

# Diferenciální počet II

---

## Obsah

In: Vojtěch Jarník (author): Diferenciální počet II. (Czech). Praha: Academia, 1984. pp. 5--8.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402005>

## Terms of use:

© Vojtěch Jarník, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# OBSAH

Předmluva . . . . .	9
---------------------	---

## KAPITOLA I.

Obecná theorie množin . . . . .	15
§ 1. Úvod . . . . .	15
§ 2. Množiny a množinové operace . . . . .	21
§ 3. Zobrazení . . . . .	26
§ 4. Prostá zobrazení. Mohutnost množiny . . . . .	30
§ 5. Posloupnosti. Spočetné množiny . . . . .	32
§ 6. Nespočetné množiny . . . . .	38
§ 7. Rozklad množiny na třídy . . . . .	43
§ 8. Kartézské součiny . . . . .	45
§ 9. Terminologické poznámky . . . . .	50
§ 10. Moduly (nebo lineární nebo vektorové prostory) . . . . .	51

## KAPITOLA II.

Posloupnosti reálných a komplexních čísel . . . . .	54
§ 1. Rozšíření oboru reálných čísel o prvky $+\infty$ , $-\infty$ . . . . .	54
§ 2. Hromadné hodnoty posloupností. Limes superior a inferior . . . . .	63
§ 3. Bolzano-Cauchyova podmínka . . . . .	76
§ 4. Aritmetické průměry . . . . .	80

## KAPITOLA III.

Nekonečné řady a součiny . . . . .	85
§ 1. Základní pojmy a věty . . . . .	85
§ 2. Přerovnávání řad . . . . .	88
§ 3. Zobecněné řady . . . . .	94
§ 4. Násobení řad . . . . .	103
§ 5. Abelova parciální sumace a její použití . . . . .	109
§ 6. Podílová kritéria pro konvergenci a divergenci řad s kladnými členy . . . . .	112
§ 7. Nekonečné součiny . . . . .	119

## KAPITOLA IV.

Stejněměrná konvergence . . . . .	128
§ 1. Posloupnosti a řady funkcí . . . . .	128
§ 2. Stejněměrná konvergence . . . . .	130

§ 3. Základní věty o stejnoměrně konvergentních posloupnostech a řadách . . . . .	139
§ 4. Stejnoměrná spojitost . . . . .	146

## KAPITOLA V.

Reálné funkce jedné reálné proměnné . . . . .	151
§ 1. Množiny v $E_1$ . . . . .	151
§ 2. Borelova věta . . . . .	161
§ 3. Spojitost a limita . . . . .	162
§ 4. Podmínky pro existenci limity . . . . .	167
§ 5. Monotonní funkce . . . . .	169
§ 6. Limes superior a inferior . . . . .	174
§ 7. Obecné věty o derivaci . . . . .	178
§ 8. Derivovaná čísla . . . . .	184
§ 9. Funkce s variací konečnou a funkce absolutně spojitě . . . . .	191
§ 10. Spojitá funkce, nemající derivaci v žádném bodě . . . . .	203
§ 11. Konvexní funkce . . . . .	207
§ 12. Nerovnosti . . . . .	211
§ 13. Funkcionální rovnice pro funkce $ax$ , $x^a$ , $a^x$ , a $\lg x$ . . . . .	219

## KAPITOLA VI.

Metrické prostory. Spojitost a limita . . . . .	222
§ 1. Úvod. Pojem metrického prostoru. Limita posloupnosti. Spojité zobrazení . . . . .	222
§ 2. Vzdálenost. Cauchyovské posloupnosti. Definice úplného prostoru. . . . .	233
§ 3. Isometrická zobrazení . . . . .	239
§ 4. Ekvivalentní metriky . . . . .	242
§ 5. Uzávěr, derivace, vnitřek, hranice množiny. Uzavřené a otevřené množiny . . . . .	249
§ 6. Množiny typu $F_\sigma$ a $G_\delta$ . . . . .	260
§ 7. Množiny husté a řídké v $P$ . . . . .	262
§ 8. Intervaly a otevřené množiny v $E_r$ . . . . .	266
§ 9. Spojitost a limita zobrazení . . . . .	269
§ 10. Limita a spojitost v některých speciálních prostorech. Dvojně posloupnosti a řady . . . . .	281
§ 11. Dvojně limity . . . . .	290
§ 12. Limes superior a inferior reálné funkce . . . . .	293
§ 13. Symboly $O$ , $o$ . . . . .	295
§ 14. Úplné prostory . . . . .	299
§ 15. Separabilní prostory . . . . .	307

§ 16. Kompaktní prostory . . . . .	311
§ 17. Normální systémy spojitých funkcí . . . . .	315
§ 18. Oddělené množiny. Souvislé množiny . . . . .	320
§ 19. Spojitá zobrazení s kompaktním nebo souvislým oborem . . . . .	323
§ 20. Souvislé množiny v $E_r$ . Hvězdovité a konvexní množiny v $E_r$ . . . . .	326
§ 21. Stejněměrná konvergence. . . . .	330
§ 22. Rozšíření oboru spojitě funkce . . . . .	337
§ 23. Polynomy v $r$ proměnných . . . . .	342
§ 24. Weierstrassova věta o aproximaci spojitých funkcí polynomy . . . . .	347
§ 25. Polynomy nejlepší aproximace . . . . .	350

### KAPITOLA VII.

Parciální derivace a totální diferenciály . . . . .	355
§ 1. Parciální derivace . . . . .	357
§ 2. Totální diferenciál . . . . .	361
§ 3. Totální diferenciál složené funkce . . . . .	366
§ 4. Diferenciál funkce vzhledem k množině. . . . .	375
§ 5. Diferenciální symbolika . . . . .	378
§ 6. Záměnnost parciálních derivací druhého řádu . . . . .	385
§ 7. Funkce, mající totální diferenciál $n$ -tého řádu . . . . .	388
§ 8. Totální diferenciály vyšších řádů . . . . .	395
§ 9. Početní technika pro diferenciály vyšších řádů . . . . .	405
§ 10. Totální diferenciály složených funkcí . . . . .	408
§ 11. Věta o přírůstku funkce a Taylorova formule pro funkce několika proměnných . . . . .	415
§ 12. Vztah mezi $n$ -tou diferencí a $n$ -tým diferenciálem . . . . .	418
§ 13. Dodatek k funkcím jedné proměnné . . . . .	427
§ 14. Diferenciál limitní funkce . . . . .	431

### KAPITOLA VIII.

Implicitní funkce . . . . .	436
§ 1. Základní věta o implicitních funkcích . . . . .	436
§ 2. Regulární zobrazení . . . . .	452
§ 3. Zobrazení z $E_r$ do $E_s$ . Funkce „závislé“ a „nezávislé“ . . . . .	462
§ 4. Poznámky o $s$ -rozměrných plochách v $r$ -rozměrném prostoru . . . . .	470

### KAPITOLA IX.

Záměna proměnných . . . . .	475
1. Zavádění nových nezávisle proměnných . . . . .	476
2. Zavádění nových nezávisle i závisle proměnných . . . . .	489

## KAPITOLA X.

Lokální maxima a minima funkce několika proměnných . . . . .	504
§ 1. Definice lokálních extrémů . . . . .	504
§ 2. Podmínky pro lokální extrém . . . . .	506
§ 3. Vázané extrémy . . . . .	511

## KAPITOLA XI.

Mocninné řady . . . . .	520
§ 1. Derivace funkcí komplexní proměnné . . . . .	521
§ 2. Mocninné řady v jedné proměnné . . . . .	527
§ 3. Mocninné řady v několika proměnných . . . . .	536
§ 4. Početní výkony s mocninnými řadami . . . . .	541
§ 5. Mocninné řady v jedné proměnné na konvergenční kružnici . . . . .	547

## KAPITOLA XII.

Elementární funkce komplexní proměnné . . . . .	551
§ 1. Funkce $e^z$ , $\sin z$ , $\cos z$ , $\operatorname{tg} z$ , $\operatorname{cotg} z$ . . . . .	551
§ 2. Amplituda a logaritmus komplexního čísla . . . . .	555
§ 3. Obecná mocnina . . . . .	564
§ 4. Funkce $\operatorname{arctg} z$ , $\operatorname{arcsin} z$ pro komplexní $z$ . . . . .	567
§ 5. Mocninné řady pro elementární funkce . . . . .	573

## DODATEK I

Nekonečné řady. Stejnomořná konvergence a její zobecnění. Funkcionální rovnice . . . . .	580
§ 1. Integrovní kritérium konvergence . . . . .	580
§ 2. Eulerova metoda sčítání nekonečných řad . . . . .	582
§ 3. Stejnomořná konvergence a její zobecnění . . . . .	585
§ 4. Funkcionální rovnice pro kosinus a hyperbolický kosinus . . . . .	592

## DODATEK II . . . . . 602

Diference a diferenční podíly funkcí . . . . .	602
--	-----

## DODATEK III

Věta Weierstrassova a implicitní funkce . . . . .	614
Seznam literatury . . . . .	663
Soupis definic a vět . . . . .	661
Rejstřík . . . . .	665