

Teorie grafů, 1736–1963

Příloha 2

In: Pavel Šišma (author): Teorie grafů, 1736–1963. (Czech). Praha: Prometheus, 1997. pp. 146–158.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400877>

Terms of use:

© Šišma, Pavel

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Příloha 2

- [284] Borůvka, O.: O jistém problému minimálním. *Práce Moravské Přírodovědecké společnosti*, 3, 1926, č. 3, s. 37–58.

Jedná se o první článek z teorie grafů od československého autora. Borůvka vyřešil (v dnešní terminologii) otázku nalezení minimální kostry úplného ohodnoceného grafu, jehož ohodnocení je ostré, tzn. že libovolné dvě hrany jsou ohodnoceny různými čísly. Celý problém formuloval a řešil v maticovém tvaru. Borůvka našel velmi efektivní algoritmus, který ovšem v práci podal komplikovaným způsobem. Celá problematika byla studována v souvislosti s praktickým problémem vybudování elektrické rozvodné sítě. Tuto práci citoval Kruskal [402], díky kterému se úloha stala známou.

- [285] Borůvka, O.: Příspěvek k řešení otázky ekonomické stavby elektrovodných sítí. *Elektrotechnický obzor*, 15, 1926, s. 153–154.

V krátkém příspěvku je popsána metoda nalezení minimální kostry úplného ohodnoceného grafu. Celý problém je ilustrován na příkladě, kdy danou množinu bodů v rovině je třeba spojit hranami tak, aby vzniklý systém byl souvislý a součet délek všech hran minimální. Je tak objasněn postup, který byl publikován v [284].

- [286] Jarník, V.: O jistém problému minimálním. (Z dopisu panu O. Borůvkovi.). *Práce Moravské Přírodovědecké společnosti*, 6, 1930, č. 4, s. 57–63.

Jedná se o část dopisu adresovaného profesoru Borůvkovi. Autor reagoval na Borůvkův algoritmus nalezení minimální kostry grafu [284]. Podobně jako Borůvka uvažoval úplný graf s ostrým ohodnocením hran a našel jiný postup řešení této úlohy. Práce upadla v zapomnění a stejný postup objevili znovu nezávisle na sobě v roce 1957 R. C. Prim [412] a v roce 1959 E. W. Dijkstra [413].

- [287] Jarník, V. — Kössler, M.: O minimálních grafech, obsahujících n daných bodů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 63, 1934, s. 223–235.

Autoři studovali problém nalezení takového spojení n bodů v rovině sítí, která má nejkratší možnou délku. Jedná se o zobecnění starého Steinerova

problému z počátku 19. století. J. Steiner tento problém řešil pouze pro tři body.

- [288] Bydžovský, B.: Über eine ebene Konfiguration $(12_4, 16_3)$. *Věstník Královské české společnosti nauk*, 1939.
- [289] Metelka, J.: O jistých konfiguracích $(12_4, 16_3)$ v rovině. *Věstník Královské české společnosti nauk*, 1944.
- [290] Bydžovský, B.: Poznámky k teorii konfigurace $(12_4, 16_3)$. *Časopis pro pěstování matematiky*, 74, 1950, s. 249–251.
- [291] Knichal, V.: O Kirchhoffových zákonech. *Matematicko-fyzikálny sborník Slovenskej akadémie vied a umení*, 2, 1952, č. 3–4, s. 13–29.

V práci je dokázána jednoznačnost a existence řešení soustavy lineárních algebraických rovnic a lineárních diferenciálních rovnic, které popisují chování proudů a napětí v obecné elektrické síti, do jejichž obvodů jsou zapojeny lineární elementy odporové, kapacitní, indukční a zdroje střídavého napětí.

- [292] Bydžovský, B.: Über zwei neue ebene Konfigurationen $(12_4, 16_3)$. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (79) 4, 1954, č. 3, s. 193–218.
- [293] Fiedler, M.: Geometrie simplexu v E_n I, II, III. *Časopis pro pěstování matematiky*, 79, 1954, s. 297–320; 80, 1955, s. 462–476; 81, 1956, s. 182–223.

V práci jsou studovány vlastnosti simplexů v E_n . V první části je např. řešena otázka, za jakých podmínek existuje n -simplex, je-li o jeho vnitřních úhlech předepsáno, které jsou ostré, které pravé a které tupé. V druhé části práce jsou studovány význačné množiny simplexů a dokazují se věty o isogonální příbuznosti. Ve třetí části se studují vlastnosti některých speciálních druhů simplexů.

- [294] Jakubík, J.: O grafickém izomorfizme struktur. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 4 (79), 1954, č. 2, s. 131–142.

V práci jsou řešeny následující problémy:

1. Najít svaz, jehož neorientovaný graf je izomorfní s grafem daného konečného svazu.
2. Najít nutnou a postačující podmínku pro to, aby každý svaz S' , jehož graf je izomorfní s grafem konečného svazu S , byl izomorfní se svazem S .

- [295] Čulík, K.: Poznámka k problému K. Zarankiewiczze *Práce Brněnské základny Československé Akademie Věd*, 27, 1955, č. 7, s. 341–348.

V obecném případě můžeme problém K. Zarankiewiczze formulovat takto: Nechť symbol $A_n^m(k)$ označuje matici typu m/n vytvořenou z k čísel rovných nule a $mn - k$ čísel různých od nuly. Řekneme, že matice $A_n^m(k)$

má vlastnost $z(i, j)$, jestliže existuje její podmatice $P_j^i(ij)$, tj. podmatice typu i/j a hodnoti nula. Konečně nechť K je množina všech čísel k , pro něž platí, že každá matice $A_n^m(k)$ má vlastnost $z(i, j)$. Pro čísla i, j, m, n definujeme funkci $Z_{i,j}(m, n) = \min_{k \in K} k$. Problém spočívá v nalezení hodnot této funkce. Práce navazuje na článek polského matematika W. Sierpińskiego, který odvodil několik hodnot funkce $Z_{i,j}(m, n)$. Vzorec pro výpočet hodnot této funkce odvodil Čulík v práci [301].

- [296] Havel, V.: Poznámka o existenci konečných grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 80, 1955, č. 4, s. 477–480.

V práci je uveden algoritmus, podle něhož lze rozhodnout, zda posloupnost přirozených čísel a_1, a_2, \dots, a_n je grafová, tedy zda existuje konečný graf, jehož uzly mají stupně rovny členům posloupnosti.

- [297] Kotzig, A.: Príspevok k teórii eulerovských polyédrov. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 5, 1955, č. 2, s. 101–113.

V práci jsou dokázána následující tvrzení:

1. V každém eulerovském mnohostěnu existuje nejméně jedna hrana taková, že součet stupňů vrcholů incidentních s touto hranou je ≤ 13 .
2. Jestliže mnohostěn má pouze vrcholy stupně ≥ 4 , pak číslo 13 v předcházející větě je možno snížit na 11.

- [298] Kotzig, A.: O istých rozkladoch grafu. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 5, 1955, č. 3, s. 144–151.

V práci je zaveden pojem *stupeň souvislosti mezi uzly* a pomocí tohoto pojmu je definována jistá relace ekvivalence mezi uzly grafu. Těchto pojmu je dále využito ke studiu rozkladů pravidelných grafů na lineární faktory.

- [299] Metelka, J.: O rovinných konfiguracích $(12_4, 16_3)$. *Časopis pro pěstování matematiky*, 80, 1955, č. 2, s. 133–145.

- [300] Metelka, V.: O jistých rovinných konfiguracích $(12_4, 16_3)$, které obsahují aspoň jeden bod typu D. *Časopis pro pěstování matematiky*, 80, 1955, č. 2, s. 146–151.

- [301] Čulík, K.: Teilweise Lösung eines verallgemeinerten Problems von K. Zarankiewicz. *Annales Polonici Mathematici*, 3, 1956, č. 1, s. 165–168.

V práci je odvozen vzorec pro určení hodnot funkce $Z_{i,j}(m, n)$, která byla definována v práci [295].

- [302] Kotzig, A.: Význam kostry grafu pre konštrukciu kompozičných báz istých čiastočných grafov. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 6, 1956, č. 2, s. 68–77.

V práci autor vychází ze základních vět o kostře grafu a o fundamentálním systému kružnic. Je zkoumána možnost existence kompozičních bází kružnic grafu, které nejsou fundamentálním systémem kružnic žádné kostry grafu, ale také zda existují kompoziční báze kružnic, které jsou fundamentálním systémem kružnic několika koster.

- [303] Kotzig, A.: Poznámky k Listingovej vete o rozklade grafu na otvorené ťahy. *Časopis pro pěstování matematiky*, 81, 1956, č. 4, s. 396–404.

V práci je odvozeno několik vět pro pravidelné grafy lichého stupně, které navazují na Listingovu větu o rozkladu grafu na otevřené tahy. Je odvozena nutná podmínka pro existenci systému otevřených tahů se stejným počtem hran.

- [304] Kotzig, A.: Eulerovské čiary a rozklady pravidelného grafu párneho stupňa na dva faktory rovnakého stupňa. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 6, 1956, č. 3, s. 133–136.

Práce se zabývá rozklady pravidelného grafu $2n$ -tého stupně na dva faktory n -tého stupně pomocí tzv. střídavého zařazování hran eulerovského tahu grafu. Je ukázána možnost zobrazení systému všech eulerovských tahů souvislého pravidelného grafu sudého stupně na systém všech jeho rozkladů na dva faktory stejného stupně.

- [305] Kotzig, A.: *Súvislosť a pravidelná súvislosť konečných grafov*. Bratislava, 1. vyd., 1956.

Práce je rozdělena do čtyř částí. Autor nejprve na několika stranách definuje základní pojmy (např. podgraf, faktor, primitivní graf, tah, cesta, kružnice ap.). V druhé části se zabývá rozklady grafů, které charakterizují jeho souvislost. Třetí část je zaměřená na souvislost v pravidelných grafech. Poslední část doplňuje a systematizuje předcházející výsledky a navazuje na práci [302].

- [306] Sedláček, J.: O jednom extrémním rovinném grafu. *Časopis pro pěstování matematiky*, 81, 1956, č. 4, s. 426–430.

Příspěvek navazuje na práci A. Errery [180], zobecňující známý problém tří studní. J. Sedláček určil maximální počet neprotínajících se oblouků, které spojují body x_i, y_j, z_l ($1 \leq i \leq a_1, 1 \leq j \leq a_2, 1 \leq l \leq a_3, 2 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3$) v rovině, při čemž se připouštějí jen oblouky $\overline{x_i y_j}, \overline{x_i z_l}, \overline{y_j z_l}$.

- [307] Čulík, K.: O jedné vlastnosti celočíselných nezáporných řešení rovnice $\sum_{i=1}^k r_i = n$. *Časopis pro pěstování matematiky*, 82, 1957, č. 3, s. 353–359.

Řešením rovnice $\sum_{i=1}^k r_i = n$, kde k, n jsou daná přirozená čísla, rozumíme systém $\{r_i\}_{i=1}^k$ celých a nezáporných čísel $r_i, i = 1, 2, \dots, k$, který vyhovuje rovnici. Autor řeší otázku, pro která řešení této rovnice nabývá výraz $\sum_{i=1}^k \binom{r_i}{c}$, kde $c \geq 0$ je celé dané číslo, minimální hodnoty a jaká je tato hodnota. Otázka souvisí s problémem K. Zarankiewicz.

- [308] Čulík, K.: O cyklických grafech. *Časopis pro pěstování matematiky*, 82, 1957, č. 4, s. 462.

Jedná se o vlastní referát o přednášce proslovené v Brně 13. 5. 1957. V práci jsou uvedeny některé výsledky, které byly později publikovány v [316]. Grafy jsou zde studovány v souvislosti s binárními relacemi.

- [309] Čulík, K.: Theorie zobecněných konfigurací. *Práce Brněnské základny Československé Akademie Věd*, 29, 1957, č. 5, s. 225–255.

V práci je studován pojem *zobecněné konfigurace*. Je-li dán neorientovaný graf G a předem zadán nějaký jeho chromatický rozklad, lze tuto dvojici (graf a jeho rozklad) nazvat zobecněnou konfigurací. Pozornost je věnována takovým grafům bez smyček, pro něž je chromatický rozklad konečný a uspořádaný (tedy je pevně určeno, které prvky konfigurace jsou prvního, druhého, ..., k -tého druhu). Pokud graf neobsahuje izolované uzly nazýváme tuto konfiguraci *königovskou*.

- [310] Fiedler, M.: Über qualitative Winkeleigenschaften der Simplexe. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 7, 1957, č. 3, s. 463–478.

V první části práce se studují kvalitativní vlastnosti vnitřních úhlů k -rozměrných hran n -simplexů ($2 \leq k \leq n$) za pomoci jistého ohodnoceného grafu. V druhé části jsou zkoumány pravoúhlé n -simplexy.

- [311] Fiedler, M.: Einige Sätze aus der metrischen Geometrie der Simplexe in euklidischen Räumen. *Schr. Forschungsinst. Math.*, 1, 1957, s. 157.

Práce navazuje na [293]. Autor odvodil některé jednoduché geometrické vlastnosti simplexů, jejichž grafem je orientovaná hrana.

- [312] Kotzig, A.: Z teórie konečných pravidelných grafov tretieho a štvrtého stupňa. *Časopis pro pěstování matematiky*, 82, 1957, č. 1, s. 76–92.

V článku se pojednává o systémech úhlů konečného grafu a o jejich vztahu k systému všech eulerovských podgrafů daného grafu. Ze získaných výsledků se odvozují důsledky pro pravidelné grafy třetího stupně obecně a zvláště pak pro takové, které mají alespoň jeden lineární faktor, resp. které se dají rozložit na tři lineární faktory. Na základě těchto poznatků jsou odvozeny věty o existenci lineárních faktorů a hamiltonovských kružnic v jistých pravidelných grafech čtvrtého stupně.

- [313] Metelka, V.: Rovinné konfigurace $(12_4, 16_3)$, které obsahují D-body. *Časopis pro pěstování matematiky*, 82, 1957, č. 4, s. 385–439.

- [314] Sedláček, J.: O konečných orientovaných grafech. *Časopis pro pěstování matematiky*, 82, 1957, č. 2, s. 195–215.

Práce má čtyři části. První část obsahuje definice základních pojmů. V druhé se studují báze hran sítí (tj. úplných orientovaných grafů). Část

třetí je věnována dobře orientovaným grafům (tj. grafům, v nichž z každého uzlu můžeme dojít po dráze do každého dalšího). Ukazuje se souvislost s algebraickým pojmem nerozložitelné matice a odhad počtu cyklů dobře orientovaného grafu. Čtvrtá část si všímá acyklických grafů.

- [315] Bílý, J. — Fiedler, M. — Nožička, F.: Die Graphentheorie in Anwendung auf das Transportproblem. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (83) 8, 1958, č. 1, s. 94–121.

V práci je využito poznatků teorie grafů k odvození několika vět, které tvoří teoretický základ k řešení dopravního problému. Na několika příkladech je ilustrováno praktické užití uvedené metody. Autoři v krátkosti ukazují historii tohoto problému.

- [316] Čulík, K.: Zur Theorie der Graphen. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 2, s. 133–155.

V práci se zavádí základní algebraické pojmy (obecné) teorie grafů (v analogii k teorii grup) a dokazují některé základní věty o vztazích mezi nimi. Jestliže specializujeme podmínky kladené na grafy, ukazuje se, že obecnými definicemi jsou zavedeny nové pojmy a obecnými větami získány nové výsledky, např. v teorii částečně uspořádaných množin (např. pojmy homomorfismu, jednoduchosti a souvislosti).

- [317] Čulík, K.: O cyklech cyklických grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 4, s. 440–450.

Vyšetřují se otázky existence, počtu a délky cyklů a oboustranně nekonečných drah grafu $F(\varrho)$, jehož binární relace ϱ splňuje podmínku cykličnosti (Z_k) , která je do jisté míry analogická (pro $k = 3$) podmínce tranzitivity. Přitom se využívá pojmů a výsledků z [316]. Dokazuje se například, že graf, který obsahuje alespoň jeden cyklus a který je souvislý, je Z_k -grafem právě tehdy, když je homomorfním vzorem cyklu délky k ($k \geq 3$).

- [318] Čulík, K.: O kritických grafech. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 4, s. 472–473.

Vlastní referát o přednášce proslovené dne 14. 4. 1958 v Brně. Je studován pojem chromatického rozkladu konečného neorientovaného grafu $F(\varrho)$, ($\varrho \subset F \times F$ je areflexivní a symetrická binární relace), kterým se rozumí rozklad \bar{F} na množině F , který splňuje podmínku $x, y \in P, P \in \bar{F} \Rightarrow (x, y) \notin \varrho$.

- [319] Fiedler, M. — Sedláček, J.: O W -básích orientovaných grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 2, s. 214–225.

V práci se hovoří o jistých podgrafech orientovaných grafů, které autoři nazývají W -báze. Souvislý orientovaný graf G s jediným uzlem, který není koncový pro žádnou hranu G , nazýváme W -graf; je-li W -graf stromem, mluvíme o W -stromě. W -bází orientovaného grafu G rozumíme

takový jeho podgraf, který obsahuje všechny uzly grafu G a každá jeho komponenta je W -strom. Tento pojem má jistý význam jednak pro acyklické, jednak pro dobře orientované grafy. Ukazuje se také souvislost těchto podgrafů s determinanty.

- [320] Kosmák, L.: Poznámka o řešeních rovnice $\sum_{i=1}^k r_i = n$ celými nezápornými čísly. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 1, s. 80–82.

V článku je podán jednodušší důkaz některých vztahů práce [307], který umožňuje i jisté zesílení v ní uvedených tvrzení.

- [321] Kotzig, A.: Rozklad konečného pravidelného grafu nepárneho stupňa na dva faktory. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 1, s. 27–32.

V práci je odvozena nutná a postačující podmínka pro existenci rozkladu konečného pravidelného grafu G $(2n + 1)$ -ního stupně na dva faktory a to na faktor n -tého stupně a faktor $(n + 1)$ -ního stupně pro libovolné přirozené číslo n . Takový rozklad existuje právě tehdy, když v G existuje Listingův systém tahů, ve kterém má každý tah lichý počet hran.

- [322] Kotzig, A.: Poznámka k rozkladom konečných párných pravidelných grafov na lineárne faktory. *Časopis pro pěstování matematiky*, 83, 1958, č. 3, s. 348–354.

V práci je studován vztah mezi počtem kružnic v kompozicích lineárních faktorů daného rozkladu konečného bipartitního pravidelného grafu G $(2n + 1)$ -ního stupně a počtem jeho uzlů. Je odvozena nutná podmínka pro existenci takového rozkladu konečného bipartitního pravidelného grafu na lineární faktory taková, že kompozice libovolných dvou různých faktorů rozkladu je hamiltonovskou kružnicí grafu.

- [323] Pták, V.: Ob odnoj kombinatornoj tēoreme i jejo primenēnii k něotricatēlnym matricam. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (83) 8, 1958, č. 4, s. 487–495.

Celá řada vlastností nezáporných matic má čistě kombinatorický charakter. Autor se zabýval touto otázkou a podařilo se mu najít prostý kombinatorický princip, který tvoří podstatu mnoha vlastností nezáporných matic.

- [324] Pták, V. — Sedláček, J.: Ob indēkse imprimitivnosti něotricatēlnych matric. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (83) 8, 1958, č. 4, s. 496–501.

Práce navazuje na [323] a některé její výsledky využívá ke zkoumání indexu imprimitivity nezáporných matic.

- [325] Sedláček, J.: O konstrukcích orientovaných grafů. *Pokroky Matematiky, Fyziky a Astronomie*, 3, 1958, č. 3, s. 273–276.

V práci je Listingova věta formulovaná pro neorientované grafy zobecněna na grafy orientované.

- [326] Sedláček, J.: Poznámka k jednomu problému o eulerovských grafech. *Matematicko-fyzikální časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 8, 1958, č. 3, s. 151–154.

Práce navazuje na výsledky O. Oreho a F. Baeblera, kteří studovali eulerovské grafy, v nichž existuje uzel c takový, že každá kružnice grafu prochází uzlem c . Autor ukazuje některá možná zobecnění studovaného problému.

- [327] Čulík, K.: O lexikografickém součtu částečně uspořádaných množin. *Časopis pro pěstování matematiky*, 84, 1959, č. 1, s. 16–30.

V práci je ukázáno, že nikoli každá částečně uspořádaná množina je lexikografickým součtem systému částečně uspořádaných a lexikograficky nerozložitelných množin přes částečně uspořádanou a lexikograficky nerozložitelnou množinu. Dále se studují základní vlastnosti vložených částečně uspořádaných podmnožin, rozklady ve vložené a lexikograficky nerozložitelné částečně uspořádané podmnožiny a faktorové částečně uspořádané množiny, které jsou lexikograficky nerozložitelné, na dané částečně uspořádané množině.

- [328] Čulík, K.: On chromatic decompositions and chromatic numbers of graphs. *Spisy Přírodovědecké Fakulty University Brno*, 1959, č. 4, s. 177–185.

Autor odvodil nutnou a postačující podmínku, kdy má daný neorientovaný graf dané uzlové chromatické číslo. Vyslovil hypotézu ekvivalentní hypotéze čtyř barev.

- [329] Čulík, K.: Über die Homomorphismen der teilweise geordneten Mengen und Verbände. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 9, 1959, č. 4, s. 496–518.

V práci se zavádí a studují tři typy homomorfismů teorie částečně uspořádaných množin. Teorie těchto homomorfismů je velmi podobná teorii homomorfismů grafů. Přitom se ukazuje, že základní pojmy této teorie jsou přirozeným způsobem svázány s pojmem lexikografického součtu a lexikografické nerozložitelnosti částečně uspořádaných množin.

- [330] Kotzig, A.: O rovnovážně orientovaných konečných grafoch. *Časopis pro pěstování matematiky*, 84, 1959, č. 1, s. 31–45.

V práci se studují některé vlastnosti takzvaných rovnovážně orientovaných grafů, kterými se rozumí orientované grafy bez izolovaných uzlů, ve kterých počet hran směřujících do libovolného uzlu je roven počtu hran z něj vystupujících. Navazuje se zde na známé věty o rozkladu takových grafů na cykly, dále na některé věty o vlastnostech eulerovských grafů

a odvozují se věty umožňující nebo usnadňující stanovení počtu různých rovnovážně orientovaných podgrafů daného orientovaného grafu. Ukazuje se zde nakonec na možnost aplikací získaných výsledků při řešení úlohy stanovit počet různých lineárních faktorů v daném bipartitním grafu.

- [331] Kotzig, A.: Z teórie konečných grafov s lineárnym faktorom I. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 9, 1959, č. 2, s. 73–91.

V práci se zkoumají novým způsobem základní vlastnosti konečných grafů obsahujících nejméně jeden lineární faktor. Je definováno jádro grafu a relace Λ a Ω na množině uzlů grafu. Vyšetřují se základní vlastnosti těchto relací.

- [332] Kotzig, A.: Z teórie konečných grafov s lineárnym faktorom II. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 9, 1959, č. 3, s. 136–159.

Práce je pokračováním [331]. V úvodu je definován *nasycený graf* a jsou odvozeny jeho základní vlastnosti. Zvláštní pozornost je věnována grafům s lineárním faktorem a s nulovým jádrem. Ze získaných výsledků je možno odvodit řadu vět o pravidelných grafech s lineárním faktorem.

- [333] Novák, J.: Užití kombinatoriky ke studiu rovinných konfigurací $(12_4, 16_3)$. *Časopis pro pěstování matematiky*, 84, 1959, č. 3, s. 257–281.

- [334] Sedláček, J.: O jednom typu dobře orientovaných grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 84, 1959, č. 1, s. 7–15.

Práce si všímá dobře orientovaných grafů, jejichž všechny cykly procházejí týmž uzlem, který nazýváme centrem grafu. Zejména se studují konečné neorientované grafy G , jejichž každý uzel lze pokládat za centrum dobře orientovaného grafu \vec{G} , který vznikne vhodnou orientací hran grafu G .

- [335] Sedláček, J.: O incidenčních maticích orientovaných grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 84, 1959, č. 3, s. 303–316.

V této práci se ukazuje, že mnohé vlastnosti matic je možno studovat prostřednictvím teorie orientovaných grafů. Zejména se zde studují primitivní nezáporné nerozložitelné matice. Je známo, že některé vlastnosti spektra symetrické matice je možno odvodit z geometrických vlastností neorientovaného grafu, pro nějž je tato matice maticí sousednosti. Některé výsledky jsou odvozeny i pro matice odpovídající orientovaným grafům.

- [336] Čulík, K.: K jedné extrémální úloze o chromatických číslech konečných grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 85, 1960, č. 1, s. 14–17.

V této práci se studuje otázka, jak se změní chromatické číslo konečného neorientovaného grafu, když k němu přidáme předepsaný počet dalších hran.

- [337] Čulík, K.: Úloha č. 1. *Časopis pro pěstování matematiky*, 85, 1960, s. 92.

Autor zobecnil úlohu nalezení minimální kostry. Cílem úlohy je konstrukce minimálního souvislého podgrafu grafu G , který obsahuje všechny uzly grafu G a při odstranění libovolné hrany zůstává nadále souvislý.

- [338] Čulík, K.: K jednomu minimálnímu problému O. Borůvky. *Časopis pro pěstování matematiky*, 85, 1960, č. 1, s. 93–94.

Jedná se o vlastní referát K. Čulíka o přednášce proslovené dne 4. 5. 1959 v Brně. Ve stručnosti je zachycen dosavadní vývoj řešení problému nalezení minimální kostry grafu (O. Borůvka, V. Jarník, J. B. Kruskal, A. Kotzig). Je ukázáno, že v případě neostrého ohodnocení hran grafu můžeme dostatečně malou změnou ohodnocení dosáhnout ohodnocení ostrého, aniž to bude mít vliv na minimální kostru co do její minimality.

- [339] Kotzig, A.: Z teórie konečných grafov s lineárnym faktorom III. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 10, 1960, č. 4, s. 205–215.

Práce je završením výsledků získaných v [331, 332]. V práci jsou vyšetřovány vlastnosti obecných grafů, ve kterých pro libovolné dva uzly platí, že jsou v relaci Ω , a potom nasycených grafů se stejnou vlastností.

- [340] Machek, J.: A note on the solution of the transportation problem by the simplex method. *Časopis pro pěstování matematiky*, 85, 1960, č. 1, s. 44–50.

V práci je z obecné simplexové metody lineárního programování odvozen algoritmus pro řešení tzv. dopravního problému, který byl doposud řešen geometrickou cestou.

- [341] Mařík, J. — Pták, V.: Norms, spectra and combinatorial properties of matrices. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (85) 10, 1960, č. 2, s. 181–196.

Hlavní výsledek práce je tento: Položme $|A| = \max_i \sum_k |a_{ik}|$ pro libovolnou matici $A = (a_{ik})$. Buď n přirozené číslo. Pak $n^2 - n + 1$ je minimum ze všech čísel q s následující vlastností: Je-li A matice řádu n taková, že $|A| = \dots = |A^q| = 1$, pak $|A^r| = 1$ pro všechna r .

- [342] Sekanina, M.: On an ordering of the set of vertices of a connected graph. *Spisy Přírodovědecké Fakulty University Brno*, 1960, č. 4, s. 137–141.

Autor ukázal, že třetí mocnina libovolného souvislého grafu je hamiltonovsky souvislý graf.

- [343] Čulík, K.: Some notes on finite state languages and events represented by finite automata using labelled graphs. *Časopis pro pěstování matematiky*, 86, 1961, č. 1, s. 43–55.

Teorie pojmenovaných grafů je využito k důkazu ekvivalence pojmů jazyka s konečně mnoha stavy s pojmem jevu representovatelného konečnými automaty. Dále jsou uvedeny některé možnosti zobecnění nebo specialisace pojmů gramatiky s konečně mnoha stavy a pojmu konečného automatu (zejména je zaveden pojem nedeterminovaného konečného automatu).

- [344] Fiedler, M.: Über die qualitative Lage des Mittelpunktes der umgeschriebenen Hyperkugel in n -Simplex. I. *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae*, 2, 1961, č. 1, s. 2–51.

Autor navazuje na předcházející své práce [293, 310]. Pojmů teorie grafů využívá ke studiu n -simplexů a speciálních typů matic.

- [345] Fiedler, M. — Nožička, F.: Ob odnom kritérii v teorii transportnoj problemy. *Czechoslovak Mathematical Journal*, (86) 11, 1961, č. 2, s. 204–212.

Práce navazuje na [315], kde bylo definováno tzv. prosté řešení dopravního problému, které má v praxi značný význam. Autoři odvodili kritérium, které umožní stanovit, zda nalezené řešení je prosté. Vše je ilustrováno řešenými příklady.

- [346] Koman, M.: Úloha o šachovnici a její zobecnění v teorii grafů. *Časopis pro pěstování matematiky*, 86, 1961, č. 3, s. 344–351.

V první části práce se řeší úloha o počtu různých n -tahových přemístěních věže na šachovnici o p, q polích z pole P na pole P' . V druhé části je úloha zobecněna pro speciální třídu orientovaných grafů.

- [347] Kotzig, A.: Súvislé podgrafy s minimálnou hodnotou v konečnom súvislom grafe. *Časopis pro pěstování matematiky*, 86, 1961, č. 1, s. 1–6.

V článku autor zobecňuje problém nalezení minimální kostry grafu na grafy, které nejsou ohodnoceny ostře. Těžiště práce spočívá v odvození nutné a postačující podmínky pro existenci jediné minimální kostry v takovém grafu.

- [348] Kotzig, A.: Ob osnovach grafov porjadka vysšego, čem pervogo. *Časopis pro pěstování matematiky*, 86, 1961, č. 3, s. 288–307.

Práce je věnována kostrám k -tého řádu, kterými rozumíme minimální souvislý podgraf grafu G , který obsahuje všechny uzly grafu G a zůstává souvislým po odstranění méně jak k libovolných hran. Autor odvodil nutnou a postačující podmínku pro existenci takové kostry a našel metodu její konstrukce. Jsou zde naznačeny možnosti praktického využití těchto výsledků.

- [349] Kotzig, A.: Beitrag zur Theorie der endlichen gerichteten Graphen. *Wissenschaftliche Zeitschrift Universität Halle*, X/1, 1961, s. 118–125.

Práce navazuje na některé výsledky z prací [298, 305] týkající se otázek souvislosti neorientovaných grafů. Problém je rozšířen na grafy orientované. Tím práce rozvíjí teorii orientovaných grafů, kterou Kotzig studoval již v práci [330]. Je definován pojem *symetricky orientovaný graf* a jsou studovány jeho vlastnosti.

- [350] Bosák, J.: Vyšetřovanie grafov pomocou matic. *Časopis pro pěstování matematiky*, 87, 1962, č. 3, s. 284–289.

V práci jsou definovány čtyři číselné funkce čtvercových matic. Je uveden rekurentní způsob výpočtu hodnot těchto funkcí a použití těchto funkcí na určení počtu některých podgrafů, faktorů, kružnic, hamiltonovských kružnic a cest daného grafu.

- [351] Bosák, J.: O istej triede orientovaných grafov. *Matematicko-fyzikálny časopis Slovenskej Akadémie Vied*, 12, 1962, s. 81–84.

V práci jsou studovány vlastnosti $(u, v)_m$ -grafů. Takto nazýváme konečné orientované grafy \vec{G} , obsahující uzly $u \neq v$ takové, že \vec{G} můžeme rozložit na m tahů z uzlu u do uzlu v .

- [352] Doležal, V. — Vorel, Z.: Theory of Kirchhoff's networks. *Časopis pro pěstování matematiky*, 87, 1962, č. 4, s. 440–476.

V práci je zaveden pojem abstraktní sítě, který je jistým zobecněním pojmu elektrické sítě se soustředěnými parametry. Abstraktní síť je definována pomocí grafu, který charakterizuje topologickou strukturu sítě, a zobecněné impedanční matice Z , jejíž prvky jsou z nějakého tělesa T . Je ukázána transformace proměnných, která převede úlohu řešení sítě v časové oblasti na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic vyřešených vzhledem k nejvyšším derivacím. Odtud jsou odvozeny některé výsledky týkající se kompatibility počátečních podmínek.

- [353] Doležal, V. — Prokop, J. — Vorel, Z.: Úloha teorie grafů při řešení elektrických sítí. *Aplikace Matematiky*, 7, 1962, č. 5, s. 331–343.

Práce podává přehled těch metod řešení elektrických obvodů se soustředěnými prvky, které využívají topologických vlastností obvodů. V první části je formulován problém pasivní elektrické sítě a uvedena Kirchhoffova pravidla. V druhé části jsou uvedeny některé modernější metody, které jsou vhodné i k řešení sítí s aktivními prvky.

- [354] Kotzig, A.: Postrojenije gamiltonovskich grafov tret'ej stepeni. *Časopis pro pěstování matematiky*, 87, 1962, č. 2, s. 148–168.

Práce obsahuje výsledky studia hamiltonovských grafů třetího stupně (hamiltonovským grafem se rozumí takový graf, který se dá rozložit na lineární faktory tak, že kompozice libovolných dvou z těchto faktorů je hamiltonovskou kružnicí grafu). Je odvozena jednoduchá metoda umožňující pomocí dvou základních konstrukčních prvků sestavit libovolný hamil-

tonovský graf třetího stupně. Je přitom ukázáno, že stačí vyjít z nejjednoduššího takového grafu, kterým je graf sestávající ze dvou uzlů a ze tří hran, které tyto uzly spojují. Několik poznámek je věnováno i rovinným hamiltonovským grafům třetího stupně, zejména je ukázáno, že neexistuje takový bipartitní hamiltonovský graf třetího stupně s více než dvěma uzly, který by byl rovinný.

- [355] Kotzig, A.: Ob odnom metodě issledovanija koněčnych grafov. *Časopis pro pěstování matematiky*, 87, 1962, č. 4, s. 477–488.

V práci je rozebrána metoda zkoumání konečných grafů, která spočívá v tom, že se odvozují a využívají důsledky, které vyplývají ze dvou jednoduchých podmínek kladených na zkoumanou vlastnost T jisté třídy grafů \mathcal{G} . Ukazuje se, že výsledky získané touto cestou usnadňují cestu pro řešení nových problémů. Jako příklady vlastnosti T jsou uvedeny: G je souvislý graf, v G existuje alespoň jeden lineární faktor, G je rovinný graf, v G existuje hamiltonovská kružnice ap.