Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918

Jednoroční učební kurs (JUK)

In: Jiří Mikulčák (author): Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918. (Czech). Praha: Matfyzpress, 2010. pp. 209–212.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/400988

12. JEDNOROČNÍ UČEBNÍ KURZY

Úkolem jednoročních učebních kurzů (JUK), které byly nepovinné a připojovaly se ke třem letům školy měšťanské, bylo doplnit učivo měšťanské školy na úroveň nižších středních škol a umožnit tím přechod na některé odborné školy, které vyžadovaly znalosti vyšší než poskytovala tříletá měšťanská škola.

Osnova i učebnice proto podrobněji probírala čísla celá a operace s nimi, algebraické výrazy, mnohočleny a operace s nimi, lineární rovnice a jejich soustavy. Opakováním bylo řešení úloh finanční aritmetiky, výpočty druhé a třetí mocniny a odmocniny čísel zvláštních.

Učebnicí pro tento kurz byla např. Horčičkova a Nešporova *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí* [J. Horčička, J. Nešpor, 1907] určená pro pokračovací kurzy při měšťanských školách chlapeckých.

Témata z algebry, mnohočlenů, rovnic, celých čísel, mocnin a odmocnin jsou v početnici rozdělena do několika částí, které se metodicky účelně střídají.

Výklady o číslech obecných (proměnných) jsou vždy nejprve motivovány pomocí příkladů s čísly zvláštními. Příklad 5 K, 12 K, 1/2 K napovídá, že v zápise a K o b e c n é číslo a znamená l i b o v o l n ý počet jednotek. *V témže počtu musí znamenati totéž číslo obecné stejné množství jednotek až do konce.* U sčítání ($3+2=5$, $a+b=c$) se uvádí záměna sčítanců, dosazování za proměnnou, přičítání součtu (tj. asociativnost sčítání).

Odčítání rozdílu je uvedeno výpočtem $36-8=36-(10-2)$:

$$36-10=26 \qquad \text{odečetli jsme o 2 více,}$$
$$26+2=28$$
$$36-(10-2)=36-10+2$$
$$a-(b-c)=a-b+c$$

Vyjádření součtu nebo rozdílu stejnojmenných čísel jediným výrazem se nazývá slučování.

Úvodní seznámení s čísly obecnými umožňuje jejich užití ve výkladu čísel vztažných (tj. čísel kladných a záporných). Po příkladech $4-4=0$, $a-a=0$, $4-7=4-(4+3)=4-4-3=0-3$ následuje $a-m$, je-li $m=a+b$:

$$a-(a+b)=a-a-b=0-b,$$

$$8-5=(5+3)-5=5-5+3=0+3=+3,$$
$$(a+b)-a=a-a+b=0+b=b$$

se závěrem, že čísla se znaménkem + slovou čísly kladnými, se znaménkem − čísly zápornými. Čísla kladná a záporná slovou *čísla algebraická* nebo *vztažná* (*relativní*), čísla bez znamének zovou se *čísla prostá* (*absolutní*). Rozlišují se znaménka vztahu a znaménka výkonná, takže v zápisech je potřeba používat závorky, např. $(+3) + (-2)$.

Čísla navzájem protivná (opačná, $+a$, $-a$) se znázorňují na číselné ose a uvádí se jejich uspořádání i užití.

Na příkladech o zisku a ztrátách se ukazuje sčítání a odčítání čísel celých. (V učebnici se dále střídají kapitoly z algebry s kapitolami o výkonech s čísly celými; nebudeme sledovat kapitoly, ale souhrnně uvedeme vše, co patří do jednoho tématu.)

Násobení čísel vztažných $(+4) \times (-3)$ *značí, že jest* $(+4)$ *položiti třikrát odčetně za sčítance, pročež*

$$(+4) \times (-3) = -(+4) - (+4) - (+4) = -4 - 4 - 4 = -12,$$

obecně

$$(+a) \times (-b) = -ab.$$

Podobně v příkladě $(-4) \times (-3)$ jest (-4) položiti třikrát odčetně

$$-(-4) - (-4) - (-4) = +4 + 4 + 4 = +12$$

a obecně

$$(-a) \times (-b) = +ab.$$

U většího počtu činitelů se znamení výsledku určuje podle sudého či lichého počtu činitelů; obdobně při určování znamení mocniny čísla celého. Ze součinu celých čísel vyplyne dělení celých čísel.

Opakováním z nižších ročníků je rozklad čísel v činitele kmenné (tj. v prvočinitele) a určování největší společné míry a nejmenšího společného násobku.

Pojem zlomku, známý z nižších tříd, se poněkud rozšiřuje. Ve zlomku, který je naznačeným podílem, jsou i čísla záporná, např. $3 : (-4) = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$. Početní výkony se zlomky navozují operace s lomenými algebraickými výrazy.

Opakováním je i výklad o poměru a úměře, výpočet neznámého členu v úměře. Užití úměr k řešení trojčlenky (se šipkami) se rozšiřuje na úlohy se složenou trojčlenkou a počet řetězový.

Z nižších ročníků jsou známé počty občanské a kupecké. Jen v počtu procentovém se některé úlohy řeší nejen úsudkem, ale i rovnicí. Počet spolkový má nyní vhodnější název: počet podílný.

Výklad algebry pokračuje sčítáním a odčítáním mnohočlenů. *Mnohočlen odečteme, připíšeme-li jeho členy s opačnými znaménky k menšenci.*

Násobení čísel obecných vede k výkladu mocnin s přirozeným mocnitelem, k násobení mocnin, umocnění součinu a vrcholí násobením mnohočlenů.

Jako pozoruhodné součiny se uvádějí známé vzorce $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ a zpětně čteno $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ a další.

Dělení mocnin uvádí dělení mnohočlenu jednočlenem, vyjímání společného činitele (vytýkání před závorku) a dělení mnohočlenu mnohočlenem. Vychází se ze součinu $(4a^2+3a-8)(2a-3)$ podrobně rozepsaného do dvou řádků, a pak se dělí

$$(8a^3 - 6a^2 - 25a + 24) : (4a^2 + 3a - 8).$$

Dělení $(3x + 2) : (x^2 + 2x - 1)$ *nelze provést, pročež se podíl jen naznačí*

$$\frac{3x + 2}{x^2 + 2x - 1}.$$

Po výkladu rozkladu čísel v prvočinitele se určuje i největší společný dělitel a nejmenší společný násobek i výrazů algebraických:

$4a^3b^2c$	$6a^2b$	2
$2a^3b^2c$	$3a^2b$	a
$2a^2b^2c$	$3ab$	a
$2ab^2c$	$3b$	b
$2abc$	3	

$$[D] = 2 \cdot a \cdot a \cdot b = 2a^2b, \qquad [n] = 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot 2abc \cdot 3 = 12a^3b^2c.$$

Společně se zlomky se krátí a rozšiřují i lomené algebraické výrazy

$$\frac{a-1}{a^2-1} = \frac{a-1}{(a+1)(a-1)} = \frac{1}{a+1};$$

podmínky $a \neq \pm 1$ se neuvádějí. Proberou se čtyři početní výkony se zlomky.

Algoritmy výpočtu druhé a třetí mocniny a odmocniny čísel zvláštních se rozšiřují o odmocniny z proměnných. Přitom se uvádí, že $\sqrt{4} = \pm 2$, protože

$$(+2)^2 = 4 \quad \text{i} \quad (-2)^2 = 4; \qquad \sqrt{a^2} = a, \qquad \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2},$$

tedy v pojetí dnes již překonaném.

Druhá odmocnina výrazu $a^2 + 2ab + b^2$ vyplyne ze známého vzorce, odmocnina $\sqrt[3]{27x^3 - 9x^2 + 9x - 1}$ se počítá algoritmem s chybou:

$$\begin{array}{l}
\sqrt[3]{27x^3 - 9x^2 + 9x - 1} = 3x - 1 \\
- 27x^3 \\
\hline
\qquad\quad - 9x^2 + 9x - 1 \ : \ 9x^2 \\
\qquad\quad \mp 9x^2 \pm 9x \mp 1 \\
\hline
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Uvedený obsah algebry se prolíná s výkladem rovnic. *Spojíme-li dva rovné číselné výrazy rovnítkem, vznikne rovnice.*

$$7a + 8a - 3a = 12a; \qquad 7 \times 8 - 31 = \frac{100}{4}$$

Zápisy $5 = 5$, $7x = 7x$ jsou rovnice totožné (identické) neboli stejniny.

Písmenem x označuje se v rovnici veličina neznámá. *Vypočítáme-li v rovnici hodnotu neznámé, díme, že rovnici řešíme.*

$$x + 5 = 13 \qquad 22 - 1 = 3x$$

$$x = 8 \qquad 7 = x$$

Rovnice zůstává pravou, přičteme-li k oběma stranám nebo odečteme-li od nich rovné číslo:

$$x - 15 = 7$$

$$x - 15 + 15 = 7 + 15$$

$$0$$

$$x = 7 + 15$$

$$x = 22$$

Zkouška: $22 - 15 = 7$.

Z (ekvivalentních) úprav rovnice se uvádí přenesení členu rovnice na druhou stranu s opačným znaménkem, dělení obou stran rovnice týmž číslem, odstranění zlomku z rovnice násobením obou stran rovnice týmž číslem.

Po řešení složitějších rovnic o jedné neznámé všemi úpravami se řeší rovnice o dvou neznámých. Nejprve se ukazuje, že řešení rovnice $4x + 2y = 34$, tj. $x = \frac{34-2y}{4}$ je neurčité; za y zvolíme jakékoliv číslo a x vypočteme:

$$\begin{array}{llllll} y \ldots & 1, & 3, & 5, & 7, & 9 \\ x \ldots & 8, & 7, & 6, & 5, & 4 \end{array}$$

Připojíme-li další rovnici

$$x - y = 1, \qquad x = 1 + y$$

$$\begin{array}{llllll} y \ldots & 1, & 3, & 5, & 7, & 9 \\ x \ldots & 2, & 4, & 6, & 8, & 10 \end{array}$$

zjistíme, že oběma rovnicím vyhovují pouze hodnoty $y = 5$, $x = 6$.

Po příkladech rovnic sporných $8x - 4y = 40$ a $8x - 4y = 68$, kterým nevyhovuje žádné x, y, a rovnic na sobě závislých (jedna je násobkem druhé) se řeší rovnice o dvou neznámých metodou srovnávací a dosazovací a eliminací.