8 Zlatý řez v přírodě

Na začátku kapitoly musím čtenáře upozornit, že veškerá tvrzení o výskytu zlatého řezu, logaritmické spirály, pravidelného pětiúhelníku a dalších geometrických útvarů v přírodě jsou poněkud nadnesená, jelikož například pravidelný pětiúhelník je abstraktní pojem a v přírodě jej nenajdeme. Veškeré informace o výskytu zlatého řezu v přírodě jsou založené na základě opakovaných a následně aproximovaných měření. Mluvím-li v následujícím textu kupříkladu o již zmíněném pravidelném pětiúhelníku, mám na mysli útvar, který by mohl být modelem tohoto skutečného pětiúhelníku, protože nám ho na první pohled připomíná. V neživé přírodě mají například krystaly některých minerálů tvary pravidelných mnohostěnů i dalších těles, na kterých můžeme poměr zlatého řezu nalézt (obr. XI v příloze B). Zlaté číslo a konečné úseky Fibonacciho posloupnosti (která, jak víme, se zlatým řezem úzce souvisí) se rovněž objevují i v přírodě živé.

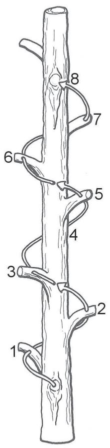
V mnoha přírodních útvarech můžeme pozorovat logaritmickou spirálu, která ve speciálním případě se zlatým řezem opět úzce souvisí (viz podkapitola 3.3). Do této spirály se seskupují oblaka (obr. XII v příloze B), hvězdy galaxií (obr. XIII v příloze B), semínka v květu slunečnice (obr. XIV v příloze B) aj.

Tvar logaritmické spirály mají i schránky některých měkkýšů. V této souvislosti je pravděpodobně nejznámější hlavonožec loděnka hlubinná (nautilus pompilius). Tento živočich, pocházející z druhohor, žije v západní části Tichého oceánu. Díky speciálnímu tvaru své schránky nemusí během růstu měnit tvar těla (obr. XV v příloze B).

Výsledky výzkumů biologa Vance A. Tuckera publikované v listopadu 2000 v *Journal of Experimental Biology* ukazují, že sokoli drží při útoku na kořist hlavu zpříma a sledují přitom logaritmickou spirálu. Díky tomu, že odchylka tečny a průvodiče je v každém bodě spirály stejná, umožňuje jim tato dráha neustále sledovat cíl při maximální možné rychlosti. Při přímé trase letu by vzhledem k postavení očí museli mít hlavu otočenou o 40°, což by je značně zpomalovalo [16].

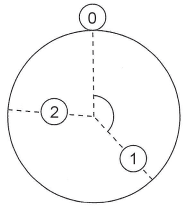
8.1 Rostliny

Fibonacciho čísla se objevují ve fylotaxi rostlin, oboru zabývajícím se uspořádáním listů na stonku. Tento termín zavedl **Charles Bonnet**.[1] V první polovině 19. století vznikla matematická fylotaxe. U jejího zrodu stáli **Karl Friedrich Schimper**,[2] **Alexander Braun**,[3] **August Bravais**[4] a jeho starší bratr **Louis Bravais**.[5]



Obrázek 8.1: Rozmístění listů na stonku

Tito badatelé dospěli k závěru, že růst listů na stonku lze ve většině případů popsat pomocí zlomků, jejichž čitatel i jmenovatel je Fibonacciho číslo, přičemž člen Fibonacciho posloupnosti ve jmenovateli je vždy ob jeden člen větší, než v čitateli. Jedná se tedy o zlomky ve tvaru $\frac{F_n}{F_{n+2}}$, kde F_j $(j \geq 1)$ jsou prvky Fibonacciho posloupnosti. Představme si, že místy, kde vyrůstá list ze stonku, proložíme spirálu (tato spirála se nazývá genetická spirála). Číslo v čitateli zlomku udává počet otáček spirály mezi dvěma listy, které rostou nad sebou, číslo ve jmenovateli zlomku odpovídá počtu listů, které se nalézají na úseku spirály mezi dvěma nad sebou umístěnými listy. V praxi má fylotaktický poměr $\frac{1}{3}$ například ostružina nebo buk, poměr $\frac{2}{5}$ jabloň nebo meruňka, poměr $\frac{3}{8}$ hrušeň, vrba nebo topol atd (obr. 8.1).



Obrázek 8.2: Divergenční úhel

Rozmístění listů na stonku má vliv na přísun světla, vláhy a vzduchu k jednotlivým listům. Při pohledu na stonek rostliny shora si můžeme všimnout, že nové listy vyrůstají vždy pootočené o určitý (takzvaný divergenční) úhel od listu předchozího. Tento úhel bývá takový, aby horní listy minimálně stínily spodním (obr. 8.2). Přeměřením velkého počtu rostlin došli vědci k závěru, že

[1]Charles Bonnet (1720–1793), švýcarský přírodovědec, vystudoval práva, avšak zálibu našel v přírodních vědách, zejména ve studiu života hmyzu. Později zaměřil svou pozornost na botaniku; především zkoumal listy rostlin.

[2]Karl Friedrich Schimper (1803–1867), německý přírodovědec (především botanik) a básník, studoval teologii. Je považován za průkopníka v oblasti výzkumu morfologie rostlin.

[3]Alexander Carl Heinrich Braun (1805–1877), německý přírodovědec (především botanik), botaniku přednášek na několika školách (naposled na universitě v Berlíně, mimo jiné působil jako ředitel berlínské botanické zahrady.

[4]August Bravais (1811–1863), francouzský fyzik (zabýval se především meteorologií, astronomií a magnetismem) a krystalograf. Studoval na pařížské École Polytechnique.

[5]Louis Bravais (1801–1843), francouzský botanik a lékař.

nejčastěji je velikost tohoto úhlu 137,5°. Úhel 137,5° je často nazýván úhlem zlatým. Platí totiž, že $137,5^\circ \doteq \frac{360^\circ}{\varphi^2}$ nebo též $137,5^\circ \doteq 360^\circ - \frac{360^\circ}{\varphi}$ [16].

Fibonacciho čísla figurují také ve spirálovitých strukturách na povrchu šišek jehličnanů či ananasu, v terči slunečnice, sedmikrásky i jiných květů. Na těchto rostlinách můžeme pozorovat dva systémy (v některých případech i více) spirál (nazývané parastichy), a to spirály levotočivé a pravotočivé (obr. XVI v příloze B). Počty spirál v obou směrech vždy odpovídají velikosti rostliny, ale většinou je lze vyjádřit sousedními členy Fibonacciho posloupnosti. Například u slunečnice je nejčastěji jedním směrem 34 spirál a druhým směrem 55 spirál, ale existují i květy s počty 55 + 89, 89 + 144 nebo dokonce 144 + 233 spirál. Současní francouzští matematici **Yves Couder**[6] a **Stéphan Douady**[7] takové uspořádání semen slunečnice označili za nejefektivnější, protože se tímto způsobem do terče vejde semen nejvíce [16].

Zajímavé je sledovat počet okvětních lístků květů různých rostlin. Velmi časté jsou opět květy, jejichž počet okvětních plátků je nějakým Fibonacciho číslem. Samozřejmě však často záleží na konkrétním poddruhu. Také je třeba brát v úvahu, že některé květiny nemají stále stejný počet okvětních lístků. Zde jsou některé příklady květin, které mívají počet okvětních plátků shodný s některým z Fibonacciho čísel:

1 plátek: kala, anturie, . . .

2 plátky: euforbia, . . .

3 plátky: kosatec, . . .

5 plátků: pomněnka, . . .

8 plátků: celandine, . . .

13 plátků: třapatka, . . .

21 plátků: čekanka, . . .

34 plátků: kopretina, . . .

Skutečně velké množství květin má pět okvětních plátků pravidelně rozmístěných okolo středu. Květ tedy připomíná pravidelný pětiúhelník nebo též pěticípou hvězdu (pentagram). Takto vypadají květy ovocných stromů, plané růže, blatouchu, pomněnky atd. Útvar připomínající pěticípou hvězdu uvidíme i v rozkrojeném jablku (obr. XVII v příloze B).

8.2 Lidské tělo

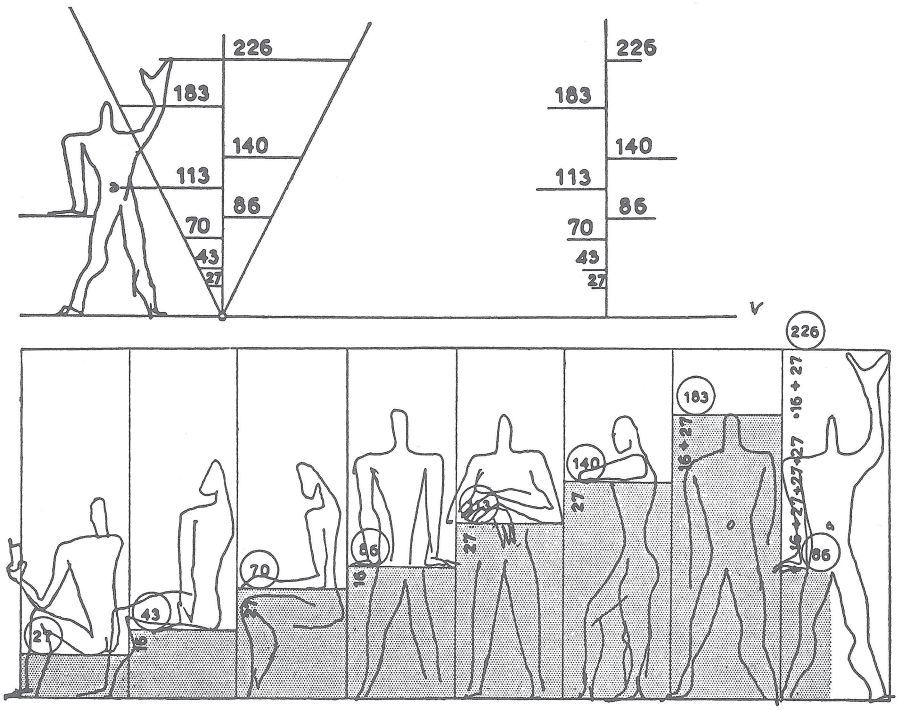
Poměry délek částí lidského těla se zabývali zejména architekti a malíři, kteří v nich hledali kánon krásy a harmonie, ze kterého by bylo možné vycházet při navrhování staveb nebo malování obrazů.

Úvahy o ideální postavě se objevují již v antickém Řecku. Na tyto myšlenky navázal římský architekt a stavitel Vitruvius (viz podkapitola 5.4). Ten

[6] Homepage: `http://www.lps.ens.fr/~couder/`.
[7] Homepage: `http://www.lps.ens.fr/~douady/`.

propagoval jednoduché racionální poměry. Jeho myšlenky graficky zpracoval Leonardo da Vinci, který vytvořil obraz takzvaného Vitruviánského člověka (obr. III v příloze B). V období renesance se lidským tělem a poměry jeho částí zabýval také německý malíř Albrecht Dürer (tato osobnost je zmíněna již v kapitole 5), který sepsal obsáhlé dílo *Vier Bücher von menslicher Proportion* (*Čtyři knihy o lidských proporcích*). Kniha je částečně ovlivněna autorovým obdivem k dílu Marca Vitruvia a Leonarda da Vinci, avšak je podstatně podrobnější a matematicky přesnější.

Zlatý řez na lidském těle popsal **Adolf Zeising**[8] ve svém díle *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers* (1854). Zlatý řez považoval za univerzální pravidlo, ve kterém je obsažen základní princip všech forem krásy v rostlinné říši a v umění. Jeho názory pravděpodobně ovlivnily další autory druhé poloviny devatenáctého a dvacátého století.



Obrázek 8.3: Modulor – různé polohy lidského těla

V souvislosti s poměry délak částí lidského těla a zlatým řezem je znám **Charles Édouard Jeanneret**.[9] Narodil se ve Švýcarsku, avšak většinu života strávil ve Francii, kde používal pseudonym Le Corbusier. Byl velkým zastáncem

[8]Adolf Zeising (1810–1876), německý matematik a filosof.

[9]Charles Édouard Jeanneret–Gris (1887–1965), švýcarsko-francouzský architekt, designér a výtvarník; je považován za jednoho z průkopníků moderní architektury.

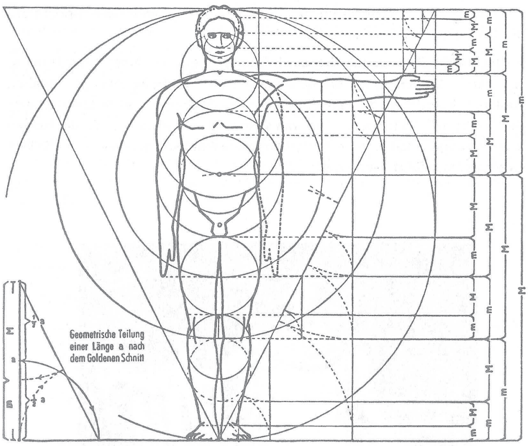
užití zlatého řezu v umění. V roce 1941 začal vytvářet svůj vlastní proporční kánon, takzvaný „Modulor“, založený na poměrech zlatého řezu. Modulor měl být systémem ideálních poměrů vycházejících z lidské postavy. Tyto poměry pak měly být aplikovatelné v architektuře i mechanice. Podkladem k vytvoření Moduloru bylo typické lidské tělo průměrného Evropana. Výšku postavy zvolil původně 175 cm, později ji upravil na 183 cm. Tato výška je dále členěna na menší části. Vzdálenost od země k pupku je 113 cm, vzdálenost od země ke špičkám prstů zvednuté ruky je 226 cm. Dělením délek 183 cm a 226 cm ve zlatém řezu obdržel Le Corbusier čísla takzvané červené a modré řady (obr. XVIII v příloze B).

$$
\begin{aligned}
183 : \varphi &\doteq 113 \\
113 : \varphi &\doteq 70 \\
70 : \varphi &\doteq 43 \\
43 : \varphi &\doteq 27 \\
&\dots
\end{aligned}
$$

Červená řada obsahuje čísla 4, 6, 10, 16, 27, 43, 70, 113, 183.

$$
\begin{aligned}
226 : \varphi &\doteq 140 \\
140 : \varphi &\doteq 86 \\
86 : \varphi &\doteq 53 \\
53 : \varphi &\doteq 33 \\
&\dots
\end{aligned}
$$

Modrá řada obsahuje čísla 3, 5, 8, 13, 20, 33, 53, 86, 140, 226.



Obrázek 8.4: Bauentwurfslehre

Hodnoty jsou samozřejmě zaokrouhlené, dokonce ne vždy podle matematických pravidel. Poměry sousedních čísel obou řad se však od zlatého řezu příliš neliší, maximálně v desítkách milimetrů. Většina číselných hodnot obsažených v těchto řadách souvisí podle Le Corbusiera s délkami částí lidského těla v různých polohách (obr. 8.3) [28].

V jednom dopise píše Einstein Corbusierovi o Moduloru toto [16]:

> *Je to škála poměrů, díky níž je těžké udělat něco špatně, a naopak je snadné udělat to dobře.*

Le Corbusier nezůstal pouze u teorie, ale snažil se uplatnit svůj rozměrový model také v praxi, například při tvorbě urbanistického plánu indického Chandigarhu,[10] který zahrnoval i čtyři veřejné budovy (parlament, nejvyšší soud a dvě muzea) řekl Corbusier toto: *„Ve chvíli rozdělení plochy okna přichází samozřejmě na řadu Modulor“ ...* [16].

Dalším, kdo propagoval zlatý řez jako základní princip poměrů, byl **Ernst Neufert**.[11] V roce 1936 vyšla poprvé jeho práce *Bauentwurfslehre*, která měla sloužit jako vodítko pro stavitele a projektanty. V souvislosti se zkoumáním vhodných poměrů vytvořil skicu mužského těla založenou na zlatém řezu (obr. 8.4). M značí vždy větší část (Major) a m menší část (minor) úsečky rozdělené zlatým řezem.

[10] Indické město Chandigarh (též *Nádherné město*) se nachází v severní části Indie. Na vytváření moderního urbanistického plánu tohoto města v polovině 20. století měl Le Corbusier velký podíl. Plán původně počítal se 150 000 obyvateli, ale vzhledem k celkovému počtu obyvatel v dané oblasti byl tento plán nakonec přepracován pro 500 000 obyvatel. Celé město je členěno na několik desítek obdélníkových bloků, tzv. sektorů, které jsou pak dále děleny kolmo se protínajícími ulicemi na menší části. Více o historii a Corbusierově plánu viz oficiální stránky města Chandigarh: `http://chandigarh.gov.in/`.

[11] Ernst Neufert (1900–1986), německý architekt a pedagog.