VORWORT.

Seit der Einführung der complexen Variablen in die Functionenlehre und namentlich seit den grossen Schöpfungen *Riemann's* scheint sich ein Umschwung in der Mathematik vorzubereiten, der zwar zunächst die reine Mathematik berührt, aber wohl auch in nicht ferner Zeit auf die physikalischen Wissenschaften und die angewandte Mathematik überhaupt von Einfluss sein wird. Daher schien es mir im höchsten Grade wünschenswerth zu sein, dass diese Lehren so bald als möglich eine zusammenhängende Darstellung finden möchten. Indem ich nun eine Bearbeitung wenigstens der Elemente dieser Theorie unternahm, verhehlte ich mir keineswegs die grossen Schwierigkeiten, welche mit einem solchen Unternehmen verbunden sind; aber bei der Wichtigkeit der Sache, und weil hier wohl entschieden ein Bedürfniss vorlag, glaubte ich, dass Zögern nicht am Platze sei, und knüpfte zugleich an die Herausgabe dieses Buches die Hoffnung, dass sich durch diesen ersten Versuch Andere angeregt fühlen möchten, dieser Aufgabe ihre Kräfte zuzuwenden.

Bei der Ausarbeitung habe ich ausser den gedruckten Abhandlungen *Riemann's*, nämlich der Inaugural-Dissertation: „Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse.“ (Göttingen 1851) und den im 54sten Bande des *Crelle*'schen Journals enthaltenen Abhandlungen auch noch zwei Nachschriften nach Vorlesungen *Riemann's* benutzen können. Zwar bestanden die letzteren nur in mehr oder weniger zusammenhängenden Notizen, welche während der Vorlesung selbst niedergeschrieben worden waren, sodass sie natürlich mancherlei Lücken enthielten und nur mit Anwendung einer sorgfältigen Kritik benutzt werden konnten; durch ausserordentlich schätzbare Andeutungen und Fingerzeige haben sie mir aber die wesentlichsten Dienste geleistet, und ich bin meinen beiden Freunden, welche die Güte hatten, sie mir zum Gebrauche zu überlassen, dadurch zu grossem Danke verpflichtet worden. Ausserdem ist auch die Inaugural-Dissertation von *Prym:* „*Theoria nova functionum ultraellipticarum.*“ (*Berlin* 1863) und die in *Schlömilch's* Zeitschrift für Mathematik und Physik Jahrg. 8 (1863) enthaltene Abhandlung von *Roch:* „Ueber Functionen complexer Grössen“ benutzt worden. Da mit Ausnahme der Vorarbeiten von *Cauchy* und *Puiseux* fast alles in der vorliegenden Schrift Dargestellte von *Riemann* herrührt, so habe ich es für überflüssig gehalten, jedesmal die betreffenden Stellen anzuführen, in der Meinung, dass man dieselben bei dem äusserlich so geringen Umfange der *Riemann*'schen Schriften mit leichter Mühe aufzufinden im Stande sein wird.

In Beziehung auf die Anordnung des Stoffes glaube ich wegen zweier Stellen etwas bemerken zu müssen. Die erste bildet den § 21. Man bedarf zur Entwickelung der allgemeinen Eigenschaften der Functionen eigentlich nur des Satzes, dass wenn eine Function $\varphi(z)$ in einem Puncte a so unendlich wird, dass $(z - a)\,\varphi(z)$ sich einem endlichen Grenzwerthe p nähert, das um diesen Punct genommene Integral $\int \varphi(z)\,dz = 2\pi i p$ ist. Da es mir aber schien, dass es für den Leser von Interesse sein müsste, gleich hier zu erfahren, was sich über das erwähnte Integral sagen lässt, wenn es um einen Verzweigungspunct genommen wird, so habe ich, obgleich die vollständige Bestimmung der Werthe von Integralen, welche sich auf geschlossene Linien erstrecken, erst viel später erledigt werden kann, doch jene Betrachtung gleich im § 21 angeschlossen. Die zweite Bemerkung bezieht sich auf Abschnitt V. In diesem ist der Logarithmus und die Exponentialfunction behandelt. Nun war es allerdings nothwendig, an dieser Stelle etwas über den Logarithmus zu sagen, weil später von dessen Eigenschaften Gebrauch gemacht wird, indessen hätte dies ziemlich kurz abgemacht werden können. Es schien mir aber zweckmässiger, diesen Abschnitt etwas vollständiger zu behandeln, obgleich dadurch den Betrachtungen über Querschnitte und Periodicitätsmoduln vorgegriffen wird, einmal, weil dadurch die Natur jener beiden Functionen in ein viel helleres Licht tritt, und dann, weil diese specielle Untersuchung gerade geeignet erscheint, für jene späteren Betrachtungen die Vorstellungen zu fixiren. Man wird es ferner, wie ich hoffe, billigen, dass ich in einem Buche dieser Art nicht die volle Allgemeinheit habe walten lassen, wie sie bei *Riemann* herrscht. So ist z. B. nirgend von den hebbaren Unstetigkeiten die Rede, und auch im Abschnitt XI habe ich mich nur auf die Fälle beschränkt, in denen der reelle Theil einer Function entweder längs der Begrenzung einer Fläche constant ist, oder sich stetig längs derselben ändert. Ich meine, dass solche Beschränkungen für das Verständniss nur fördernd sein können.

Es bleibt mir nur übrig, das Buch der wohlwollenden Nachsicht der Kenner zu empfehlen und den Wunsch auszusprechen, es möchte dasselbe der Lehre von den Functionen complexer Variablen einige Freunde gewinnen. Sollte dies gelingen, so würde ich glauben dürfen, dass meine Arbeit nicht ganz überflüssig. war.

Prag, den 10. October 1864.

H. Durège.