

# Základy teorie grupoidů a grup

---

## Obsah

In: Otakar Borůvka (author): Základy teorie grupoidů a grup. (Czech). Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1962. pp. 7--13.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401427>

## Terms of use:

© Akademie věd ČR

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Obsah

## I. Množiny

### 1. Základní pojmy o množinách

1. Pojem množiny	15
2. Označení množin	16
3. Další pojmy	16
4. Podmnožina a nadmnožina	17
5. Součet (sjednocení) množin	17
6. Průnik množin. Množiny incidentní a disjunktní	18
7. Posloupanosti	19
8. Kartézský součin množin. Kartézské mocniny	20
9. $\alpha$ -stupňové množinové útvary	21
10. Cvičení	21

### 2. Rozklady v množinách

1. Rozklad v množině	22
2. Rozklad na množině	22
3. Obal a průsek	23
4. Zákryt a zjemnění rozkladu	24
5. Řetězce rozkladů	25
6. Cvičení	27

### 3. Rozklady na množinách

1. Vazby v rozkladu	28
2. Zákryty a zjemnění rozkladů na množinách	29
3. Společný zákryt a společné zjemnění dvou rozkladů	30
4. Nejmenší společný zákryt dvou rozkladů	30
5. Největší společné zjemnění dvou rozkladů	33
6. Vztahy mezi nejmenším společným zákrytem a největším společným zjemněním dvou rozkladů	34
7. Cvičení	34

#### 4. Speciální rozklady

1. Polospřažené (volně spřažené) a spřažené rozklady	35
2. Adjungované rozklady	37
3. Modulární rozklady	39
4. Cvičení	40

#### 5. Doplnkové rozklady

1. Pojem doplnkových rozkladů	41
2. Charakteristické vlastnosti	42
3. Další vlastnosti	42
4. Modulárnost	43
5. Lokální vlastnosti	44
6. Cvičení	45

#### 6. Zobrazení množin

1. Zobrazení do množiny	46
2. Zobrazení na množinu	47
3. Zobrazení prosté	47
4. Inverzní zobrazení. Ekvivalentní množiny. Uspořádané skupiny prvků	48
5. Rozklad množiny příslušný k zobrazení	49
6. Zobrazení množin do sebe a na sebe	49
7. Skládání zobrazení	50
8. Věty o ekvivalenci	51
9. Zobrazení posloupností a $\alpha$ -stupňových útvarů	52
10. Cvičení	54

#### 7. Zobrazení rozkladů

1. Rozšířené zobrazení	56
2. Věty o zobrazení rozkladů	57
3. Cvičení	59

#### 8. Permutace

1. Definice	60
2. Příklady permutací	61
3. Počet permutací	62
4. Vlastnosti permutací	63
5. Vytvoření permutací ryzími cyklickými permutacemi	65
6. Způsob k určení ryzích cyklických permutací tvořících danou permutaci	66
7. Skládání permutací	67
8. Cvičení	68

## 9. Obecné (mnohoznačně) zobrazení

1. Základní pojmy a vlastnosti	69
2. Kongruence	70
3. Kongruence symetrické	71
4. Kongruence antisymetrické	72
5. Cvičení	73

## 10. Řady rozkladů množin

1. Základní pojmy	74
2. Lokální řetězce	75
3. Zjemnění řad rozkladů	76
4. Variety lokálních řetězců	77
5. Řetězcově ekvivalentní řady rozkladů	78
6. Polospjaté (volně spjaté) a spjaté řady rozkladů	79
7. Modulární řady rozkladů	80
8. Doplnkové řady rozkladů	83
9. Příklad kobaziálně spjatých řad rozkladů	83
10. Souvislost s teorií zobrazení množin na množiny konečných posloupností	84
11. Poznámky o použití předcházející teorie v oboru vědeckých klasifikací	86
12. Cvičení	87

## II. Grupoidy

### 11. Násobení v množinách

1. Základní pojmy	89
2. Násobení komutativní (abelovské)	90
3. Příklady násobení v množině	90
4. Multiplikační tabulka	91
5. Cvičení	92

### 12. Základní pojmy o grupoidech

1. Definice	94
2. Další pojmy. Grupoidy $\mathfrak{G}$ , $\mathfrak{Z}_n$ , $\mathfrak{S}_n$	94
3. Vzájemně zaměnitelné podmnožiny	95
4. Podgrupoid, nadgrupoid, ideál	95
5. Další pojmy	96
6. Průnik podgrupoidů	96
7. Součin konečné posloupnosti prvků	97
8. Součin konečné posloupnosti podmnožin	98
9. Cvičení	99

### 13. Homomorfní zobrazení (deformace) grupoidů

1. Definice	101
2. Příklad deformace	101
3. Vlastnosti deformace	102
4. Izomorfní zobrazení	103
5. Operátory, zobrazení meromorfní a automorfní	104
6. Cvičení	104

### 14. Vytvořující rozklady

1. Základní pojmy	105
2. Deformační rozklad	105
3. Vytvořující rozklady v grupoidech	106
4. Vytvořující rozklady na grupoidech	107
5. Cvičení	109

### 15. Faktoroidy

1. Základní pojmy	110
2. Příklad faktoroidu	110
3. Faktoroidy v grupoidech	111
4. Faktoroidy na grupoidech	114
5. $\alpha$ -stupňové grupoidní útvary	118
6. Cvičení	118

### 16. Deformace faktoroidů

1. Věty o izomorfismu grupoidů	119
2. Rozšířené deformace	121
3. Deformace posloupností grupoidů a $\alpha$ -stupňových grupoidních útvarů	122
4. Cvičení	125

### 17. Řady faktoroidů

1. Základní pojmy	126
2. Lokální řetězce	127
3. Grupoid lokálních řetězců	127
4. Řetězcové izomorfní řady faktoroidů	128
5. Polospjaté (volně spjaté) a spjaté řady faktoroidů	129
6. Modulární a doplňkové řady faktoroidů	130
7. Cvičení	131

## 18. Význačné druhy grupoidů

1. Asociativní grupoidy (pologrupy)	132
2. Grupoidy s pravidly o krácení	135
3. Grupoidy s dělením	136
4. Grupoidy s jednotkou	136
5. Další význačné grupoidy. Grupy	137
6. Svazy	140
7. Cvičení	144

## III. Grupy

### 19. Základní pojmy o grupách

1. Axiomy grupy	147
2. Inverzní prvky. Inverze	147
3. Mocniny prvků	149
4. Podgrupa a nadgrupa	150
5. Průnik a součin podgrup	151
6. Poznámky o multiplikačních tabulkách konečných grup	152
7. Cvičení	154

### 20. Třídy vzhledem k podgrupám

1. Definice	156
2. Vlastnosti levých (pravých) tříd	156
3. Cvičení	158

### 21. Rozklady vytvořené podgrupami

1. Pojem levých a pravých rozkladů	159
2. Průseky a obaly v souvislosti s levými rozklady	159
3. Zákryty a zjemnění levých rozkladů	161
4. Největší společné zjemnění dvou levých rozkladů	162
5. Nejmenší společný zákryt dvou levých rozkladů	162
6. Doplnkové levé rozklady	163
7. Vztahy mezi levými a pravými rozklady	163
8. Cvičení	164

## 22. Důsledky vlastností rozkladů vytvořených podgrupami

1. Lagrangeova věta	165
2. Vztahy mezi vzájemně zaměnitelnými podgrupami	166
3. Modulární svazy podgrup a rozkladů vytvořených podgrupami	168
4. Cvičení	169

## 23. Speciální rozklady grup vytvořené podgrupami

1. Polospřažené a spřažené levé rozklady	170
2. Obecná věta o pěti grupách	171
3. Adjungované levé rozklady	172
4. Řady podgrup	173
5. Cvičení	179

## 24. Invariantní (normální) podgrupy

1. Definice	180
2. Základní vlastnosti invariantních podgrup	180
3. Vytvořující rozklady na grupách	181
4. Vlastnosti vytvořujících rozkladů grupy	183
5. Další vlastnosti invariantních podgrup	184
6. Řady invariantních podgrup	185
7. Cvičení	186

## 25. Faktorové grupy

1. Definice	187
2. Faktoroidy na grupě	187
3. Vlastnosti faktorových grup	188
4. Faktorové grupy v grupách	188
5. Další vlastnosti faktorových grup	189
6. Cvičení	191

## 26. Deformace a věty o izomorfismu grup

1. Deformace grup	192
2. Cayleyova věta a realizace abstraktních grup	193
3. Věty o izomorfismu grup	194
4. Deformace faktorových grup	196
5. Cvičení	197

## 27. *Cyklické grupy*

1. Definice	198
2. Řád cyklické grupy	198
3. Podgrupy cyklických grup	199
4. Základní prvky	199
5. Určení všech cyklických grup	200
6. Fermatova věta pro grupy	201
7. Vytvoření translací na konečných grupách ryzími cyklickými permutacemi	202
8. Cvičení	202
Literatura o rozkladech v množinách a ekvivalencích	203
Novější knihy o teorii grup	209
Rejstřík věcný a autorský	210