřebují obecně Lebesgue-Stieltjesův integrál; kap. IX je k ní nutnou průpravou. Dále: krátká kap. XI je věnována definici Riemannova integrálu — který se dosud velmi hojně vyskytuje v literatuře (na př. též v **J I***) — a jeho vztahu k Lebesgueovu integrálu. Konečně: Ježto zlomkovitá definice neabsolutně konvergentních integrálů v kap. VIII sotva uspokojí čtenáře jen poněkud theoreticky založeného, je v kap. XII vyložena obecná a ucelená theorie (Perronova), obsahující jako zvláštní případ neabsolutně konvergentní integrály z kap. VIII.*

A nyní ke kap. XV—XIX. V kap. VII a VIII se čtenář naučil řešení jednotlivých příkladů na základě obecných výsledků kapitol I—VI. Kapitoly XV—XIX mají za účel prohloubiti tuto čtenářovu schopnost a seznámiti jej na několika příkladech jednak se speciálními methodami integrálního počtu (kap. XV — asymptotické rozvoje, kap. XVI — Euler-Maclaurinova formule, kap. XVII — numerický výpočet integrálů), jednak s methodami systematického studia funkcí, definovaných integrály (kap. XVIII — funkce gamma, kap. XIX — eliptické integrály). Podotýkám, že právě v partiích, kterých se týkají kap. XVI až XIX, byl Petr mistrem; proto jsem se v těchto kapitolách přidržel ve výběru látky a mnohde i ve způsobu výkladu co nejvíce Petrových knih o integrálním počtu. Domnívám se, že by každý čtenář měl prostudovat aspoň jednu z kapitol XV—XIX.

Integrální počet patří svou povahou do reálné analysy; přesto však je mnohdy účelno studovat integrály komplexních funkcí reálných proměnných — hlavně tam ovšem, kde integrand je analytická funkce. Toto zobecnění se v obecné theorii jeví jako čistě formální, ale má velké praktické výhody. Proto v textu často poznamenávám, které věty, odvozené původně pro reálné funkce, platí také pro funkce komplexní. Abych čtenáři usnadnil přehled, připojuji na konci knihy přehled výsledků, platných pro komplexní funkce.

V matematické knize, hlavně rozměrnější, musí si čtenář často vyhledati dříve prostudovaná místa, aby se přesvědčil o přesném znění té či oné věty. Aby toto hledání bylo usnadněno, je skoro celý text knihy rozčleněn na definice, věty a jejich důkazy, příklady (v textu), cvičení (drobnějším tiskem, většinou na konci paragrafů), poznámky 1, 2, 3, ... v textu a poznámky

[1], [2], [3], ... pod čarou. Definice a věty jsou číslovány průběžně v celé knize. Poznámky pod čarou a formule jsou číslovány v každé kapitole zvlášť; podle toho je také cituji: jestliže v kap. VII cituji vzorec (84), míním tím vzorec (84) z kap. VII; kdybych týž vzorec citoval v kap. X, citoval bych „vzorec (84) z kap. VII". Poznámky v textu, příklady a cvičení jsou číslovány zvlášť v každém paragrafu. Tedy: jestliže v kap. VII, § 3 cituji příklad 1, míním tím příklad 1 tohoto paragrafu; kdybych tentýž příklad citoval v kap. VII, § 5, uvedl bych: příklad 1 z § 3; kdybych konečně tento příklad citoval v kap. X, uvedl bych: příklad 1 z § 3 v kap. VII. Pro snazší hledání vět a definic je na konci knihy uveden jejich seznam s udáním stránky.

Poznamenal jsem již, že tato kniha, přes to, že je založena na moderním pojmu integrálu, je „Integrálním počtem" a nikoliv „Theorií integrálu". Obecnější theorii integrálu je možno nalézti ve vynikající knize akad. Ed. Čecha „Bodové množiny I" z r. 1936, dnes ovšem již rozebrané. Dále převládá v mé knize poněkud jednostranně aritmetické stanovisko — málo se uplatňují vztahy ke geometrii a vůbec ne vztahy k funkcionální analyse. Za třetí: naše literatura v analyse nebude úplná, dokud nebudeme míti vedle učebnic dostatečně bohaté sbírky úloh. Všechny tyto mezery by ovšem sotva bylo možno odstranit v rozsahu jediné knihy o integrálním počtu, která nadto má svým způsobem výkladu býti přístupna studentům středních semestrů. Ale skutečně vážným nedostatkem mé knihy je, že neobsahuje theorii k-rozměrných integrálů v n-rozměrném prostoru pro $k < n$, na př. theorii plošných integrálů, tak důležitou m. j. pro fysiku. Neznám výkladu o těchto věcech ve světové literatuře, který by vyhovoval současně vědecky i didakticky a necítím se proto povolán k tomu, abych je vykládal. Vím však, že někteří naši významní matematikové si tyto problémy hluboce promyslili a doufám, že v dohledné době vyplní tuto podstatnou mezeru v naší literatuře.

Nakonec vřele děkuji všem, kdo svou pomocí, radou a pokyny přispěli k zlepšení této knihy. Jsou to především prof. Dr Vl. Knichal a akad. Jos. Novák, kteří četli knihu v rukopise, a asp. I. Černý a Dr J. Mařík, kteří se mnou četli korektury celé knihy. Některé nedostatky, postřehnuté až při poslední korektuře (jde převážně o neúplnou slovní formulaci) jsou opraveny na konci knihy v odstavci „Doplňky a opravy".)*

V Praze v srpnu 1955. VOJTĚCH JARNÍK