

Integrální počet II

Obsah

In: Vojtěch Jarník (author): Integrální počet II. (Czech). Praha: Academia, 1984. pp. 5--10.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402045>

Terms of use:

© Vojtěch Jarník, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

OBSAH

Předmluva	11
---------------------	----

KAPITOLA I

Theorie míry

§ 1. Úvodní poznámky	17
§ 2. Posloupnosti množin	24
§ 3. Množinové okruhy a tělesa	26
§ 4. Poznámky o kartézských součinech	28
§ 5. Některé systémy množin, složených z intervalů	30
§ 6. Aditivní funkce intervalu	34
§ 7. Vnější míra	46
§ 8. Měřitelné množiny. Základní věty teorie míry	49
§ 9. Další věty o míře, vnější míře a měřitelnosti	56
§ 10. Lebesgueova míra	64

KAPITOLA II

Měřitelné funkce

§ 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti měřitelných funkcí	69
§ 2. Jegerovova věta	77
§ 3. Charakteristické funkce. Jednoduché funkce	79
§ 4. Luzinova věta	83
§ 5. Komplexní měřitelné funkce	85

KAPITOLA III

Základy teorie Lebesgue-Stieltjesova integrálu

§ 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti	87
§ 2. Závislost integrálu na integračním oboru	97
§ 3.*Dodatek k definici integrálu*	105
§ 4. Závislost integrálu na integrandu	107
§ 5.*Konvergence podle míry*	124

§ 6. Integrál komplexní funkce	129
§ 7. Příklady na výpočet Lebesgueových integrálů $\int_a^b f(x) dx$	132

KAPITOLA IV

Převedení integrace $(r + s)$ -rozměrné na sled integrace r -rozměrné a s -rozměrné

§ 1. Věta Fubiniova	147
§ 2. Geometrický význam integrálu nezáporné funkce	164
§ 3.*Funkce polospojité*	167

KAPITOLA V

Lebesgueův integrál v E_1

§ 1. Vitaliova věta o pokrytí	172
§ 2. Derivace funkcí s variací konečnou	176
§ 3.*Měřitelnost horní a dolní derivace*	182
§ 4. Lebesgueův integrál v E_r	184
§ 5. Neurčitý integrál Lebesgueův v E_1	187
§ 6. Integrace per partes a druhá věta o střední hodnotě.	196

KAPITOLA VI

Zavádění nových integračních proměnných do r -rozměrného integrálu

§ 1. Prostá regulární zobrazení	201
§ 2. Substituční metoda (zavádění nových integračních proměnných) pro množné integrály	208
§ 3.*Obecná zobrazení třídy C_1^* *	226

KAPITOLA VII

Počtení technika Lebesgueova integrálu

§ 1. Poznámky o jednoduchém Lebesgueově integrálu	231
§ 2. Existence a konvergence integrálu	237
§ 3. Užití Fubiniovy věty 74 a věty 103 o zavádění nových integračních proměnných k výpočtu množných integrálů	244

§ 4. Integrály funkcí závislých na parametru: limita a spojitost.	273
§ 5. Výpočet integrálu $J(b) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{b-1}}{1+x} dx$ ($0 < b < 1$)	277
§ 6. Derivace integrálu podle parametru	281
§ 7. Dvě poznámky o diferenciálních rovnicích	292
§ 8. Integrály $I(b) = \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} \cos bx dx$, $K(b) = \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} \sin bx dx$ pro $a > 0$	295
§ 9. Integrál $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2 - \frac{\alpha^2}{x^2}} dx$	296
§ 10. Integrál $\int_{\substack{x>0 \\ y>0}} e^{-\left(x+y+\frac{\alpha^2}{xy}\right)} x^{-\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} dx dy$ pro $\alpha \geq 0$	297
§ 11. Integrály funkcí závislých na parametru: Integrace podle parametru	298
§ 12. Derivace integrálu podle parametru při proměnných mezích.	301

KAPITOLA VIII

Nevlastní integrály

§ 1. Definice a podmínka konvergence	308
§ 2. Vyšetřování konvergence zobecněných integrálů	322
§ 3. Výpočet zobecněných integrálů: elementární metody	326
§ 4. Zobecněné integrály funkcí závislých na parametru. Limita a spojitost	334
§ 5. Integrace posloupností a řad	347
§ 6. Derivování zobecněných integrálů podle parametru	349
§ 7. Integrace integrálů podle parametru (záměnnost integračního pořadí)	353
§ 8. Příklady na výpočet integrálů užitím záměnnosti integračního pořadí	354

KAPITOLA IX*

*Doplňky k funkcím s variací konečnou**

§ 1. Fubiniova věta o derivování nekonečných řad.	364
§ 2. Funkce absolutně spojitě, funkce singulární a funkce skoků.	366
§ 3. Rozklad funkce s variací konečnou na funkci absolutně spojitou, spojitou funkci singulární a funkci skoků	376

KAPITOLA X*

*Pokračování o Lebesgue-Stieltjesovu integrálu**

§ 1. Vyjádření integrálu $\int_M f d\mu$ integrálem s jinou měrou	382
§ 2. Závislost $\int_M f d\mu$ na funkci μ	386
§ 3. Odstranění předpokladu $\mu(I) \geq 0$	389
§ 4. Rovnice $\int_M f d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_M f d\mu_n$	399
§ 5. Vyjádření aditivní funkce intervalu v E_1 funkcí jedné proměnné. . .	405
§ 6. Výpočet Lebesgue-Stieltjesova integrálu v E_1	411
§ 7. Stieltjesův integrál	415
§ 8. Ještě o rovnici $\int_A f d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_A f d\mu_n$	423
§ 9. Záměna integrační proměnné v Lebesgue-Stieltjesově a Lebesgueově integrálu	430

KAPITOLA XI*

*Riemannův integrál**

§ 1. Definice a vztah k Lebesgueovu integrálu	436
§ 2. Existenční věty	443

KAPITOLA XII*

*Perronův integrál**

§ 1. Definice a základní vlastnosti Perronova integrálu	449
§ 2. Neurčitý Perronův integrál. Vztah k Lebesgueovu integrálu.	457

KAPITOLA XIII

Fourierovy řady

§ 1. Trigonometrické polynomy a řady	469
§ 2. Definice Fourierovy řady	473
§ 3. Částečné součty Fourierovy řady	477
§ 4. Věta o lokalisaci	479
§ 5. Kriterium Diniovo a Dirichlet-Jordanovo	486
§ 6. Příklady	496

§ 7. Poissonova sumační formule	507
§ 8. Aproximace funkcí polynomy a trigonometrickými polynomy	513
§ 9. Spojitá funkce s divergentní Fourierovou řadou	516
§ 10. Methoda aritmetických průměrů (věta Fejérova)	518
§ 11.*Fourierův integrál*	524

KAPITOLA XIV

Orthogonální systémy

§ 1. Hölderova a Minkovského nerovnost	537
§ 2. Prostor l^q	540
§ 3. Prostor $L^q(M; \mu)$	542
§ 4. Orthogonalita	547
§ 5. Fourierovy řady	551
§ 6. Úplné systémy	557
§ 7. Úplnost trigonometrického systému	559
§ 8. Vlastnosti orthogonálních polynomů	562
§ 9.*Legendreovy a Čebyševovy polynomy. Jacobiovy polynomy*	567
§ 10.*Hermiteovy a Laguerreovy polynomy*	579

KAPITOLA XV*

*Asymptotické rozvoje**

§ 1. Úvod. Symbolika	585
§ 2. Asymptotické rozvoje integrálů $\int_0^z e^{-t^2} dt, \int_a^x \frac{du}{\lg u}$	591
§ 3. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x)(f(x))^\alpha dx$ pro $\alpha \rightarrow +\infty$	599
§ 4. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x) e^{i\alpha f(x)} dx$ pro $\alpha \rightarrow +\infty$	610
§ 5. Besselovy funkce prvního druhu.	621
§ 6. Použití vět 226, 228 na studium asymptotických vlastností funkcí $J_n(z)$	629
§ 7. Asymptotické rozvoje funkcí $J_n(z)$ pro $z \rightarrow \infty$	632

KAPITOLA XVI*

*Formule Euler-Maclaurinova**

§ 1. Euler-Maclaurinova formule	645
§ 2. Bernoulliovy polynomy a čísla	648
§ 3. Zbytek v Euler-Maclaurinově formuli	653
§ 4. Užití Euler-Maclaurinovy formule k výpočtu určitých integrálů	656
§ 5. Užití Euler-Maclaurinovy formule jako sumační formule.	658
§ 6. Nejjednodušší případ Euler-Maclaurinovy formule.	663

KAPITOLA XVII*

*Numerický výpočet určitých integrálů (mechanická kvadratura)**

§ 1. Úvodní poznámky	666
§ 2. Cotesova metoda	669
§ 3. Gaussova metoda	677

KAPITOLA XVIII*

*Funkce gamma**

§ 1. Definice a základní vlastnosti funkce $\Gamma(s)$	683
§ 2. Vyjádření funkce $\Gamma(s)$ určitým integrálem	689
§ 3. Rozvoje pro $\lg \Gamma(s)$, hlavně Stirlingův rozvoj	694
§ 4. Vyjádření Eulerovy konstanty určitým integrálem	697
§ 5. Vyjádření funkce $\frac{\Gamma'(s)}{\Gamma(s)}$ určitým integrálem	700
§ 6. Vyjádření funkce $\lg \Gamma(s)$ určitým integrálem	702

KAPITOLA XIX*

*Transformace a výpočet eliptických integrálů**

§ 1. Normální tvar Weierstrassův a Riemannův	705
§ 2. Lineární transformace eliptických integrálů. Legendreův normální tvar	711
§ 3. Výpočet eliptických integrálů 1. a 2. druhu řadami	725
§ 4. Výpočet úplných eliptických integrálů 1. druhu methodou aritmeticko-geometrického průměru	737
Přehled výsledků, platných pro komplexní funkce.	748
Rejstřík	753
Doplňky a opravy	760
Seznam literatury	763