Vaňausovy práce

In: Martina Bečvářová (author): Z historie Jednoty (1862–1869). (Czech). Praha: Prometheus, 1999. pp. 71–75.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401752

VAŇAUSOVY PRÁCE

Josef R. Vaňaus sepsal pro *Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky* pět článků, tři z matematiky a dva z fyziky. Čtyři mají elementární charakter; byly totiž určeny zejména středoškolským studentům (*Má-li se průměrná lhůta počítati na základě počtu lhůtového aneb úrokového?* [V1], *O významu rovnice paraboly* [V2], *O pohybování těles vržených* [V3], *O jednotě principu při strojích jednoduchých* [V6]). Vaňaus se snažil prezentovat netradiční pohledy na standardně vyučovanou látku, poukázat na méně běžné vztahy a souvislosti, usiloval o syntetické pojetí výkladu zdánlivě vzdálených problémů.

Roku 1880 zveřejnil v *Jičínském obzoru* svoji přednášku *O potřebě vzdělání, zvláště aesthetického, na základě zákonů psychologických* [V5], kterou přednesl na schůzi *Jednoty literární* v Jičíně.

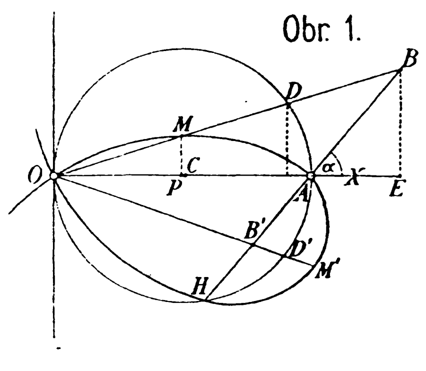
Roku 1886 publikoval ve výroční zprávě jičínského gymnázia *Výsledky meteorologického pozorování na stanici v Jičíně* [V7] za léta 1876–1885; výsledky těchto svých meteorologických pozorování pravidelně zasílal F. J. Studničkovi, který v té době organizoval a řídil dešťoměrný výzkum Čech.

Poměrně zajímavým Vaňausovým článkem je *Trisektorie* [V4] z roku 1881. Vaňaus píše, že se zabýval *rozborem některých tvarů racionálních funkcí třetího stupně* a zjistil, že křivka daná rovnicí

$$y^3 + A(x^2 + y^2)x + Dyx^2 + E(x^2 - y^2) + Gxy = 0$$

je pro určitou volbu koeficientů A, D, E, G geometrickým místem bodů, které mají stejnou vzdálenost od kružnice a některé její sečny, a že souvisí s problémem trisekce úhlu.

Vaňaus vyšel z následující geometrické konstrukce (obr. 1 i obr. 2 jsou původní Vaňausovy obrázky):



Opišme libovolným poloměrem r kružnici (obr. 1.) a veďme průměr OA. První bod průměru O budiž počátkem souřadnic pravoúhlých a OA osou úseček. Bodem A veďme v libovolném úhlu α k ose X nakloněnou sečnu. Paprsky *z bodu O k sečně vedené protínají kružnici. Jeden z nich budiž OB, jenž protíná kružnici v bodu D. Přenesme pokaždé úsek paprsku mezi kružnicí a sečnou na druhou stranu příslušného paprsku, tedy učiňme $DM = DB$. Bod M jest bodem trisektorie, anať souvislost všech takto utvořených geometrických míst podává tuto křivku.* ([V4], str. 155)

Analytické vyjádření trisektorie odvodil Vaňaus takto: Pišme $M = [x, y]$ a označme písmenem F patu kolmice spuštěné z bodu D na osu X (viz obr. 1, kde bod F není označen); zřejmě je

$$\frac{x}{y} = \frac{OF}{DF}\,, \quad \text{a tedy} \quad \frac{x^2}{y^2} = \frac{OF^2}{DF^2} = \frac{OF^2}{OF(2r - OF)} = \frac{OF}{2r - OF}\,.$$

Protože je

$$PF = FE\,, \qquad AE = AB\cos\alpha\,,$$

$$OF = 2r + AE - FE\,,$$
$$OF = x + PF\,,$$

a tedy

$$2 \cdot OF = 2r + x + AE\,,$$

tj.

$$OF = \frac{1}{2} \cdot (2r + x + AB\cos\alpha)\,,$$

je

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{2r + x + AB\cos\alpha}{2r - x - AB\cos\alpha}\,. \tag{1}$$

Dále je

$$\frac{x}{y} = \frac{OE}{BE} = \frac{2r + AB\cos\alpha}{AB\sin\alpha}$$

a odtud

$$AB = \frac{2ry}{x\sin\alpha - y\cos\alpha}\,.$$

Dosadíme-li za AB do (1), obdržíme po úpravách vztah

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{x[(2r + x)\sin\alpha - y\cos\alpha]}{(2rx - x^2)\sin\alpha - (4r - x)y\cos\alpha}\,.$$

Upravíme-li a přejdeme-li k funkci $\tan\alpha$, získáme rovnici

$$[x^2(2r - x) - y^2(2r + x)]\tan\alpha = xy(4r - x) - y^3\,;$$

položíme-li nyní $\tan\alpha = a$, obdržíme rovnici

$$y^3 - a(x^2 + y^2)x + x^2y + 2ar(x^2 - y^2) - 4rxy = 0\,. \tag{2}$$

Křivku, která je rovnicí (2) určena, Vaňaus nazýval *trisektorie*. Uvažoval některé speciální hodnoty parametrů:

$$\alpha = 0\ , \qquad \alpha = \frac{\pi}{4}\ , \qquad \alpha = \frac{\pi}{2}\ .$$

V prvním případě je trisektorií kružnice o rovnici

$$(x - 2r)^2 + y^2 = 4r^2\ ,$$

ve druhém má rovnice trisektorie tvar

$$y^3 - x^3 - 2r(y^2 - x^2) - xy(y - x + 4r) = 0\ ,$$

ve třetím

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{2r - x}{2r + x}\ .$$

Vaňaus zde připomíná kisoidu Dioklovu, která má rovnici

$$x^3 + xy^2 - ay^2 = 0\ ,$$

a Descartův list, který má rovnici

$$y^3 + x^3 - 3axy = 0\ ;$$

uvádí také, že trisektorie pootočená o $\frac{\pi}{4}$ má rovnici

$$y^3 + x^3 + xy(y + x - 4r\sqrt{2}) = 0\ .$$

V závěru svého článku se Vaňaus věnoval trisekci úhlu.

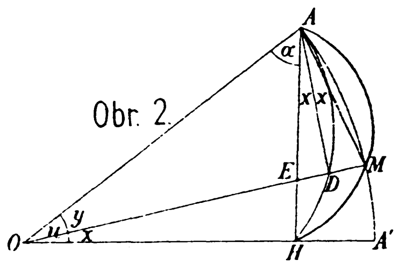
S řešením této úlohy, která v doby až nepamětné sahá, zanášelo se veliké množství učenců z příčin různých a s výsledky rovněž rozdílnými. Jedni vynasnažili se dokázati, že úloha ta pouhým pravídkem a kružítkem rozřešiti se nedá a tedy jest nad síly geometrie Euklidovy. Také mnozí k řešení jejímu vynalezli křivky a konstrukce velmi důmyslné, pomocí nichž bylo lze dospěti k rozřešení zcela správnému, jenom že mechanické provedení mnohých konstrukcí bylo s velikými obtížemi spojeno.

Jiní hledíce těmto obtížím se vyhnouti, vrátili se opět k linealu a kružidlu a udali rozličné způsoby, jimiž prý úkolu tomu pro obyčejnou potřebu vyhověti lze. Poněkud bedlivější rozbor těchto způsobů vede však k poznání zcela jinému; nejenom vědě není poslouženo, anyť výsledky takového dělení jsou theoreticky nesprávné, nýbrž ani praktické potřebě není vyhověno, neboť se bezprostředním vyměřením oblouku pomocí kružítka zkusmo dochází mnohem dříve rozdělení zcela správného. ([V4], str. 157–158)

Vlastní trisekci úhlu s využitím trisektorie popsal Vaňaus takto ([V4], str. 158):

Ze všech konstrukcí, které ku zprávnému rozdělení úhlu ve tři rovné částky vedou, zdá se mi podle mého soudu, užití křivky, o níž tu dříve jednáno bylo, nejméně složitým a k provedení velmi lehkým. Máme-li úhel $u = \angle AOA'$ *anebo jemu příslušný oblouk* AA' *(obr. 2.) rozděliti v poměru* $1:2$*, spusťme nejprve z bodu* A *kolmici na druhé rameno* OA' *totiž* $AH \perp OA'$*. Z rozpolovacího bodu* C *ramena* OA *opišme poloměrem* $OC = CA$ *půlkruh, který bodem* H *jíti musí. Kolmice* AH *jest částí sečné, která v tomto půlkruhu se nalezá a k průměru jeho se vždy o doplněk daného úhlu* u *na* $90°$ *kloní, tedy* $OAH = \alpha = 90° - u$*. Sestrojí-li se tedy k sečné* AH *a příslušnému oblouku kruhovému* AH *trisektorie, bude daný oblouk* AA' *protínati v bodu* M*, jímž právě nabude se žádaného dělení, totiž*

$$A'M : MA = 1 : 2\,.$$



Tento výsledek se snadno dokáže. Nejprve je třeba si uvědomit, že trojúhelníky AED a AMD jsou shodné a že $\angle HOD = \angle HAD = x$ (obvodové úhly k oblouku HD. Je tedy $\angle HOD = \angle MAD = x$. Dále je $\angle OMA = \angle OAM$, neboť trojúhelník OAM je rovnoramenný. Z trojúhelníku ADM vyplývá, že $\angle OMA = 90° - x$, a tedy $\angle OAM = \alpha + 2x = 90° - x$. Odtud $\alpha = 90° - 3x$. Z trojúhelníku OAH je však $\alpha = 90° - u$. Proto je $u = 3x$, což jsme měli dokázat.

Vaňaus dokonce přikročil i k technickému řešení trisekce úhlu:

Aby se část trisektorie AMH *správně a pohodlně mohla vésti a hlavně průsečný bod* M *na jisto postaviti, sestavil jsem přístoj zcela jednoduchý, kde pomocí dvojitého nuceného pohybu průsek oblouku* AA' *v bodu* M *vzniká; kdežto pouhým pravídkem a kružídkem vzbuditi možno toliko jediný nucený pohyb. Jest tedy i ze stránky praktického provedení postaráno, aby theorií zaručená správnost rozdělení úhlu ve tři rovné části neutrpěla.* ([V4], str. 159)

Problém trisekce úhlu byl u nás asi poměrně živý, jak dokládá poznámka pod čarou otištěná na poslední stránce Vaňausova článku.

Poznámka redakce. Tímto článkem stalo se bezúčelným uveřejnění některých zásylek trisekce úhlu se týkajících, jichž se mi dostalo v době poslední z různých stran. ([V4], str. 159)

Na závěr poznamenejme, že Ottův slovník naučný[34] uvádí názvy následujících Vaňausových rukopisných prací: *Angulometrie rovinná i sférická*, *Logarithmy úkonů angulometrických*, *Analytická geometrie v rovině*, *Theorie jízdy na kole*, *Kritický rozbor počtu infinitesimálního* a *České šachy*. Žádnou z těchto prací, které Vaňaus sepsal v době svého působení v Jičíně, se nepodařilo nalézt.[35]

Podle Ottova slovníku naučného se Vaňaus věnoval i fyzikálním aplikacím v technice; vytvořil *hlasovací přístroj elektrický* a *dvojklíč na současné protitelegrafování*. Žádné informace o těchto vynálezech se nepodařilo nalézt.

Na závěr uveďme pro zajímavost text Vaňausovy úlohy z roku 1902, která souvisí s trisekcí úhlu:[36]

Poloměrem AB opsány jsou z bodů A, B kruhové oblouky protínající se v bodě C. Ustanoviti jest v oblouku AC bod M a v oblouku BC bod N tak, aby MN bylo rovnoběžno k AB, a úhel MAN aby rovnal se danému ostrému úhlu.

[34] Díl XXVI., heslo Vaňaus.

[35] Práce zůstaly v rukopisech, které Vaňaus odkázal *Jednotě českých mathematiků*. Jsou připomínány již v roce 1896, viz Výroční zpráva c. k. státního gymnasia vyššího v Jičíně za školní rok 1896, str. 39–40.

[36] Viz Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky 31(1902), str. 262, 264, 471–474, 484.