

Historický vývoj pojmu křivka

1.1 Kružnice a úsečky

In: Lenka Lomtadze (author): Historický vývoj pojmu křivka. (Czech). Brno: Nadace Universitas v Brně, 2007. pp. 18–23.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401096>

Terms of use:

© Lomtadze, Lenka

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Při pohledu na obrázek 1.1 můžeme konstatovat, že křivky té nejnějsí poloviny lidstva byly pravděpodobně od nepaměti zdrojem inspirace. Ale i pokud pomineme toto estetické hledisko a přiblížíme se více k matematice, troufáme si říci, že intuitivní zájem člověka o křivky jako „objekty“ je tak starý jako lidstvo samo. Nálezy z celého světa dokazují, že byly vytyčovány jako půdorysy staveb či obřadních míst, užívány ke zdobení užitkových předmětů, považovány za mystické symboly apod.

V širším smyslu patří do geometrie všechno, co dokumentuje pochopení tvaru a jeho využití. V každé malbě je přítomný určitý prvek geometrické abstrakce, i když to není původním záměrem tvůrce. V tomto smyslu je určitý stupeň geometrického myšlení příznačný už pro střední paleolit, ale jdeme-li po časové ose před začátek našeho letopočtu, začíná být veškeré studium obtížné nejen v historii matematiky. Jdeme-li dále než 2000 let před Kr., začíná to být téměř nemožné. Proto bude tato kapitola spíše útržkovitým výkladem několika desítek nálezů a skutečností, které alespoň nastiňují jakým způsobem naši dávní předkové uchopili a používali některé křivky, než souvislým studiem, ale k některým skutečnostem, se budeme v pozdějších kapitolách v různých souvislostech vracet. Nejvíce se soustředíme na Egypt, z něhož později vyrostly geometrické znalosti Starověkého Řecka, jimiž se zabýváme v kapitole druhé.

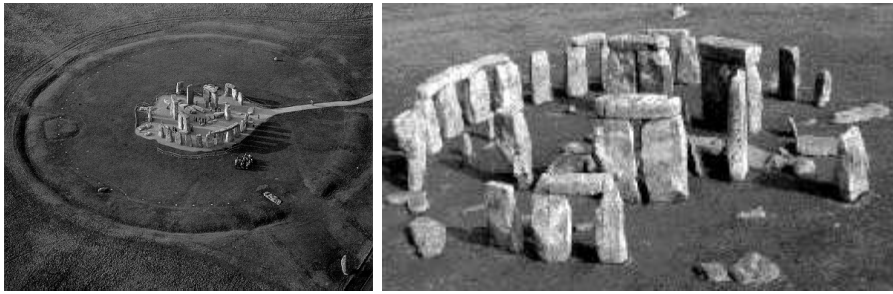
1.1. Kružnice a úsečky

Tento – zdánlivý – protiklad Slunce a Měsíc je rovněž zdrojem poznání, že vedle logického kauzálního myšlení, které může symbolizovat racionálně pochopitelná dvanáctka, může existovat universum, jež se pouze a jen spoléhá na vzájemné „vyhovění si“, tedy na ekvivalenty. Tento logos tak říkájíc tone v prostoru, svobodný a podobný vzdáleným hvězdným světům, anebo podobný lidskému bytí, jeho nevědomí, lidské duši.

Berling [Ber04, str. 14]

Slunce a Měsíc v úplňku, dvě nebeská tělesa, která od nepaměti fascinují člověka, jsou přirozeným obrazem kružnice. Spolu se svým cyklickým oběhem byly bezesporu hlavním podnětem pro vytyčování obřadních míst ve tvaru kruhu.

Po celé západní Evropě se nacházejí pozoruhodné megalitické památky – monumenty zahrnující velké hrobky, kamenné kruhy (či kruž-



(a) Stonehenge, 3200–1800 př. Kr.



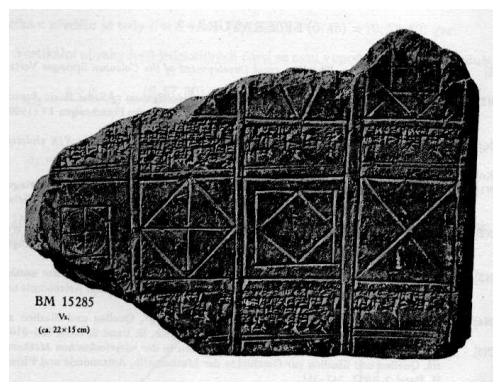
(b) Hrobka v Newgrange, 4000 př. Kr.

Obrázek 1.2: Nejstarší megalitické památky v Evropě

nice) a menhiry.¹ Mnohé z těchto památek jsou starší než pyramidy v Egyptě. Většina z nich poukazuje na pozici Slunce a Měsíce ve vztahu k nějaké významné roční době (hlavně letnímu a zimnímu slunovratu). Snad nejznámější je kamenná kružnice Stonehenge na salisburské planině v Anglii, která sloužila jako sluneční a měsíční kalendář (viz obr. 1.2). Z těch méně známých jmenujme např. Castlerigg v severozápadní Anglii, kde je obvod kruhu vyskládaný z 60 otesaných kamenů. Byl zbudovaný obdobně jako Stonehenge v letech 3200–1800 př. Kr. Donedávna se pokládala existence solárně-lunárního kalendáře za jistotu teprve od roku 2100 př. Kr. Objev královského archivu v Sýrii ale ukázal, že dělení roku do dvanácti lunárních měsíců muselo být zahájeno už uprostřed třetího tisíciletí.²

¹Samostatně stojící obrovské kameny.

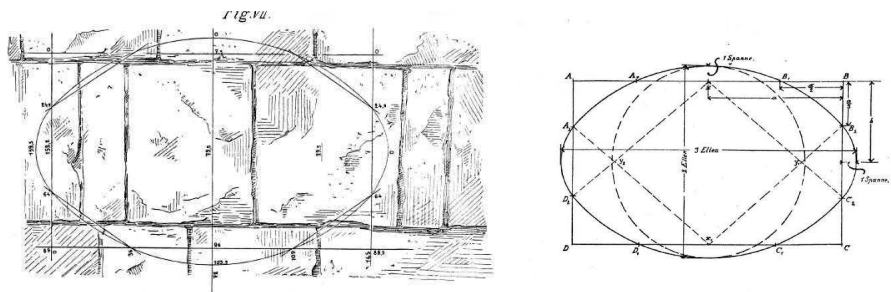
²Čtyři lunární fáze (od novoluní přes ubývající srpek sedmého dne, úplněk 14. dne, ubývající měsíc 21. dne až k jeho „zmizení“ 28. dne) byly dokonce už velmi přesně známy. Dny chybějící do slunečního roku byly pokaždé nastaveny, někdy na začátku, někdy na konci roku, pokud možno tak, že to lunárnímu cyklu nezpůsobilo žádnou škodu. Viz [Ber04, str. 25].



Obrázek 1.3: Tabulka z období starobabylónského, [Beč03, str. 364]

Dějiny Mezopotámie, jedné z nejstarších známých vyspělých civilizací, jsou složité (orientační přehled viz tabulka 1.1 na str. 27). Pro naše potřeby postačí připomenout, že nálezy ze sumerských, babylónských a asyrských měst poukazují na mnohé geometrické znalosti. Na obrázku 1.3 je hliněná tabulka, na které se dochovaly obrázky čtverců a kružnice. Na tabulce jsou zachycena zadání 15 příkladů, k jejichž řešení je třeba znalosti Pythagorovy věty, algoritmů pro výpočet obsahů rovinných geometrických útvarů a řešení kvadratických rovnic. Egyptská civilizace patří snad k nejvíce zkoumaným starověkým civilizacím, přesto je řada věcí kolem její minulosti nejasná. Podle Proklových komentářů k první knize Eukleidových *Základů* (viz odst. 2.2.9) objevili geometrii Egypťané, protože byli nuceni rozměřovat půdu v údolí Nilu, kde byly každoročně záplavami zničeny hranice pozemků. Vědci i amatérští badatelé ze všech koutů světa jsou ale přitahováni zejména Egyptskými pyramidami a geometrickými i astrologickými zákonitostmi „zakódovanými“ v nich. Motivace pro tyto stavby zůstává záhadou. V literatuře se těžko oddělují fakta od hypotéz. Jen stěží můžeme nahlédnout do myšlení a schopností tehdejších lidí a budeme je vždy soudit jen z našeho pohledu. S jistotou můžeme říci, že byli velmi schopnými staviteli a používali v architektuře pokročilé matematické výpočty. Poslední nálezy posouvají datování stále dále do minulosti. Hrubé hieroglyfy se zde objevily přibližně ve stejnou dobu jako mezopotámské klínové písmo.³

³Německý archeolog Günter Dreyer našel v Abydu v roce 1988 tabulky vyrobené z kosti a slonoviny s hrubými hieroglyfy – nejranějšími formami písma na světě. Chrám v nejstarším sumerském městě, Nippuru, představují zvláštní analogii s pyramidami (zřízeny cca 2110–2095 př. Kr.). Viz [Gal05, str. 42].



(a) Kresba oválu publikovaná Borchardtem (b) Jeho první geometrické řešení

Obrázek 1.4: Ovál na stěně chrámu v Luxoru, cca 1200 př. Kr.

V Egyptě se dochovala svědectví o vytyčování chrámů a pyramid. Vytyčování půdorysů bylo náboženským obřadem. Textová svědectví o tom nalzáme na stěnách chrámů v Karnaku, Denderě, Edfu i na dalších místech.⁴ Pro chystanou stavbu se nejprve vytyčila vodorovná rovina pomocí systému kanálů, které byly naplněny vodou.

Celé stanoviště bylo potom vyčištěno a většinou celé vydlážděno. Na takovéto vodorovné ploše byl narýsován půdorys stavby a teprve potom se začalo stavět. O těchto postupech svědčí např. výzkumy na ostrově Filé, kde se půdorysy chrámů dochovaly vyryté do kamenné dlažby; celé stavby však byly později rozebrány na materiál. [Beč03, str. 125]

Kromě půdorysů staveb byly v Egyptě rýsovány některé detaily staveb i v nárysech a bokorysech. V Isidině chrámu na ostrově Filé se dochoval nárys sloupu i s půdorysem ve skutečné velikosti, na chrámové stěně v Luxoru se dochovala konstrukce oválu s hlavní osou delší než 1m, která pochází patrně z doby cca 1200 př. Kr. – viz obr. 1.4.⁵ Zvyk rýsovat části kružeb na podlahách a stěnách chrámů ve skutečné velikosti se objevuje i při stavbě gotických katedrál – viz odstavec 3.1.3.

Bohatá Egyptská mystika používá opět symbol kruhu. Faraón Amenophis IV. dokonce na krátkou dobu (kolem roku 1370 př. Kr.) zavádí poprvé v historii víru v jediného boha – Atona, boha Slunce, a kruh je jeho symbolem. Symbol kruhu jako opakujícího se cyklu se vtiskl také do zvířetníku (zodiaku) – zvěrokruhu, který slouží astrologii. Jeden

⁴Nejzachovalejší text je v Denderě na stěnách chrámu bohyně Hathor. Obraz připojený k tomuto textu má rozměry 1,5 × 3m – viz např. [Beč03, str. 125–126].

⁵V roce 1896 slavný německý egyptolog Ludwig Borchardt (1863–1938) publikoval objev kresby oválu na stěně chrámu v Luxoru v *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde* (Berlin/Leipzig), 34, 1896, str. 75–76.



(a) Náhrobní deska z Mykén, Řecko, cca 1600 př. Kr.



(b) Brána stúpy v Sánčí, Indie, 1. stol. po Kr.

Obrázek 1.5: Spirálovité křivky

z nejstarších zvěrokruhů zachovaný v Hathořině chrámu v Egyptě je na obrázku 1.6.

Nejpropracovanější ukázky rituálního původu a použití matematických pojmů vidíme v rozvoji geometrie s jejím důrazem na symetrii a vzory. [Bar00, str. 78]

Ukázky použití kružnic, oblouků, úseček a ojediněle i jiných křivek najdeme v symetrických vzorech po celém světě snad ve všech dobách. Ve starověku patří mezi nejzajímavější ty, které lze nalézt v souboru hinduistických příruček zvaných *Šulvasútra* (*Pravidla provazce*). Obsahují podrobná geometrická pravidla jak šňůrami vyměřovat oltáře a návody jak je stavět. Ačkoliv byly sepsány někdy v 7.–5. století před Kr.,⁶ jsou založeny na mnohem starších postupech. Záznamy o podobných geometrických konstrukcích se nacházejí v indických písemnostech z doby 1000 př. Kr. a dokládají spolu s knihami *Šulvasútra*, že autoři měli pokročilé znalosti geometrie k tomu, aby rituálním požadavkům vyhověli. Určitě jim byla známa Pythagorova věta, postupy pro konstrukci pravého úhlu a čtverce i postup sestrojení čtverce o stejném obsahu jako má daný

⁶Uvádíme datování podle Juškeviče [Juš77, str. 156], Barrow datuje sepsání *Šulvasútra* (*Pravidel provazce*) do doby 500–200 př. Kr. [Bar00, str. 79].

obdélník. Stejně konstrukce nalézáme v Eukleidových *Základech* o 200 let později.⁷ Kromě *Šulvasútry* existuje ještě další pozoruhodný soubor geometrických myšlenek otištěných do rituálních diagramů, tzv. *jantar* a *mandal* viz obr. 3.2 na str. 73. Tyto geometrické obrazce jsou používány v tibetu a indické tantrické náboženské tradici k meditaci a rozjímání. Každá je symbolickým miniaturním vesmírem. Dnes známé nejstarší dochované obrazce pochází ze 17. století, ale jsou poměrně komplikované, což poukazuje na to, že se určitě dlouho vyvíjeli. Původně byly kresleny na podlahu nebo zem barevnými pastami či práškem. Poněkud trvalejší kopie se dělaly na látky, papír, kov. Není jasné, zda byla indická matematika tak vyspělá, aby dokázala konstruovat tyto tvary systematicky nebo se uplatňovala vysoce rozvinutá geometrická představivost. Někde jsou ke konstrukci trojstranných útvarů se zaoblenými stranami využity oblouky z oválů. Tyto obrazce upoutaly dnešní matematiky z toho důvodu, že připomínají trojúhelníky v neeukleidovských geometriích. Dokonce se ukázalo, že některé z kreseb byly zkonstruovány na zakřivené ploše.⁸ Stejně jako tibetské kláštery byly i velké buddhistické relikviáře, tzv. *stúpy*, budovány podle vzorce vesmírné mandaly, tj. podlaha dómu má komory soustředěné v kruzích kolem symbolické „světové osy“.

1.2. Spirály

V Egypských malbách a výzdobě najdeme kromě kružnic i křivky spirálovitého tvaru. Symbolika spirál na rozdíl od kruhů (vyznačovaných kružnicemi) není tak jasná. Zdá se, že měly představovat pohyb či víření. Nabízí se podobnost se znázorňováním čaker (energetických míst) ve východních naukách. Na buddhistických památkách jsou tyto objekty také velmi časté (viz obr. 1.5(b)). Objevují se i v Řecku, kde je vliv Egypta jasně prokázán (viz obr. 1.5(a) a 1.6(c)). Některé symboly měly i hlubší význam. Např. známé Horovo oko, které slouží jako ochrana proti zlu, je složeno ze symbolů představujících zlomky

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64},$$

které dávají v součtu $\frac{63}{64}$ (viz obr. 1.6). Podle mýtu části rozbitého Horova oka složil bůh Thoth a do celku (jedničky) chybějící $\frac{1}{64}$ mu dává magickou moc.

⁷Viz [Bar00, str. 79].

⁸Viz [Bar00, str. 83].