

Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik

Vorrede

In: Bernard Bolzano (author): Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik. (German). Prag: Caspar Widtmann, 1810. pp. III--XVI.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400072>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://project.dml.cz>

V o r r e d e .

Daß unter allen Wissenschaften die Mathematik dem Ideale der Vollkommenheit noch am nächsten stehe, muß jeder unbefangene Beurtheiler gestehen. In dem gemeinsten Lehrbuche der Mathematik herrscht wirklich mehr Bestimmtheit und Klarheit der Begriffe, mehr Sicherheit und Ueberzeugung in den Urtheilen, als noch zur Stunde in dem vollendetesten Lehrbuche der Metaphysik

*

ans

angetroffen wird. Aber so unläugbar das ist, so sollte andererseits doch auch der Mathematiker nie vergessen, es gelte auch von seiner Wissenschaft, was dort geschrieben steht von allem menschlichen Wissen, „daß es nur Stückwerk sey.“ Jedoch die größten Kenner dieser Wissenschaft haben in der That von jeher eingestanden, nicht nur, daß das Gebäude ihrer Wissenschaft noch kein ganz ausgebautes und in sich selbst beschlossenes Gebäude sey; sondern auch, daß selbst die ersten Grundmauern dieses im Ubrigen so prachtvollen Gebäudes noch nicht ganz fest und regelmäßig seyen; oder, um ohne Bild zu reden, daß sich selbst in den ersten Elementarlehren aller mathematischen Disciplinen noch manche Lücken und Unvollkommenheiten finden.

Um dieses Urtheil hier nur mit einigen Beweisen zu belegen; haben es
nicht

nicht die größten Mathematiker neuerer Zeit erkannt, daß in der Arithmetik die Lehre von den entgegengesetzten Größen, sammt allem dem, was von ihr abhängt, noch nicht im Reinen sey? findet man nicht beynahe in jedem Lehrbuche der Arithmetik eine veränderte Darstellung dieser Lehre? — Noch schwankender, und zum Theile mit wechselseitigen Widersprüchen erfüllt, ist das Capitel von den irrationalen und imaginären Größen. Von den Mängeln, welche die höhere Algebra, die Differential- und Integralrechnung hat, will ich hier nichts erwähnen; es ist bekannt, daß man nicht einmahl über den Begriff eines Differentials bis jezo einverstanden ist; und erst am Schlusse des vorigen Jahres hat die Fürstlich-Jablonovskische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig die Aus-

ein=

einandersetzung der verschiedenen Theorien des Infinitesimalcalculus, und die Entscheidung, welche derselben den Vorzug verdiene, zur Preisfrage aufgegeben.

Nichts desto weniger ist die Arithmetik, meinem Bedünken nach, noch der bey weitem vollkommnere Theil der mathematischen Disciplinen; viel wichtigere und schwerer zu behebende Mängel aber hat die Geometrie. Hier mangelt es zur Stunde noch an einer bestimmten Erklärung der wichtigen Begriffe: Linie, Fläche, Körper. Nicht einmahl über die Erklärung der geraden Linie (welche vielleicht vor dem Begriff einer Linie überhaupt gegeben werden könnte) hat man sich noch vereinigen können. Vor einigen Jahren hat uns Hr. Grasshof (Theses sphaereo-

lo-

logicae, quae ex sphaerae notione veram rectae lineae sistunt definitionem, omnisque geometriae firmum jaciunt firmamentum. Berol. 1806.) mit einer ganz neuen Erklärung beschenkt, die jedoch schwerlich befriedigen dürfte. Der auffallendste Mangel aber, mit dessen Verbesserung man sich, so viel wir namentlich wissen, seit Proklus Zeiten schon, höchst wahrscheinlicher Weise aber schon lange vor Euklid beschäftigt hat, betrifft die Theorie der Parallelen. Allein so viele Versuche man auch bisher gemacht hat, so ist doch keiner so gelungen, daß er sich eines allgemeinen Beyfalles zu erfreuen hätte.

In der Mechanik sind die Begriffe von Geschwindigkeit und Kraft beynahе ein eben solcher Stein des Anstoßes, wie der Begriff der geraden Linie in der Geometrie. Auch hat man es sich längst eingestanden, daß die
zwey

zwey wichtigsten Lehrsätze dieser Wissenschaft, nämlich der von dem Kräfte-Parallelogramme, und jener vom Hebel noch nicht mit Schärfe erwiesen seyen. Aus diesem Grunde machte die königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Kopenhagen noch im J. 1807 eine begründetere Theorie des Kräfte-Parallelogramms zu einer Preisaufgabe. Da ich die Abhandlung des Herrn Prof. de Mello, welche den Preis erhalten hat, noch nicht zu Gesicht bekommen habe, so kann ich nicht versichern, ob der Versuch, welchen ich in diesen Blättern zu geben gedenke, etwas Neues seyn werde. Was die Lehre vom Hebel betrifft, so meinet man freylich, der Kästnerische Beweis hebe hier alle Schwierigkeiten; aber ich glaube noch in der gegenwärtigen Abhandlung das Gegentheil zu zeigen.

An

An allen Theilen der Mathematik endlich, vornämlich aber an der Geometrie, hat man den Mangel der Ordnung seit *Kamus* Zeiten schon gerügt. Und in der That, von was für ungleichartigen Gegenständen handeln nicht die einzelnen Lehrsätze im *Euklides*? Erstlich von Dreyecken, doch so, daß hier schon Kreise, die in gewissen Puncten sich schneiden, mitgenommen werden; darauf von Winkeln, von Neben- und Scheitelwinkeln; dann von der Gleichheit der Dreyecke; viel später erst von ihrer Aehnlichkeit, welche jedoch durch einen ungeheuern Umweg erst aus Betrachtung der Parallellinien, sogar des Flächeninhaltes der Dreyecke, u. s. w. hergeleitet wird! — Bedenket man aber,

*ταυτ' ὅπως γέγραπται τοῖς καιροῖς
καὶ ταῖς ἀκριβείαις*; erwäget man, wie jeder folgende Satz bey dem Beweise,

wo

womit E u k l i d e s ihn versteht, der ihm vorher gehenden ganz nothwendig bedarf: so sollte man wohl auf den Gedanken gerathen, der Grund jener Unordnung müsse tiefer liegen, die ganze Beweisart, die E u k l i d e s braucht, müsse nicht richtig seyn.

Die gegenwärtigen Blätter haben nun den Zweck, einige Beyträge zur Behebung nicht nur der jetzt gerügten, sondern auch einiger anderer Mängel der Mathematik zu liefern, deren Vorhandenseyn erst in der Folge bewiesen werden kann. Billig wird man mich fragen, wie ich hiezu berufen sey? Ich will ganz aufrichtig, was ich in dieser Rücksicht für oder wider mich zu sagen weiß, hier anführen.

Seit etwa fünfzehn Jahren — denn länger ist es nicht, daß ich die Mathema
mas

matik kenne — ist diese Wissenschaft immer eines von meinen Lieblingsstudien gewesen; doch vornämlich nur nach ihrem speculativen Theile, als Zweig der Philosophie und Übungsmittel im richtigen Denken. Gleich bey der ersten Bekannntwerdung mit derselben, welche nach Kästners vortrefflichem Lehrbuche geschah, stießen mir ein und der andere Mangel auf, mit dessen Behebung ich mich, wahrlich aus keiner Eitelkeit, sondern aus einem inneren Interesse, daß ich an solchen Speculationen fand, in meinen Nebenstunden beschäftigte. Bey längerem Nachdenken vermehrte sich noch die Anzahl der Mängel, die ich entdeckt zu haben glaubte. Zwar gelang es mir allmählig, einen und den andern derselben zu heben; allein ich traute der Auflösung aus Furcht, mich selbst zu täuschen, nicht gleich, weil ich die Wahrheit mehr, als das Vergnügen einer ein-

gebildeten Erfindung liebte. Erst wenn ich eine Meinung von allen Seiten geprüft, und immer bestätigt gefunden hatte, faßte ich mehr Zutrauen zu ihr. Mittlerweile, so viel es mir meine übrigen Studien, und seit fünf Jahren mein Lehramt, nebst andern Umständen erlaubten, sah ich auch jene Bücher nach, die in der Absicht, das wissenschaftliche System der Mathematik zu vervollkommen, geschrieben worden sind. Hier fand ich einiges von dem, worauf ich für mich durch eignes Nachdenken geleitet worden war, schon wirklich vorgetragen; manches dagegen hab' ich noch nirgends angetroffen. Allein, da ich mir keine vollständige Kenntniß der mathematischen Litteratur verschaffen konnte; so wäre es immer möglich, daß auch noch einiges von dem, was ich für neu halte, irgendwo schon gesagt worden ist: von allem wird dieß doch zuverlässig nicht der Fall seyn.

Im

Im Ubrigen ist es mir gar nicht unbekannt, daß es ein allerdings gewagtes Unternehmen sey, an den ersten Gründen der Mathematik einiges ändern und bessern zu wollen. „Alle, die den Euklides meistern wollten,“ sagt Kästner irgendwo mit historischer Wahrheit, „sind bisher selbst zu Schanden geworden.“ Steht nicht auch mir ein ähnliches Geschick bevor, zumahl da Vorurtheil und Eigensinn selbst dort, wo ich die Wahrheit auf meiner Seite haben sollte, sich mir entgegen stemmen werden? Allein aus dem Mißlingen mehrerer Versuche folgt ja doch immer nicht, daß alle übrigen mißlingen müssen; auch ist der Weg, den ich hier einschlage, von den bisher versuchten Wegen sehr verschieden. Ich hielt es daher für meine Pflicht, ihn der Beurtheilung der Kenner vorzulegen.

Swar

Zwar gab ich schon im J. 1804 eine kleine Probe meiner Veränderungen unter dem Titel: Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie, heraus. Allein der geringe Umfang des Schriftchens, sein nichts sagender Titel, der allzu lakonische Styl, die Namenlosigkeit des Verfassers, und manche andre Umstände waren wohl nicht geeignet, demselben Aufmerksamkeit zu verschaffen. Es ist daher auch weiter nichts erfolgt, als daß es in einigen gelehrten Zeitungen (z. B. in der Leipziger, Jahrg. 1805. Jul. 95. St.; in der Jen., 1806. Febr. Nr. 29.) angezeigt wurde, ohne daß man die darin vorgetragene Theorie der Parallelen eines offenkundigen Fehlers geziehen hätte. Nun versteht es sich aber von selbst, daß ich seit dieser Zeit in meinen Begriffen fortgerückt bin, und daher manches jetzt besser und richtiger darzustellen glaube, als es

es wohl damahls geschehen ist. In diesen Beiträgen also, die in so kleinen Lieferungen, wie diese gegenwärtige, in unbestimmten Zeiträumen erscheinen sollen, und deren Anzahl ich eben so wenig vorher bestimmen kann, gedenke ich die einzelnen apriorischen Disciplinen der Mathematik nach jener Ordnung, wie sie in der gegenwärtigen I. Abth. §. 20. aufgestellt sind, theilweise durchzugehen. Die meisten und wichtigsten Veränderungen werden die Geometrie betreffen, zu deren Darstellung ich auch schon darum so schnell als möglich eilen werde, um durch die Beurtheilung der Kenner in meinen Ansichten entweder bestärkt, oder über meine Verirrung aufgeklärt, nicht noch mehr Zeit auf einem Abwege zu verlieren.

— εἰ γὰρ τις μοι ἀνὴρ ἀμ' ἔποιτο
καὶ ἄλλος,

Μαλ-

ΧVI

Μαλλον θαλωρη, και θαρσαλωτε-
ρον εσαι.

— μινος δ' ειπερ τι νοιση,

Ἄλλα τα οι βρασων τε νοος, λεπ-
τη δε τε μητις.

Iliad. X, 222.
