erhält man in W einen zweiten Streifen zwischen den Parallelen CD und EF, welche durch $2\pi i$ und $4\pi i$ hindurchgehen. Setzt man diese Betrachtung fort und wendet sie auch auf negative Werthe von φ an, so wird die Ebene W in unendlich viele parallele Streifen getheilt. In jedem nimmt die Function e^w ihre sämmtlichen Werthe einmal an und hat in je zwei entsprechenden Puncten zweier verschiedener Streifen die gleichen Werthe. Auf der positiven Seite jedes Streifens geht e^w in Unendliche, auf der negativen Seite aber nähert es sich der Null.

Sechster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Functionen.

§ 24.

Die Grundlage für die folgenden Untersuchungen bildet der überaus wichtige, in § 20 bewiesene Satz: Wird das Integral $\int f(z)\,dz$ auf die Begrenzung eines Flächentheils ausgedehnt, in welchem $f(z)$ keine Verzweigungspuncte besitzt (oder einändrig ist), und nur in einem Puncte $z = a$ unstetig wird, und zwar so, dass $(z-a)f(z)$ sich für $z = a$ einem bestimmten endlichen Grenzwerthe p nähert, so ist

$$\int f(z)\,dz = 2\pi i p.$$

Ist nun $\varphi(z)$ eine Function, die in einem Flächentheile T keine Verzweigungspuncte besitzt und darin überall stetig bleibt, und bedeutet t einen beliebigen Punct dieser Fläche, so hat die Function

$$f(z) = \frac{\varphi(z)}{z-t}$$

in T die im vorigen Satze verlangten Eigenschaften. Sie besitzt ebenfalls keine Verzweigungspuncte und wird nur für $z = t$ unstetig, und zwar so, dass

$$(z-t)\,f(z) = \varphi(z)$$

sich für $z = t$ einem bestimmten endlichen Grenzwerthe, nämlich $\varphi(t)$, nähert. Man hat daher

$$\int \frac{\varphi(z)\,dz}{z-t} = 2\pi i\, \varphi(t),$$

das Integral auf die Begrenzung von T ausgedehnt. Hieraus folgt

(9) $$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)\,dz}{z-t}.$$

Dadurch ist der Werth der Function φ für jeden Punct t im Innern von T durch ein Integral gegeben, bei welchem die Variable z nur die Puncte der Begrenzung von T durchläuft; und dieses Integral ist für jeden im Innern von T liegenden Punct t endlich und stetig. Denkt man sich nun die Function $\varphi(z)$ nicht durch einen Ausdruck, sondern durch ihre Werthe für alle Puncte eines gewissen Gebietes gegeben, so folgt aus der vorigen Gleichung, dass wenn die Function nur für alle Puncte der Begrenzung von T gegeben ist, sie für jeden Punct im Innern von T ebenfalls ermittelt werden kann und daher im Innern von T, wo sie nicht unstetig werden und sich nicht verzweigen soll, nicht mehr willkürlich angenommen werden darf.

Nun folgt ferner durch Differentiation nach t

(10) $$\left\{\begin{aligned}
\varphi'(t) &= \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)}{(z-t)^2}\,dz \\
\varphi''(t) &= \frac{2}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)}{(z-t)^3}\,dz \\
\varphi'''(t) &= \frac{2.3}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)}{(z-t)^4}\,dz \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varphi^{(n)}(t) &= \frac{2.3\ldots n}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)}{(z-t)^{n+1}}\,dz.
\end{aligned}\right.$$

Alle diese Integrale erstrecken sich auf die Begrenzung von T, daher verschwindet in ihnen niemals $z-t$, und folglich bleiben sie alle für jeden Werth von t endlich und stetig*). Also folgt

---

*) Giebt man in dem Integrale

$$\int \frac{\varphi(z)\,dz}{(z-t)^n} = F(t),$$

worin n eine beliebige positive ganze Zahl bedeute, der Variablen t einen unendlich kleinen Zuwachs h, so ist der Satz: **Wenn eine Function in einem Gebiete endlich und stetig ist und darin auch keine Verzweigungspuncte besitzt, so sind auch alle ihre Derivirten in demselben Gebiete endliche und stetige Functionen.**

Bezieht man in der Gleichung (9) die Integration auf einen beliebig kleinen Kreis um den Punct t mit dem Radius r und setzt zu dem Ende

$$z - t = r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

so ist

$$\frac{dz}{z-t} = i\,d\varphi,$$

und daher

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(z)\,d\varphi.$$

Setzt man nun

$$\varphi(z) = u + iv \qquad \varphi(t) = u_0 + iv_0,$$

so erhält man durch Sonderung des Reellen vom Imaginären

$$u_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u\,d\varphi \qquad v_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v\,d\varphi.$$

Hieraus folgt, dass die reellen Bestandtheile der Function φ im Puncte t Mittelwerthe aus allen ringsherum liegenden benachbarten Werthen dieser Bestandtheile sind. Es muss also u_0 grösser als ein Theil, und zugleich kleiner als ein anderer Theil dieser Nachbarwerthe sein. Dasselbe gilt von v_0, und da das Nämliche in jedem Puncte des Gebietes T stattfindet, so haben die reellen Bestandtheile der Function φ in keinem Puncte von T einen Maximal- oder einen Minimalwerth.

$$F(t+h) - F(t) = \int\left[\frac{1}{(z-t-h)^n} - \frac{1}{(z-t)^n}\right]\varphi(z)\,dz$$
$$= \int\frac{(z-t)^n - (z-t-h)^n}{[(z-t)^2 - h\,(z-t)]^n}\,\varphi(z)\,dz,$$

und wenn man nach dem binomischen Satze entwickelt,

$$F(t+h) - F(t) = \int\frac{(n)_1\,h\,(z-t)^{n-1} - (n)_2\,h^2\,(z-t)^{n-2} + \cdots \pm h^n}{[(z-t)^2 - h\,(z-t)]^n}\,\varphi(z)\,dz.$$

Demnach wird die Differenz $F(t+h) - F(t)$, so lange $z-t$ nicht verschwindet, mit h zugleich unendlich klein, und folglich ist das Integral $F(t)$ in t stetig.

§ 25.

Mit Hülfe der Gleichung (9) kann die Function φ in eine convergirende Reihe entwickelt werden. Man beschreibe um einen beliebigen Punct a des Gebietes T einen Kreis, der noch ganz in dieses Gebiet hineinfällt, welcher also noch nicht ganz bis an den zunächst an a gelegenen Unstetigkeitspunct oder Verzweigungspunct hinanreicht, und nehme diesen Kreis als Integrationscurve in der Gleichung (9). Dabei kann der Punct a so gewählt werden, dass der Kreis einen möglichst grossen Theil des Gebietes T umfasst. Nun ist für jeden im Inneren des Kreises liegenden Punct t

$$\mathrm{mod}\,(z-a) > \mathrm{mod}\,(t-a)$$

(Fig. 34), da z bei der Integration nur Puncte der Peripherie des Kreises durchläuft. Man kann aber schreiben

$$\frac{1}{z-t} = \frac{1}{z-a-(t-a)} = \frac{1}{z-a}\,\frac{1}{1-\dfrac{t-a}{z-a}}$$

und diesen Bruch, weil

$$\mathrm{mod}\,\frac{t-a}{z-a} < 1$$

ist, in die convergirende Reihe

$$\frac{1}{z-t} = \frac{1}{z-a}\left\{1 + \frac{t-a}{z-a} + \frac{(t-a)^2}{(z-a)^2} + \frac{(t-a)^3}{(z-a)^3} + \cdots\cdots\right\}$$

entwickeln. Substituirt man diese Reihe in (9)*), so erhält man

$$11)\quad \varphi(t) = \frac{1}{2\pi i}\left\{\int\frac{\varphi(z)\,dz}{z-a} + (t-a)\int\frac{\varphi(z)\,dz}{(z-a)^2} + (t-a)^2\int\frac{\varphi(z)\,dz}{(z-a)^3} + \cdots\right\}$$

und dies ist nichts anderes als die Taylor'sche Reihe; denn nach (9) ist

*) In Betreff der Zulässigkeit, die convergente Potenz-Reihe zu integriren, möge auf *Briot* und *Bouquet* „Théorie des fonctions doublement périodiques." Paris 1859. verwiesen werden. Dort ist in Art. 16 gezeigt worden, dass durch Differentiation einer convergenten Reihe wieder eine convergente Reihe entsteht, welche die Derivirte der durch die erstere dargestellten Function ist. Mit denselben Mitteln kann man auch zeigen, dass die Differentiation einer divergenten Reihe zu einer divergenten Reihe führt. Aus beidem zusammen ergiebt sich dann, dass auch die Integration einer convergenten Reihe zu einer convergenten Reihe führen muss, die das Integral der durch die erstere dargestellten Function bildet.

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)\,dz}{z-a} = \varphi(a) \tag{12}$$

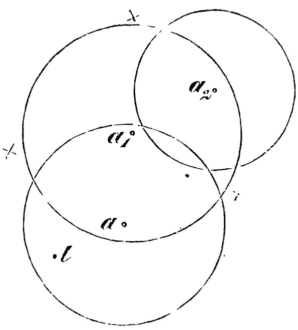
und nach den Gleichungen (10)

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)\,dz}{(z-a)^{n+1}} = \frac{\varphi^{(n)}(a)}{2.3\ldots n}\,, \tag{13}$$

also erhält man

$$\varphi(t) = \varphi(a) + (t-a)\varphi'(a) + (t-a)^2\frac{\varphi''(a)}{2} + (t-a)^3\frac{\varphi'''(a)}{2.3} + \cdots \tag{11}$$

Fig. 34.



Diese Ableitung der Taylor'schen Reihe hat den Vortheil, dass sie mit Bestimmtheit erkennen lässt, wie weit sich die Convergenz dieser Reihe erstreckt: nämlich auf alle Puncte t, welche von a weniger weit entfernt sind, als der nächste Unstetigkeitspunct oder Verzweigungspunct. In Fig. 34 sind drei solcher Puncte durch Kreuze angedeutet worden.

In der Reihe (11) sind zwar ursprünglich alle Integrationen längs des Kreises um a zu nehmen; aber da die Functionen

$$\frac{\varphi(z)}{z-a},\quad \frac{\varphi(z)}{(z-a)^2},\quad \frac{\varphi(z)}{(z-a)^3},\quad \text{etc.}$$

bis an den Punct a heran endlich und stetig bleiben, so können die Integrale auch längs eines beliebig kleinen um a beschriebenen Kreises genommen werden, ohne ihre Werthe zu ändern. Wenn daher die Function φ durch ihre Werthe in einem beliebig kleinen endlichen, den Punct a enthaltenden, Flächenstücke gegeben ist, so sind dadurch alle jene Integrale, mithin alle Coefficienten der convergirenden Reihe bestimmt, und folglich kann der Werth der Function für jeden Punct im Innern des grossen Kreises ermittelt werden.

Ist nun a_1 ein Punct, der noch im Innern dieses Kreises liegt, so ist also jetzt $\varphi(t)$ sowohl in a_1 als auch in dem ihn zunächst umgebenden Flächentheile bekannt. Beschreibt man dann um a_1 einen Kreis, der noch alle Unstetigkeitspuncte und Verzweigungspuncte ausserhalb lässt (Fig. 34), so kann $\varphi(t)$ für alle Puncte dieser Kreisfläche in eine neue Reihe entwickelt werden. Fährt man so fort, so sieht man, wenn die Function $\varphi(t)$ nur innerhalb eines beliebig kleinen endlichen Theiles eines Gebietes T gegeben ist (oder eigentlich nur längs einer beliebig kleinen geschlossenen Linie), dass sie dann schon in dem ganzen Gebiete T, in welchem weder ein Unstetigkeitspunct noch ein Verzweigungspunct liegt, bestimmt werden kann.

Dasselbe gilt, wenn die Function $\varphi(t)$ nur längs einer beliebig kleinen endlichen von a ausgehenden Linie gegeben ist. Ist dies nämlich der Fall, und bezeichnet man die stetig auf einander folgenden Puncte dieser Linie mit a, b, c, d, etc., so ist

$$\varphi'(a) = \lim \frac{\varphi(b) - \varphi(a)}{b - a},$$

also bekannt, wenn $\varphi(a)$ und $\varphi(b)$ bekannt sind. Ebenso ist

$$\varphi'(b) = \lim \frac{\varphi(c) - \varphi(b)}{c - b},$$

wodurch $\varphi'(b)$ bekannt wird. In dieser Weise können die Werthe der Derivirten $\varphi'(t)$ für alle Puncte a, b, c, d, etc. gefunden werden. Alsdann ist

$$\varphi''(a) = \lim \frac{\varphi'(b) - \varphi'(a)}{b - a}$$

$$\varphi''(b) = \lim \frac{\varphi'(c) - \varphi'(b)}{c - b}$$

u. s. w., sodass auch die zweiten Derivirten bekannt sind. Fährt man in dieser Weise fort, so können die Werthe aller Derivirten für den Punct a, also auch alle Coefficienten der Reihe (14) bestimmt werden. Man erhält also für jeden Punct a_1 innerhalb des ersten Kreises $\varphi(a_1)$ durch eine convergente Reihe ausgedrückt. Durch Differentiation derselben ergeben sich dann auch die Werthe der Derivirten $\varphi'(a_1)$, $\varphi''(a_1)$ etc. Kennt man dann die Werthe der Function $\varphi(t)$ und ihrer Derivirten für den Punct a_1, so können dieselben Grössen für jeden Punct des zweiten Kreises durch convergente Reihen ausgedrückt werden, u. s. f.

Aus allem diesem folgt der Satz: Eine Function einer complexen Variablen, welche in einem beliebig kleinen endlichen Theile der z-Ebene (einer Fläche oder einer Linie) gegeben ist, kann darüber hinaus nur auf eine Weise stetig und ohne sich zu verzweigen fortgesetzt werden.

Als einen speciellen Fall dieses Satzes heben wir hervor: Wenn eine Function in einem endlichen beliebig kleinen Theile (Fläche oder Linie) des Gebietes T constant ist, so ist sie überall in T constant. Denn ist sie in einer kleinen Fläche, die den Punct a enthält, constant $= C$, so nehme man in den Gleichungen (12) und (13) als Integrationscurve einen innerhalb dieses kleinen Flächentheils liegenden Kreis um a und setze

$$z - a = r\,(\cos\varphi + i \sin\varphi),$$

dann folgt aus (12)

$$\varphi\,(a) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2} \varphi\,(z)\; d\varphi = \frac{C}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi = C,$$

weil $\varphi\,(z)$ in allen Puncten der Peripherie des Kreises den Werth C besitzt. Ferner wird aus (13)

$$\frac{\overset{(n)}{\varphi}(a)}{2.3\ldots n} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\varphi\,(z)}{(z-a)^n}\, d\varphi = \frac{1}{2\pi}\,\frac{C}{r^n}\int_0^{2\pi}(\cos n\varphi - i \sin n\varphi)\; d\varphi\,,$$

und dieser Werth verschwindet, weil für jeden ganzzahligen von Null verschiedenen Werth von n

$$\int_0^{2\pi}\cos n\varphi\, d\varphi = 0 \quad \text{und} \int_0^{2\pi}\sin n\varphi\, d\varphi = 0$$

ist. In der Reihe (11) wird also $\varphi\,(a) = C$ und alle übrigen Glieder verschwinden, daher ist für jeden Punct des Convergenzkreises $\varphi\,(t) = C$. Setzt man nun die Function in der oben angedeuteten Weise in Flächenstreifen, die sich zwischen den Unstetigkeitspuncten und Verzweigungspuncten hinziehen, fort, so bleibt $\varphi\,(t)$ überall constant $= C$.

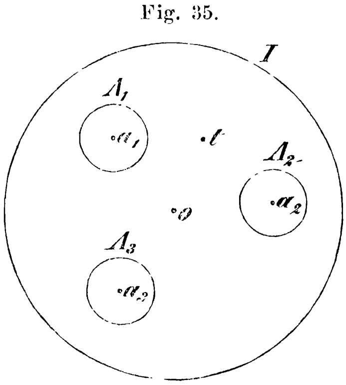
Dasselbe gilt, wenn $\varphi\,(t)$ längs einer beliebig kleinen endlichen Linie constant ist. In diesem Falle sind bei Anwendung der obigen Bezeichnung die Werthe $\varphi\,(a)$, $\varphi\,(b)$, $\varphi\,(c)$, etc. alle gleich C, und folglich verschwinden wieder alle Derivirten $\varphi'\,(a)$, $\varphi''\,(a)$, etc., und damit alle Coefficienten der Reihe (14) mit Ausnahme des ersten, welcher $= C$ ist. Es gilt also dasselbe wie oben.

Aus diesem speciellen Satze kann wieder der vorhergehende allgemeinere abgeleitet werden. Wenn nämlich zwei Functionen $\varphi\,(t)$ und $\psi\,(t)$ in einem beliebig kleinen Flächen- oder Linientheile in ihren Werthen übereinstimmen, so ist in diesem Theile die Function $\varphi\,(t) - \psi\,(t)$ constant gleich Null; folglich ist diese Function überall gleich Null, d. h. es ist überall $\psi\,(t) = \varphi\,(t)$, und daher kann die Function $\varphi\,(t)$ von dem Theile aus, in dem sie gegeben ist, nicht auf zwei verschiedene Weisen fortgesetzt werden.

§ 26.

Wir gehen nun zur Entwickelung einer Function innerhalb eines Gebietes über, in dem auch Unstetigkeitspuncte der Function liegen, schliessen aber Verzweigungspuncte davon aus. Wir wollen hier nur den Fall behandeln, dass die Function gar keine Verzweigungspuncte besitzt, und können in diesem Falle das Gebiet auf die ganze unendliche Ebene ausdehnen.

Fig. 35.



Seien a_1, a_2, a_3, etc. die Puncte innerhalb T, in denen $\varphi(t)$ unstetig ist. Wir legen erstlich um den Nullpunct einen Kreis (I) mit dem Radius R, welcher alle diese Puncte umgiebt (Fig. 35); ausserdem um jeden der Puncte a_1, a_2, a_3, etc. einen kleinen Kreis (A_1), (A_2), (A_3), etc. resp. mit den Radien r_1, r_2, r_3, etc. Alle diese Kreise (A) und (I) zusammengenommen bilden dann die Begrenzung eines Gebietes U, innerhalb dessen $\varphi(t)$ stetig ist. Für jeden Punct t im Innern von U ist daher (§ 24)

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)}{z-t}\,dz,$$

das Integral auf die ganze Begrenzung von U ausgedehnt. Dasselbe zerlegt sich in so viele Theile, als Begrenzungsstücke vorhanden sind. Wir bezeichnen die auf die letzteren, also auf die Kreise (I), (A_1), (A_2), (A_3) etc. sämmtlich in der positiven Begrenzungsrichtung (§ 17) erstreckten Integrale durch I, A_1, A_2, A_3, etc. und haben dann

$$\varphi(t) = I + A_1 + A_2 + A_3 + \cdots\cdots.$$

Dann wird der Kreis (I) in der Richtung der wachsenden Winkel, jeder der Kreise (A_k) aber in entgegengesetzter Richtung durchlaufen, folglich ist, wenn man jetzt alle Integrationen in der Richtung der wachsenden Winkel ausführt,

$$I = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)\, dz}{z-t} \qquad A_k = -\frac{1}{2\pi i}\int \frac{\varphi(z)\, dz}{z-t}.$$

Setzt man dann in I

$$z = R\,(\cos\varphi + i\sin\varphi),\ \text{also}\ \frac{dz}{z} = i\,d\varphi$$

und in A_k

$$z - a_k = r_k\,(\cos\varphi + i\sin\varphi),\ \text{also}\ \frac{dz}{z-a_k} = i\,d\varphi,$$

so kann man auch schreiben

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{z\,\varphi(z)}{z-t}\,d\varphi, \quad A_k = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{(z-a_k)\,\varphi(z)}{z-t}\,d\varphi.$$

Nun liegt t immer innerhalb der von (I) begrenzten Kreisfläche; daher ist bei I für jeden Punct t

$$\operatorname{mod} z > \operatorname{mod} t,$$

folglich kann $\frac{z}{z-t}$ nach steigenden Potenzen von $\frac{t}{z}$ in eine convergirende Reihe entwickelt werden. Man erhält nämlich

$$\frac{z}{z-t} = \frac{1}{1-\frac{t}{z}} = 1 + \frac{t}{z} + \frac{t^2}{z^2} + \frac{t^3}{z^3} + \cdots\cdots,$$

also

$$I = \frac{1}{2\pi}\left\{\int_0^{2\pi} \varphi(z)\,d\varphi + t\int_0^{2\pi} \frac{\varphi(z)}{z}\,d\varphi + t^2\int_0^{2\pi} \frac{\varphi(z)}{z^2}\,d\varphi + \cdots\right\}$$

oder

$$I = Q + Q'\,t + Q''\,t^2 + Q'''\,t^3 + \cdots,$$

wenn man der Kürze wegen

$$Q^{(m)} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\varphi(z)}{z^m}\,d\varphi$$

setzt, das Integral auf den Kreis (I) mit dem Radius R in der Richtung der wachsenden Winkel erstreckt.

Jeder Punct t des Gebietes U liegt ferner ausserhalb aller von den Kreisen (A_k) begrenzten Kreisflächen. Daher ist in jedem Integrale A_k

$$\operatorname{mod}(t-a_k) > \operatorname{mod}(z-a_k),$$

folglich kann $\frac{z-a_k}{z-t}$ nach steigenden Potenzen von $\frac{z-a_k}{t-a_k}$ d. h. nach fallenden Potenzen von $t-a_k$ in eine convergirende Reihe entwickelt werden. Dann erhält man

$$\frac{z-a_k}{z-t}=\frac{z-a_k}{z-a_k-(t-a_k)}=-\frac{z-a_k}{t-a_k}\cdot\frac{1}{1-\dfrac{z-a_k}{t-a_k}},$$

also

$$-\frac{z-a_k}{z-t}=\frac{z-a_k}{t-a_k}+\frac{(z-a_k)^2}{(t-a_k)^2}+\frac{(z-a_k)^3}{(t-a_k)^3}+\cdots\cdots$$

und durch Substitution in A_k

$$A_k=\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{1}{t-a_k}\int_0^{2\pi}(z-a_k)\,\varphi(z)\,d\varphi+\frac{1}{(t-a_k)^2}\int_0^{2\pi}(z-a_k)^2\,\varphi(z)\,d\varphi\right.$$

$$\left.+\frac{1}{(t-a_k)^3}\int_0^{2\pi}(z-a_k)^3\,\varphi(z)\,d\varphi+\cdots\right\}$$

oder

$$A_k=\frac{c_k'}{t-a_k}+\frac{c_k''}{(t-a_k)^2}+\frac{c_k'''}{(t-a_k)^3}+\cdots\cdots,$$

wenn man der Kürze wegen

$$c_k^{(p)}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(z-a_k)^p\,\varphi(z)\,d\varphi$$

setzt. Durch Substitution dieser Reihen erhält man nun vollständig

$$(15)\left\{\begin{array}{ll}\varphi(t)=Q+Q'\,t+Q''\,t^2+Q'''\,t^3+\cdots+Q^{(m)}\,t^m+\cdots & =I\\ +\dfrac{c_1'}{t-a_1}+\dfrac{c_1''}{(t-a_1)^2}+\dfrac{c_1'''}{(t-a_1)^3}+\cdots+\dfrac{c_1^{(p)}}{(t-a_1)^p}+\cdots & +A_1\\ +\dfrac{c_2'}{t-a_2}+\dfrac{c_2''}{(t-a_2)^2}+\dfrac{c_2'''}{(t-a_2)^3}+\cdots+\dfrac{c_2^{(p)}}{(t-a_2)^p}+\cdots & +A_2\\ +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & +\cdots\\ +\dfrac{c_k'}{t-a_k}+\dfrac{c_k''}{(t-a_k)^2}+\dfrac{c_k'''}{(t-a_k)^3}+\cdots+\dfrac{c_k^{(p)}}{(t-a_k)^p}+\cdots & +A_k\\ +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, & +\cdots\end{array}\right.$$

wobei

$$(16)\left\{\begin{array}{l}Q^{(m)}=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{\varphi(z)}{z^m}\,d\varphi,\quad\text{auf } (I) \text{ erstreckt}\\ c_k^{(p)}=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}(z-a_k)^p\,\varphi(z)\,d\varphi,\quad\text{auf } (A_k) \text{ erstreckt.}\end{array}\right.$$