

Učitel matematiky

Eduard Fuchs
Standardy ve vyučování matematice

Učitel matematiky, Vol. 2 (1994), No. 2, 18–56

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152727>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1994

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

UKÁZKA STANDARDŮ PRO 2. STUPEŇ ZÁKLADNÍCH ŠKOL A NIŽŠÍ TŘÍDY VÍCELETÝCH GYMNÁZIÍ

Vedoucí: RNDr. Dag Hrubý, Gymnázium Jevíčko
Členové: RNDr. Marie Kubínová, CSc., PdF UK Praha
PaedDr. Vítězslava Chrápavá, Gymnázium kpt. Jaroše, Brno
RNDr. Jiří Herman, Gymnázium kpt. Jaroše, Brno

Předložený materiál je zpracován ve dvou variantách a to pro základní školství a pro nižší gymnázia. Počet i návrhy jednotlivých kapitol jsou stejné, rozdíl je pouze v obsahu. Práce je rozdělena do 12 kapitol, které v plném rozsahu pokrývají učivo matematiky na 2. stupni základní školy i na nižším gymnáziu.

Obsah:

- I. DĚLITELNOST
- II. ČÍSELNÉ OBORY
- III. PROCENTA, POMĚR, ÚMĚRA
- IV. VÝRAZY
- V. ROVNICE
- VI. FUNKCE
- VII. ZÁKLADNÍ PLANIMETRICKÉ POJMY
- VIII. GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ
- IX. KONSTRUKČNÍ ÚLOHY
- X. MNOHOSTĚNY
- XI. ROTAČNÍ TĚLESA
- XII. JEDNOTKY

KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

konstrukční úloha	znát schéma postupu řešení konstrukční úlohy konstrukce bodu, přímky, kružnice
základní geometrické konstrukce	sestrojit: - osu dané úsečky - osu daného úhlu (konvexního) - rovnoběžku s danou přímkou - kolmici k dané přímce daným bodem - střed dané úsečky přenést: - danou úsečku na danou polopřímku - daný úhel k dané polopřímce do dané poloroviny rozdělit danou úsečku na n shodných dílů
konstrukce neznámého bodu	vědět, že neznámý bod náleží zároveň dvěma množinám bodů dané vlastnosti
dělení úsečky v daném poměru	rozdělit danou úsečku v daném poměru
konstrukce úhlu	sestrojit úhel o velikosti 90° , 60° , 45° , 30° bez použití úhломěru
svírají předem daný úhel	sestrojit dvě přímky, které $37^\circ 30'$.
Konstrukce trojúhelníku	sestrojit trojúhelník podle vět sss, sus, usu, Ssu sestrojit těžiště a průsečík výšek v libovolném trojúhelníku

2. STUPEŇ ZŠ

Typové příklady

Danou úsečku AB rozdělte v poměru 3:4.

Sestrojte úhel o velikosti 105° , 15° .

Sestrojte přímky p, q tak, aby svíraly úhel o velikosti

Sestrojte průsečík výšek v tupohlélném trojúhelníku ABC .

KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

	sestrojit trojúhelník ze tří prvků
	využít Pythagorovu větu při konstrukci pravoúhlého trojúhelníku
konstrukce čtyřúhelníku	sestrojit čtverec sestrojit obdélník
	sestrojit kosočtverec
	sestrojit kosodélník
	sestrojit lichoběžník
konstrukce pravidelného mnohoúhelníku	sestrojit pravidelný šestiúhelník sestrojit pravidelný osmiúhelník
konstrukce kružnice	sestrojit kružnici trojúhelníku opsanou a vepsanou sestrojit Thaletovu kružnici sestrojit tečnu ke kružnici

2. STUPEŇ ZŠ

Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno:

a, b, v_c , a, b, v_c , a, b, t_a , c, α, v_c

c, α, r , c, α, t_c , t_a, t_b, c

Sestrojte čtverec $ABCD$, je-li dáno: a) a b) u

Sestrojte obdélník $ABCD$, je-li dáno:

a) a, b

b) a, u

c) u, ω

Sestrojte kosočtverec $ABCD$, je-li dáno:

a) a, α

b) a, e

c) e, f

Sestrojte kosodélník $ABCD$, je-li dáno:

a) a, b, α

b) a, v_a, e

Sestrojte lichoběžník $ABCD$, je-li dáno: a, α, v, c

Sestrojte tečnu k dané kružnici daným bodem.

DĚLITELNOST

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

násobek	rozhodnout, zda dané číslo je nebo není násobkem určitého čísla zapsat násobek pomocí proměnné
dělitel	rozhodnout, zda dané číslo je nebo dělitelné určitým číslem určit všechny dělitele daného čísla
dělitelnost součtu, rozdílu, součinu	
znaky dělitelnosti	rozhodnout bez předchozího dělení, zda je číslo dělitelné 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15
	zformulovat kritéria dělitelnosti čísla 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15
ciferný součet	určit ciferný součet libovolného čísla a vyslovit definici ciferného součtu
prvočísla čísla složená	rozhodnout, zda dané číslo je prvočíslo nebo číslo složené definovat prvočíslo a číslo složené
rozklad čísla na prvočinitele	rozložit číslo na prvočinitele a rozklad zapsat pomocí mocnin

NIŽŠÍ GYMNÁZIA

Typové příklady

Rozhodněte, zda číslo 65 je násobkem 6, číslo 110 násobkem 5.

Zapište trojnásobek čísla a , b -násobek čísla 4, q -násobek čísla p .

Rozhodněte, zda číslo 6 je dělitelem 65, číslo 5 dělitelem 110.

Určete všechny dělitele čísel 96 a 53.

Rozhodněte, zda je součet $(10 + 15 + 35)$ dělitelný 5, rozdíl $(170 - 17)$ dělitelný 17, součin $6 \cdot 15$ dělitelný 5.

Rozhodněte, zda číslo 5 dělí součet $(2a + 10b)$, je-li číslo a násobkem 5 a číslo b násobkem 3.

Pomocí znaků dělitelnosti rozhodněte, zda je číslo 25075 dělitelné 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10.

Rozhodněte bez předchozího dělení, zda číslo 1380 je dělitelné 6, 12 a 15.

Určete ciferný součet čísla 10 128.

Rozhodněte, zda čísla 53 a 99 jsou prvočísla.

Rozložte číslo 2 100 na prvočinitele.

DĚLITELNOST

společný násobek

určit společný násobek skupiny čísel

definovat společný násobek

nejmenší společný násobek

určit nejmenší společný násobek skupiny čísel

definovat nejmenší společný násobek

čísla soudělná a nesoudělná

rozhodnout, zda skupina čísel jsou čísla soudělná

definovat čísla soudělná a nesoudělná

společný dělitel

určit společný dělitel skupiny čísel

největší společný dělitel

určit největší společný dělitel skupiny čísel

řešit jednoduché slovní úlohy

NIŽŠÍ GYMNÁZIA

Určete společný násobek skupiny čísel:

- a) 6 a 10
- b) 5, 10 a 12

Určete nejmenší společný násobek skupiny čísel:

- a) 66 a 42
- b) 70, 125 a 150

Rozhodněte, zda jsou soudělná čísla:

- a) 15 a 27
- b) 6, 10 a 15

Určete společný dělitel skupiny čísel:

- a) 10 050 a 60
- b) 48, 72 a 45

Určete největší společný dělitel skupiny čísel:

- a) 10 050 a 60
- b) 48, 72 a 45

Seřadí-li se žáci dvou prim do dvoj-, troj-, čtyř- nebo pětistupu, vždy jeden zbude. Kolik jich je?

Kolika kamarádkám můžete rozdat 42 bonbónů tak, aby nikdy žádný nezbyl a všechny dostaly stejný počet?

UKÁZKA STANDARDŮ PRO GYMNÁZIA

Vedoucí: RNDr. Josef Kubát, Gymnázium Pardubice
Členové: RNDr. Jiří Dittrich, Gymnázium Slovanské nám., Brno
Mgr. Petr Drahotský, Gymnázium Boženy Němcové, Hradec Králové
RNDr. Dag Hrubý, Gymnázium Jevíčko
Mgr. Zdeňka Meixnerová, Gymnázium F. X. Šaldy, Liberec
RNDr. Eva Pomykalová, Gymnázium Zlín

Jedním z mnoha problémů současné gymnaziální matematiky jsou rozdílné dotace výukových hodin v průběhu čtyřletého studia na různých gymnáziích, ale též v různých třídách téže školy. Minimální dotace výukových hodin v matematice, pod kterou nelze jít a kterou tedy musí absolvovat každý student čtyřletého gymnaziálního studia, je 10 hodin (stanoveno MŠMT ČR). Ředitel školy může jednak další hodiny ve třídě přidělit a jednak v posledních dvou letech studia si student může rozšířit výuku v předmětu volitelné matematiky (nutno však zdůraznit, že podmínky jsou na různých školách velmi odlišné). Lze předpokládat, že základní gymnaziální výuka matematiky bude pokryta 10 - 12 hodinami. Vycházíme z předpokladu, že student, který přistoupí k maturitní zkoušce z matematiky a v určité formě bude ve studiu matematiky pokračovat i na vysoké škole, by měl zvládnout rozsah i obsah středoškolské matematiky v rozsahu současných osnov přírodovědné větve gymnázia. Na tomto rozsahu jsou postaveny i současné požadavky vysokých škol u přijímacího řízení. Zvládnout tento rozsah látky předpokládá dotaci aspoň 16-ti výukových hodin v průběhu čtyřletého studia; předpokládá, že si budoucí maturanti volí volitelnou matematiku. Z výše uvedených důvodů považujeme za nutné vypracovat pro gymnázium 2 druhy standardů:

1. ZÁKLADNÍ STANDARD (výuka v rozsahu 10-12 hodin)
2. MATURITNÍ STANDARD (výuka v rozsahu aspoň 16 hodin)

Maturitní standard vychází ze základního standardu (ZS) v tom smyslu, že jednotlivé tématické celky ZS jsou rozšířeny o některé pojmy, dovednosti a příslušné příklady. Maturitní standard (MS) však také obsahuje některé tématické celky, které v ZS vůbec obsaženy nejsou. Míru požadovaných znalostí v obou standardech představují nejen uvedené pojmy a vztahy mezi nimi, nejen vypsání dovednosti a činnosti, ale hlavně soubor typových úloh. Tento soubor úloh však v žádném případě není ani redukcí osnov matematiky, ani sbírkou např. maturitních příkladů. Skupina učitelů matematiky na gymnáziích bývalého Východočeského kraje se již dříve (od

roku 1988) zabývala problematikou základního učiva. Vydala publikaci "Základní učivo matematiky na gymnáziu" (SPN, JČSMF - 1990). Domníváme se, že uvedená publikace je vhodným výchozím materiálem pro stanovení základního i maturitního standardu gymnaziální matematiky. Po vypracování obou standardů považujeme za vhodné v dalším časovém sledu vypracovat soubor srovnávacích a výstupních testů (či písemných zkoušek) pro jednotlivé tématické celky; v případě maturitního standardu by byl žádoucí jakýsi soubor komplexních výstupních maturitních testů (či písemných zkoušek).

Obsah:

- I. **VÝROKOVÁ LOGIKA A MNOŽINY** Výroková logika, množiny, definice, věty a jejich důkazy
- II. **ČÍSELNÉ OBORY** Reálná čísla, mocniny a odmocniny, výrazy, komplexní čísla (jen MS)
- III. **FUNKCE** Základní pojmy, racionální funkce, exponenciální a logaritmické funkce, goniometrické funkce
- IV. **ROVNICE A NEROVNICE**
- V. **KOMBINATORIKA A PRAVDĚPODOBNOST** Kombinatorika, pravděpodobnost
- VI. **STATISTIKA**
- VII. **POSLOUPNOSTI A ŘADY** Základní pojmy, aritmetická a geometrická posloupnost, řady
- VIII. **INFINITEZIMÁLNÍ POČET** (jen MS) Spojitost a limita funkce, derivace, integrál
- IX. **PLANIMETRIE** Základní pojmy, zobrazení, konstrukční úlohy, početní úlohy
- X. **STEREOMETRIE** Polohové vlastnosti přímek a rovin, metrické vlastnosti přímek a rovin, tělesa
- XI. **ANALYTICKÁ GEOMETRIE** Vektorová algebra, lineární útvary v rovině (v MS i v prostoru), kvadratické útvary v rovině (v ZS jen kružnice; v MS parabola, elipsa, hyperbola, koule, kulová plocha)

Pro gymnaziální matematiku jsou vypracovávány dva standardy:

- (1) **ZÁKLADNÍ standard (ZS)** (odpovídá výuce v 10-12 hodinách v průběhu čtyřletého studia)
- (2) **MATURITNÍ standard (MS)** (odpovídá výuce s dotací aspoň 16 hodin ve čtyřletém studiu)

Maturitní standard vychází ze základního standardu (základní standard je v něm obsažen) s tím, že:

1. některé partie základního standardu budou rozšířeny (s označením MS)
2. některé partie budou navíc (s označením MS).

II. ČÍSELNÉ OBORY

Pojmy a vztahy

Základní dovednosti a činnosti

1. Reálná čísla

- chápat rozdíl mezi číslem a číslicí (cifrou)
- umět zařadit číslo do příslušného číselného oboru
- umět provádět základní početní operace v jednotlivých číselných oborech s využitím vlastností těchto operací (komutativnost, asociativnost, distributivnost)
- přirozené číslo - znát základní pojmy z dělitelnosti přirozených čísel (kriteria dělitelnosti, prvočíslo, číslo složené, základní věta aritmetiky; největší společný dělitel, nejmenší společný násobek)
- racionální číslo - znát definici různé tvary zápisu a převody mezi nimi
- desetinné číslo - umět používat rozvinutý a zkrácený zápis čísla, určit řád čísla, počítat s čísly vyjádřenými pomocí mocnin se základem 10
- reálné číslo - umět znázornit reálné číslo na číselné ose, znát definici a význam absolutní hodnoty reálného čísla
- aktivně používat pravidla pro zaokrouhlování čísel

2. Mocniny a odmocni-

- znát definici mocniny s celočíselným

GYMNÁZIA

Typové příklady

1.1 Zařadte daná čísla do množin N, Z, Q, R : $-7; 3, 14; e^{\pi}; \frac{3}{2}; \sqrt{1993}; \frac{153}{3}; \sqrt{2} \cdot \sqrt{18}; 1, \bar{6}$.

1.2 Rozhodněte bez dělení, zda číslo 132 475 je dělitelné 8, 12, 15, 18, 25.

1.3 Určete $D(1320; 2772)$ a $n(198; 132)$

1.4 a) Zapište zkráceným zápisem číslo $3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-3}$
b) Zapište rozvinutý zápis čísla 405,08

1.5 Ve tvaru $a \cdot 10^k$, kde $a \in (1; 10)$, $k \in Z$ vyjádřete $\frac{28,4 \cdot 10^{-2} \cdot 0,12 \cdot 10^4}{3,15 \cdot 10^{-6}}$

1.6 Uspořádejte čísla podle velikosti

a) $\frac{19}{15}; 1, \overline{27}; 1\frac{9}{32}; 1, 27$.

b) $|-0,3 + \frac{2}{5}|; |-0,3| + |\frac{2}{5}|$

1.7. Na číselné ose znázorněte čísla $-3, 7; \sqrt{3}; 0, 4$

1.8. Číslo 27,0352 zaokrouhlete

a) na setiny

b) na tři platné číslice

2.1 Vypočtete

II. ČÍSELNÉ OBORY

ny v oboru \mathbb{R}

exponentem

- znát definici n -té mocniny z nezáporného čísla
- umět přepsat odmocninu jako mocninu s racionálním exponentem a obráceně
- aktivně ovládat základní pravidla pro počítání s mocninami a odmocninami

3. Výrazy
v oboru \mathbb{R}

- poznat zda daný zápis je výraz
- umět stanovit definiční obor výrazu
- určit hodnotu výrazu pro dané hodnoty proměnných
- chápat pojem rovnost výrazů, úprava výrazu
- mnohočlen - ovládat pojmy člen, koeficienty, stupeň mnohočlenu, uspořádání mnohočlenu
- umět provádět základní početní operace s mnohočleny
- znát z paměti a umět použít vzorce $(a + b)^2$, $(a + b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$
- umět rozložit mnohočlen na součin (včetně rozkladu kvadratického trojčlenu na součin lineárních dvojčlenů užitím vztahů mezi kořeny a koeficienty)

GYMNÁZIA

a) $\sqrt{12} - 3\sqrt{8} - 5\sqrt{27} + 8\sqrt{32}$

b) $(5 - \sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2} \cdot (2 - \sqrt{2})$

c) $(-0,005)^{-2}$

d) $\frac{2}{1-\sqrt{5}}$ e) $\sqrt[5]{\frac{4}{\sqrt[3]{2}}} : \sqrt[3]{\frac{2}{\sqrt[5]{8}}}$

f) $[(2^2 \cdot \frac{1}{3})^2]^{\frac{1}{3}} \cdot [(\frac{1}{2} \cdot 3^2)^{\frac{1}{2}}]^{-2}$

2.2 Zjednodušte

a) $\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ b) $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^4 \cdot a^{\frac{2}{3}}}} : \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b^3}}} \cdot \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}$

MS:

2.3 Vypočtěte

a) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}$ b) $\frac{2\sqrt{6}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

c) $\frac{(10^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{2}})^{-3}}{(5^{\frac{1}{2}} \cdot 4)^2} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}$

3.1 Určete všechna $x \in \mathbb{R}$, pro něž se rovnají výrazy

a) $\frac{x^2-4}{x+2}, x-2$ b) $\sqrt{x^2-4x+4}, x-2$

MS:

3.2 Ověřte, zda jsou si rovny výrazy; určete společný definiční obor daných výrazů

$$\frac{\cos 2x}{\cot^2 x - \operatorname{tg}^2 x}, \frac{1}{4} \sin^2 2x$$

3.3 Vypočtěte

a) $[(3x+y)^2 - (x-3y)^2] \cdot 2xy$

b) $(x^3 - 2x^2 - 2x - 1) : (x+1)$

II. ČÍSELNÉ OBORY

- lomený výraz - umět provádět základní početní operace

-goniometrický výraz - aktivně ovládat
 vzorce $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1$,
 $\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$, $\operatorname{cotg} x =$
 $= \cos x / \sin x$, $\sin(x \pm y)$, $\cos(x \pm y)$,
 $\sin 2x$, $\cos 2x$
 MS $\sin x \pm \sin y$, $\cos x \pm y$,
 $\sin \frac{1}{2}x$, $\cos \frac{1}{2}x$

4. Komplexní čísla

MS:

- umět provádět operace s komplexními čísly v algebraickém tvaru
- ovládat goniometrický tvar a vzájemný převod do algebraického tvaru
- umět dokázat a použít Moivreovu větu
- geometricky interpretovat početní operace v Gaussově rovině

GYMNÁZIA

3.4 Rozložte na součin

- a) $27x^3 - 8$
 b) $m^5 + m^3 - m^2 - 1$
 c) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$
 d) $3x^2 + 9x - 30$

3.5 Upravte; určete definiční obor

- a) $\frac{am^2 - an^2}{m^2 + 2mn + n^2} : \frac{am^2 - 2amn + an^2}{3m + 3n}$
 b) $\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 - x - 12} \cdot \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + 6x - 7}$
 c) $\frac{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$
 d) $\left(\frac{x^2 - 2x + 4}{4x^2 - 1} \cdot \frac{2x^2 + x}{x^3 + 8} - \frac{x+2}{2x^2 - x} \right) : \frac{4}{x^2 + 2x} - \frac{x+4}{3-6x}$

3.6 Odstraňte absolutní hodnotu

- a) $2x - 5 - |x + 1| + x^2$ b) $\frac{|x-3| + x^2 - 6x + 9}{6-2x}$

3.7 Stanovte definiční obor výrazu a výraz zjednodušte

- a) $\frac{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x}{1 - \cos^2 x}$ b) $\cos 2x + \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$
 c) $\sin\left(\frac{1}{6}\pi + x\right) + \sin\left(\frac{1}{6}\pi - x\right)$

MS:

- d) $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{1 - \sin x}{\cos x}$
 e) $\frac{\sin(30^\circ + x) - \sin(30^\circ - x)}{\cos(60^\circ + x) + \cos(60^\circ - x)}$

4.1 Jsou dána komplexní čísla

$$a = 3 + 2i, b = \sqrt{2}\left(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi\right), c = 2\sqrt{3} - 2i, d = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i.$$

- a) V algebraickém tvaru vyjádřete: $a + b, b - a, a \cdot b$

$$b : a, a^2, b^3, \bar{b}, -a, a \cdot \bar{a}.$$

- b) V Gaussově rovině proveďte graficky operace:

$$\bar{b} + a, 3a - 2b, d^3, \sqrt{d}.$$

- c) V goniometrickém tvaru vyjádřete:

$$c, c^2, \sqrt[3]{c}, c \cdot d, d : c.$$

4.2 V Gaussově rovině zobrazte všechna komplexní čísla z , pro něž platí

a) $|z + 2 - 2i| > |z - 2 - i|$

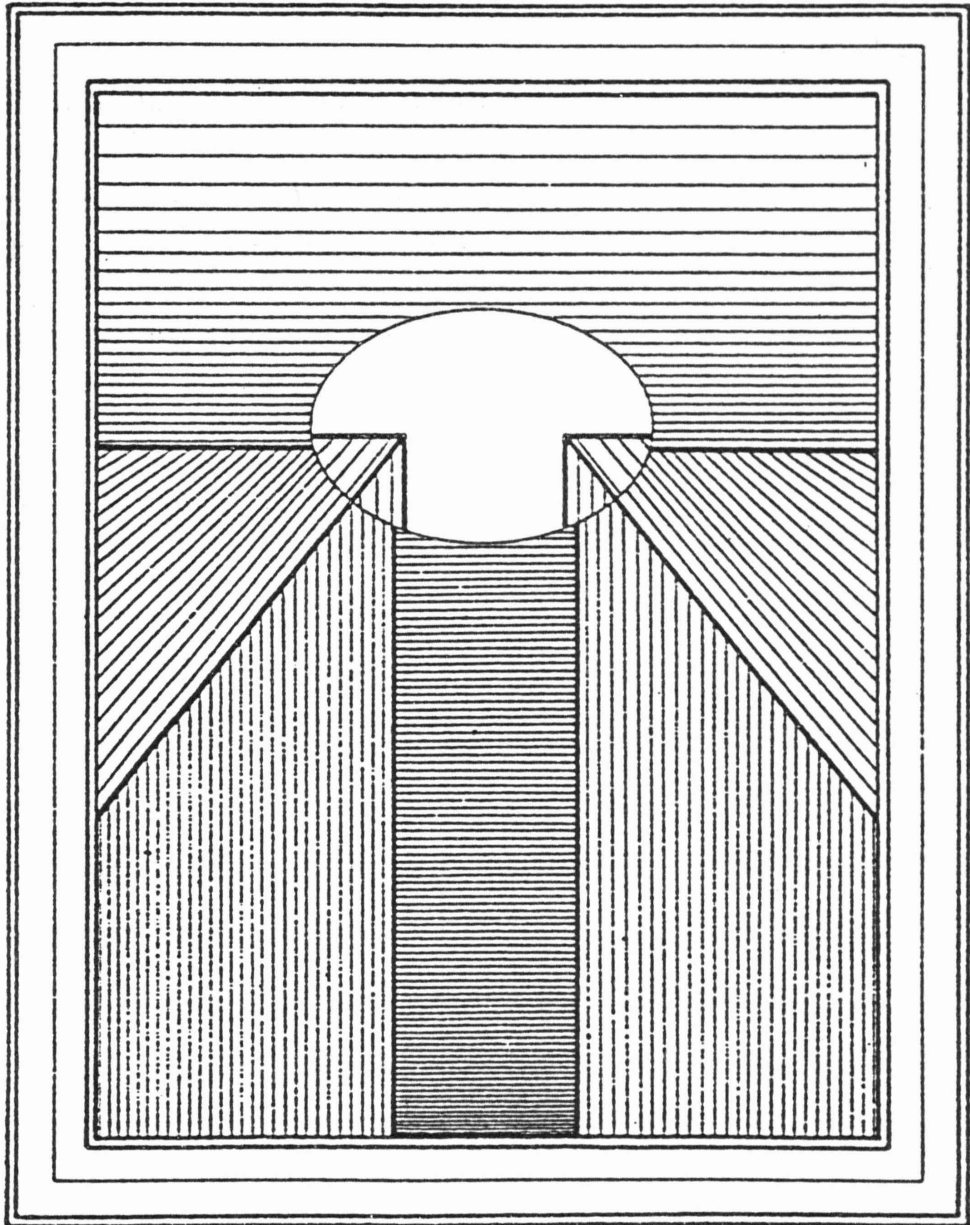
UKÁZKA STANDARDŮ PRO SOŠ

- Vedoucí: František Procházka, SPŠ Chrudim
- Členové: Marie Knížková, SPŠE Praha 1, Na příkopě 16
 Eliška Wildhageová, OA Praha 2, Vinohradská 36
 Věra Novotná, Gymnázium T. Novákové 2, Brno
 Rudolf Pomykal, ČŠI Olomouc
 Dagmar Hájková, SPŠE Kounicova 16, Brno
 Bedřich Štěpánek, SLŠ Purkyňova, Most
 Markéta Tetourová, SZŠ Ruská 91, Praha 10
 Pavel Knížek, SPŠPT Podskalská 10, Praha 2
 Lenka Martinová, SPŠ Klatovská 109, Plzeň
 Jarmila Špůrová, SPŠD Koterovská 85, Plzeň
 Olin Horáček, SPŠE Jednoty 1620, Sokolov
 Darja Školníková, SPŠS, Čáslavská 973, Chrudim

Při sestavování standardů z matematiky pro SŠ vycházela odborná skupina matematiky SOŠ z toho, že spektrum škol je natolik široké z hlediska obsahu a hodinových dotací, že není vhodné vytvořit standardy pro jednotlivé typy. Při tvorbě jsme se zaměřili na partie, které se probírají na většině průmyslových škol a obchodních akademií s tím, že jednotlivé typy škol budou svůj standard přizpůsobovat požadavkům na profil absolventa studovaného oboru. Maturitní standard by měl být na středních školách jednotný a vyšší než výstupní standard absolventa střední školy.

Obsah:

- I. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY A JEJICH ÚPRAVY
- II. ČÍSELNÉ OBORY, MOCNINY A ODMOCNINY
- III. ROVNICE, NEROVNICE A JEJICH SOUSTAVY
- IV. PLANIMETRIE, OBSAHY A OBVODY ROVINNÝCH OBRAZCŮ
- V. FUNKCE
- VI. GONIOMETRICKÉ FUNKCE A TRIGONOMETRIE OBECNÉHO ROJÚHELNÍKU
- VII. KOMPLEXNÍ ČÍSLA
- VIII. ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ
- IX. POSLOUPNOSTI A ŘADY
- X. DIFERENCIÁLNÍ POČET
- XI. INTEGRÁLNÍ POČET
- XII. KOMBINATORIKA
- XIII. PRAVDĚPODOBNOST A STATISTIKA
- XIV. LINEÁRNÍ ALGEBRA



ALGEBRAICKÉ VÝRAZY A JEJICH ÚPRAVY

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

1. Algebraický výraz

- Použití základní terminologie
- aplikace základních matematických zákonů při úpravách výrazů
- stanovení číselné hodnoty výrazu
- použití vzorců pro třetí mocninu dvojčlenu
- rozklad mnohočlenu na součin
- algebraické operace s lomenými

SOŠ

Typové příklady

1. Umocněte: $[2a^2b - 1/(ab^2)]^3$

2. Rozložte:

a) $8x^3 - 27y^3$

b) $x^2 - 7x + 12$

c) $x - xy + z - yz$

3. Určete obor výrazu a upravte výraz:

a) $\frac{x-2y}{x+y} - \frac{2x-y}{y-x} - \frac{2x^2}{x^2-y^2}$

b) $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{a} - 1\right)$

c) $\frac{\frac{x^2}{1-x^2} + 1}{1 - \frac{x}{x-1}} : \frac{1}{x+1}$

4. V paralelním obvodu (viz obrázek) je $R = 4 \text{ k}\Omega$, $C = 50 \mu$
a $L = 200 \text{ mH}$. Vypočtěte hodnotu R_v s uvedením jednotky
podle vzorce

$$R_v = \frac{\omega^2 L^2 R}{\omega^2 L^2 + R^2(1 - LC)^2}$$

pro $\omega = 200 \text{ s}^{-1}$.

PLANIMETRIE

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

- | | |
|---|---|
| 1. Bod, přímka, rovina
a jejich část | - Použití základní terminologie
a symboliky |
| 2. Trojúhelník | - Znalost hlavních i vedlejších
prvků trojúhelníka
- řešení konstruktivních úloh o
trojúhelníku
- výpočet obvodu a obsahu trojú-
helníka nejen pomocí strany
a příslušné výšky - znalost např.
Heronova vzorce |
| 3. Mnohouhelník | - Základní typy čtyřúhelníků, je-
jich konstrukce z daných prvků
a výpočet obvodu a obsahu
- Základní prvky pravidelného
n -úhelníka, výpočet obvodu a ob-
sahu obrazce, ev. žádaného prvku |
| 4. Kružnice, kruh a jejich
části | - Části kružnice a kruhu
- základní vlastnosti tečny a tě-
tivy, využití v konstruktivních
úlohách
- výpočet obvodu a obsahu všech
částí kruhu |

SOŠ

Typové příklady

- 1.1 Je-li $a // b$, $\alpha = 62^\circ$, $\beta = 48^\circ$, určete úhly α , \sphericalangle , \sphericalangle' , δ a k zadanému úhlu α určete úhly vedlejší, vrcholový, střídavý, souhlasný a přilehlý.
- 2.1 Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno:
- t_a, t_b, v_c
 - v_a, v_b, c
 - $c, @, \alpha$
- 2.2. Vypočtete obvod, obsah a zbývající hlavní prvky trojúhelníku ABC je-li dáno:
- a, b, c
 - a, β, r
 - $o, \alpha, @$
- 3.1 Vypočtete obsah zobrazeného obrazce
- 3.2 Sestrojte kosočtverec, je-li dáno $u_1, @$
- 3.3 Jaká musí být šířka otvoru klíče k utažení šestihranné matice, jestliže známe poloměr kružnice opsané matici.
- 4.1 Narýsujte kružnici, která se dotýká dané přímky t v daném jejím bodě T a prochází bodem A , který neleží na t .
- 4.2 Vypočtete obvod a obsah řezu cívkou podle obrázku. Vyjmenujte všechny geometrické obrazce, které na obrázku vidíte.

PLANIMETRIE

- 5. Obvodový a středový úhel - Zobrazení těchto úhlů a využití při konstrukci a výpočtech
- 6. Shodná zobrazení v rovině - Shodná zobrazení a jejich základní vlastnosti
- 7. Podobná zobrazení v rovině - Podobné zobrazení
- Základní vlastnosti stejnolehlosti a jejich užití

- 8. Euklidovy věty - Znění obou Euklidových vět a jejich použití graficky i početně

SOŠ

- 5.1 Určete graficky body, které jsou od průčelí budovy 12 m širokého ve vzdálenosti 7 m a vidíme z nich toto průčelí pod úhlem $67,5^\circ$.
- 6.1 Otočte pravouhlý lichoběžník $ABCD$ ($AB // CD$) kolem bodu M o úhel $\beta = 60^\circ$, jestliže M je průsečík polopřímek AD a BC .
- 7.1 Určete délku plotu kolem pozemku ve tvaru mnohoúhelníka, jehož strana $a = 7$ m, jestliže na plánu je $a' = 2$ cm a obvod je 35,2 cm.
- 7.2a Narýsujte libovolný šestiúhelník a zmenšete jej v poměru 3:5 tak, aby jeden vrchol byl společný oběma obrazcům.
- b) Narýsujte společné tečny kružnic o nestejném poloměru, jejichž středná je větší než součet poloměrů.
- 8.1 Narýsujte čtverec, který má stejný obsah jako trojúhelník o stranách 8, 10, 11 cm. Nepoužívejte výpočet.
- 8.2 Tvrдость materiálu se zjišťuje tzv. Brinellovou zkouškou, při níž se do zkoušeného kovu vtlačí určitou silou ocelová kulička o průměru D , čímž se v materiálu vytlačí kruh o průměru d . ($D = 10$ mm, $d = 5$ mm)
- a) Do jaké hloubky byla kulička vtlačena?
- b) Tvrдость materiálu je dána poměrem síly F a styčné plochy A vrchlíku kuličky zatlačené do materiálu. Určete tvrдость oceli, jestli $F = 29\,430$ N, $HB = 0,102 F/A$.

UKÁZKA STANDARDŮ PRO UČITELSKÉ STUDIUM

UČITELSTVÍ PRO 2. STUPEŇ ZŠ

Vedoucí: RNDr. Alena Šarounová, CSc., MFF UK Praha

Členové: Doc. RNDr. Jiří Jarník, CSc., PdF UK Praha
 RNDr. Milan Kočandrlé, CSc., MFF UK Praha
 Jiřina Tuřanová, ZŠ Praha

UČITELSTVÍ PRO SŠ

Vedoucí: Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc, PŘF MU Brno

Členové: Doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc., MFF UK Praha
 RNDr. Zuzana Došlá, CSc., PŘF MU Brno
 RNDr. Libuše Fuchsová, PŘF MU Brno
 RNDr. Pavel Horák, PŘF MU Brno
 Doc. RNDr. Josef Janyška, CSc., PŘF MU Brno
 Doc. RNDr. Bohumil Šmarda, CSc., PŘF MU Brno

Vzdělání učitele matematiky je nutno koncipovat jinak než vzdělání odborného matematika. Kromě kultury matematického myšlení a důkladných znalostí elementární aritmetiky a geometrie by měl dobře znát okolnosti vzniku nosných matematických disciplín a jejich základy (matem. analýza, algebra, geometrie, teorie množin) a didaktické problémy spojené s výukou matematiky na příslušném typu škol. Další vrstvou jeho odborného vzdělání by měla být povšechná informace o možnostech různých matematických disciplín (a jejich případném využití při práci s dětmi - souťaže, kroužky, rady při výběru povolání aj.). Je samozřejmé, že učitel musí být vzdělán pedagogicko-psychologicky, musí umět jednat s dětmi i dospělými, měl by mít slušné všeobecné vzdělání a zejména morální a psychologické předpoklady k výkonu učitelského povolání. Těmito problémy se "standards" nezabývají. Při srovnávání významu vědomostních schématů pro základní a střední školy a standardů pro vzdělávání učitelů je třeba uvědomit si zásadní rozdíl jejich role. Standardy určené základním a středním školám se zabývají převážně vědomostmi a dovednostmi - tj. určitými fakty a souvislostmi mezi nimi. Škola má žákům dát patřičné vzdělání, které je zde jistým způsobem zachyceno a které bude absolventům škol prospěšné při výkonu povolání či dalším studiu. Přípravu na život ve společnosti po stránce osobnostní, postojoyé a volní standardy pro matematiku nepostihují. Učitel - kromě ostatních charakteristik - musí být k úspěšnému vykonávání svého povolání vybaven nejen množstvím vědomostí, ale zejména řadou výchovných i vzdělávacích metod, jejichž prostřednictvím - kromě jiného - žákům své poznatky předává a vede je

k vlastním "objevům", k zájmu o obor a ke vhodným strategiím řešení problémů. Metodická stránka "předmětu aprobace" je tak vlastně důležitější, než faktografické naplnění hesel sylabů. Nelze samozřejmě rozvíjet obecně "metody" bez obsahu a je tudíž nezbytně nutné solidní faktografický základ soustavně budovat. Budoucí učitelé matematiky by však po celou dobu studia měli být vzděláváni skutečně jako budoucí učitelé, tj. jejich výuka by měla být vedena nejen odborně správně, ale i takovými metodami, které bude jejich budoucí praxe vyžadovat. Tyto metody jsou nutnou součástí jejich profesní přípravy. Kterékoli heslo ze standardu libovolné matematické disciplíny pro přípravu učitelů matematiky lze naplnit různým způsobem - od ryze formálního vysoce "vědeckého" ale suchého, až po didaktický koncept, který dá posluchačům učitelství mnohem víc než předepsané poznatky po stránce metodické i obecně lidské. Specifickou roli přitom hraje didaktika daného předmětu. Požadavky z didaktiky matematiky obsahově vycházejí ze standardů základních a středních škol a standardů odborných matematických disciplín učitelského studia. Podstatnou součástí připravenosti učitele je zvládnutí základních metod výkladu matematických celků uvedených ve standardech a jejich aplikací, metod aktivizačních, diagnostických a podobně. Požadavky z didaktiky matematiky tudíž považujeme za vhodné specifikovat jiným způsobem než formou standardů popisujících odborné znalosti z jednotlivých matematických disciplín. Znalosti z didaktiky matematiky je nutné prověřovat na látce dané těmito standardy. Je třeba spíše zdůraznit metody práce a celkový didaktický přístup, což není vhodné zkusit v obecné rovině. Didaktickou připravenost budoucích učitelů matematiky doporučujeme prověřovat zejména v těchto směrech:

1. Znalost středoškolské matematiky obsahově stanovené maturitními standardy obohacená o znalost souvislostí mezi jednotlivými celky navzájem, logickou výstavbu včetně důkazů a zdůvodnění.
2. Prohloubení znalosti středoškolské látky směrem k vysokoškolským partiím a náročnějším úlohám (typu úloh matematické olympiády).
3. Přehled o souvislostech mezi vysokoškolskými a středoškolskými partiemi matematiky, tj. schopnost transformovat odborné poznatky do vyučování matematiky a přizpůsobit je úrovni žáků a konkrétní situaci.
4. Znat podstatné rysy historického vývoje základních matematických disciplín a mít přehled o obsahu a metodách výuky matematiky na základních a středních školách v našich zemích ve dvacátém století.

SHODNOSTI V ROVINĚ A V PROSTORU

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

Základní pojmy	Shodná zobrazení v rovině, v prostoru - definice - klasifikace
Grupa shodností	- analytické vyjádření

Skládání osových souměrností

Užití shodností

Řešení konstr. úloh

UČITELSTVÍ 2. STUPEŇ

Typové příklady

- Dokažte, že všechna posunutí v rovině tvoří grupu
- Porovnejte vlastnosti osové souměrnosti v rovině a v prostoru
- Prozkoumejte vlastnosti operace skládání dvou osových souměrností v závislosti na vzájemné poloze os těchto souměrností
- Jsou dány dvě shodné kružnice k, l bez společných bodů. Určete všechny shodnosti (v rovině), které převedou kružnici k na kružnici l .

Určete analytické vyjádření těchto shodností.

- Dokažte, že každou přímou shodnost v rovině lze složit ze dvou osových souměrností.
- V rovině jsou dány dva nepřímo shodné trojúhelníky $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$.

Sestrojte posloupnost osových souměrností, jejichž složením bude zobrazení, v němž je $\triangle A'B'C'$ obrazem $\triangle ABC$. Kolik členů tato posloupnost může mít? Je úloha jednoznačná?

- Je dána kružnice $k(S, r)$, kružnice $l(O, \frac{r}{2})$, jejíž střed O leží na kružnici k a vně obou kružnic bod X . Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky XKL , kde $K \in k$ a $L \in l$.

OSO VÁ AFINITA

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

Osová afinita
mezi dvěma
rovinami

O.A. Jako zobecnění rovnoběžného
promítání.

Určení afinity, základní vlastnosti
Skládání afinit se společnou
osou afinity

Osová afinita
v rovině

Určení osové afinity v rovině

Třídění afinit

- afinity přímé a nepřímé

- afinita pravoúhlá a kosoúhlá

- afinní relace

Konstrukce elipsy
užitím afinního
vztahu mezi kruž-
nicí a elipsou

Sdružené průměty kružnice - elipsy

Rovnoběžný průmět
afinity mezi dvěma
rovinami do rovi-
ny třetí

Řezy hranolů rovinami

Osová afinita
a grafy funkcí

Mezi Grafy funkcí $y = f(x)$ a
 $\bar{y} = k \cdot f(x)$ je afinní vztah.

UČITELSTVÍ 2. STUPĚŇ

Typové příklady

- Je dána $\mathcal{A}(\alpha - \beta; A \rightarrow A')$ kde $\alpha \cap \beta = o$.
Dokažte, že obrazem čtverce $ABCD \subset \alpha$ je v této afinitě rovnoběžník $A'B'C'D'$.
 - Jsou dány navzájem různé roviny α, β, γ se společnou průsečnicí o . Necht' $\mathcal{A}_1(\alpha - \beta; A \rightarrow A')$, $\mathcal{A}_2(\beta - \gamma; A' \rightarrow \bar{A})$.
Dokažte, že složením těchto dvou afinit je afinita $\mathcal{A}(\alpha - \gamma; A \rightarrow \bar{A})$.
 - Je dán rovnoběžník $PQRT$ a přímka o . Určete afinitu \mathcal{A} s osou o , v níž bude obrazem rovnoběžníku $PQRT$ čtverec $P'Q'R'T'$.
 - Dokažte, že šikmé zrcadlení je involutorním zobrazením.
Porovnejte obsahy trojúhelníků $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ (vzoru a obrazu v tomto zobrazení).
 - Ukažte, že afinní elace zachovává obsahy mnohoúhelníků - tj., že obsah n -úhelníka $AB \dots N$ je roven obsahu jeho obrazu v relaci - obsahu n -úhelníka $A'B' \dots N'$.
-
- Elipsa e je dána svými vrcholy A, B a středem S ,
přímka p body X, Y , přičemž bod X je středem úsečky AS , bod Y neleží na přímce AS ; určete průsečíky přímky p s elipsou e .
 - Elipsa e je dána svými sdruženými průměry PQ, RT .
Určete osovou afinitu, v níž bude obrazem této elipsy kružnice.
 - Pravidelný šestiboký hranol protne rovinou určenou třemi body X, Y, Z ležícími na různých hranách (resp. v různých stěnách) tohoto tělesa. Určete afinitu mezi rovinou podstavy a rovinou řezu - tj. její osu a směr.
Jak souvisí afinní obraz podstavy s průnikem roviny řezu s daným hranolem?
 - Užitím afinity sestrojte co nejpřesněji:
Graf funkce $y = 3 \sin(x - \pi)$. K dispozici je školní šablona funkcí.
 - Určete průsečíky grafu funkce
 $x^2 + 4y^2 = 4 \quad (x \in \langle -2, 2 \rangle)$
s přímkou $Y = \frac{1}{2}x$.
Proveďte počtetně i graficky užitím afinity.

MATEMATICKÁ ANALÝZA

Pojmy a vztahy mezi nimi Základní dovednosti a činnosti

Pojem funkce,
složené a inverzní funkce
jedné proměnné

Určení definičního oboru funkce,
oboru hodnot, určení složek složené
funkce, nalezení funkce inverzní k dané
funkci

Elementární funkce

Určení definičních oborů, oborů
hodnot a grafů všech elementárních
funkcí, u racionálních lomených funkcí
rozklad na parciální zlomky

Limita, spojitost,

Výpočet všech typů limit vlastních
i nevlastních, ve vlastních i nevlastních
bodech včetně použití L'Hospitalova prav.
určení bodů nespojitosti, intervalů
spojitosti a stejnoměrné spojitosti;

UČITELSTVÍ 2. STUPĚŇ

Typové příklady

- Určit defin. obory funkcí: a) $y = \log_2 \frac{x}{x+1}$
 b) $y = \sqrt{2-x^2}$, c) $y = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$.
- Určit jednotlivé složky složené funkce:
 a) $y = \cos^2 \frac{x}{x+1}$ b) $y = \ln \sqrt{\frac{2x+1}{x^2+3x+2}}$,
 c) $y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{\sin \frac{x}{2}}$.
- Určit inverzní funkci k funkcím: a) $y = 3x - 1$
 b) $y = x^2, x \in (0, \infty)$; c) $y = x^2, x \in (-\infty, 0)$
 d) $y = x^2 + 2x + 3, x \in (-\infty, -1)$,
 e) $y = x^2 + 2x + 3, x \in (-1, \infty)$.
 Ve všech případech a) - e) nakreslete.

- Nakreslit grafy funkcí: a) $y = x^2 - x - 2$,
 b) $y = \sin \frac{x}{2}$ c) $y = \cos 2x$, d) $y = \operatorname{tg} x$,
 e) $y = \operatorname{cotg} x$, f) $y = \arcsin x$, g) $y = \arccos x$,
 h) $y = \operatorname{arctg} x$, i) $y = \operatorname{arccotg} x$, j) $y = e^x$,
 k) $y = e^{-x}$, l) $y = 2^x$, m) $y = (\frac{1}{3})^x$, n) $y = (\frac{1}{2})^{-x}$, o) $y = \ln x$,
 p) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, q) $y = \ln(-x)$, r) $y = \log_3 x \pm 1$,
 s) $y = \log_2(2x+3)$, t) $y = x^s, s \in \mathbb{R}, x > 0$ u) $y = |x-1|$.
- Určit definiční obor, obor hodnot a znaménko funkcí:
 a) $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$, b) $y = \ln \frac{x-1}{x^2+x-2}$,
 c) $y = e^{\frac{1}{x}}$, d) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2+x}$.
- Rozložit na parciální zlomky:
 a) $y = \frac{2x+1}{(x^2+2x+3)(x^2+3x+2)}$, b) $y = \frac{x^2(x^2+1)}{x^3 \pm 1}$.

- Vypočítat: a) $\lim_{x \rightarrow -1 \pm} \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1-x)}{\sin^2 x}$
 c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{x}{1+x})^{2x}$, d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$.

- Určit body nespojitosti a vypočítat v nich limity zprava (zleva), pokud existují, u funkcí:

MATEMATICKÁ ANALÝZA

výpočet derivací 1. a příp. i vyššího řádu všech elementárních funkcí a funkcí, které vzniknou jejich složením; nalezení tečny a normály ke grafu funkce v daném bodě

Lokální a globální extrémů, průběh funkce jedné proměnné

Určení lokálních extrémů, určení globálních extrémů funkcí spojitých na uzavřeném intervalu, určení konvexnosti a konkávnosti funkce x a inflexních bodů, určení asymptot bez směrnice a se směrnicí ke grafu funkce, vyšetření průběhu funkce včetně nakreslení grafu

UČITELSTVÍ 2. STUPĚŇ

- a) $y = \frac{x}{x^2 - 3x - 4}$, b) $y = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$,
 c) $y = \log_2 \frac{x^2+1}{x^2+2x-3}$, d) $y = e^{\frac{1}{x-1}}$.
3. Určit, zda jsou dané funkce na zadaných intervalech spojité, resp. spojitě stejnoměrně:
- a) $y = \frac{1}{1-x}$, $x \in (1, 2)$, $x \in \langle 1, 2 \rangle$, $x \in \langle 0, 2 \rangle$;
 b) $y = \ln x$, $x \in (0, 1)$, $x \in \langle 0, 1 \rangle$,
 0 pro $x < 0$
 c) $y = \begin{cases} & , x \in (-1, 1). \\ 2x & \text{pro } x \geq 0 \end{cases}$
4. Vypočtěte derivace funkcí: a) $y = \left(\frac{x}{3x-1}\right)^2$,
 b) $y = \ln \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$, c) $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$,
 d) $y = \sin^{3/2} \frac{1}{x-2}$, e) $y = (x^2 + x + 1)^{3x}$.
5. Určit rovnici tečny a normály ke grafu funkcí:
 a) $y = \ln^2 x$ v bodě $T = [e, ?]$,
 b) $y = \arcsin \frac{1}{x}$ v bodech $T_1 = [1, ?]$, $T_2 = [-1, ?]$.

1. Určit lokální extrémů funkcí:
 a) $y = \operatorname{arctg} (x^3 + x^2 - 2)$,
 b) $y = \ln \frac{x}{x^2+1}$
 c) $y = x|x-2|$.
2. a) Určit globální extrémů funkce
 $y = \frac{x^2}{x^2+x-2}$ na intervalu $\langle -\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.
 b) Určit globální extrémů funkce
 $y = \frac{|x|}{x-3}$ na intervalu $\langle -2, 2 \rangle$.
 c) Do koule o poloměru R vepsat rotační kužel o největším objemu.
3. Určit inflexní body a asymptoty u grafu funkcí:
 a) $y = 2^{\frac{1}{x+1}}$,
 b) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2-x}$, c) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$.
4. Určit průběh funkcí:
 a) $y = \frac{|x-2|}{x^2-4x+3}$,
 b) $y = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x+1}$, c) $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

Standardy ve vyučování matematice

E. Fuchs, PŘF MU Brno

Tvorba standardů patří v poslední době k nejdiskutovanějším otázkám našeho školství. Přitom není překvapující, že názory na roli standardů, jejich potřebu a užitečnost pokrývají celou škálu od kategorického odmítání po jednoznačnou podporu. Při vědomí toho, že pozice různých vyučovacích předmětů může být v mnoha ohledech rozdílná, se pokusme stručně naznačit, proč se domníváme, že tvorba vyučovacích standardů je potřebná obecně a proč a jak jsme k jejich tvorbě přistoupili v matematice. V současnosti probíhá žádoucí a po dlouhá desetiletí uměle blokový proces diversifikace našeho školství. Bylo by však pošetilé nevidět nebo si zastírat problémy, které tento proces provázejí. Ponecháme-li stranou okolnosti, které bezprostředně nesouvisí s naším tématem, je jedním z průvodních jevů tohoto procesu lehce vysvětlitelný "kyvadlový efekt": po dlouhém období jednotných závazných a kontrolovaných osnov nastupuje období paušálního odmítání v podstatě jakékoliv možnosti centrálního zasahování do obsahu a forem výuky; i slabé náznaky pokusů o nějakou formu koordinace obsahu výuky na daném typu škol jsou - alespoň v jistých kruzích - vydávány za neoprávněné zásahy a za omezování tvůrčího přístupu učitele k výuce apod. Mezi mnoha vybranými tituly alternativních učebnic vycházejí - alespoň v našem oboru - i tituly velmi pochybné úrovně (a jak lze snadno doložit, je morální úroveň některých autorů přímo nestoudná). V této situaci část školské veřejnosti začala stále výrazněji pociťovat nedostatek toho, co alespoň v jisté míře mohou poskytnout standardy. Přitom probíhá permanentní diskuse na téma, co to vlastně standardy jsou, jak je lze či nelze chápat a posuzovat, co od nich lze či nelze očekávat, do jaké míry mají být doporučené či závazné, zda mají být nástrojem hodnocení žáků, učitelů, škol či školství, jaký je vztah standardů a minimálního učiva, atd.; tato diskuse probíhá na různých úrovních již delší dobu a nezdá se, že by se chýlila ke konci, a že by se jednotlivá stanoviska sblížovala. Aniž bychom podceňovali závažnost těchto diskusí, zdá se nám, že mnohým diskutérům by nebylo proti mysli, kdyby se v abstraktní rovině tyto debaty vedly libovolně dlouho; diskuse by se prostě vedly, jen standardy by jednoduše žádné nebyly. S plným vědomím nevyjasněnosti mnoha důležitých otázek jsme proto na 4. celostátním setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, které se konalo v říjnu 1992 v Žinkovech u Plzně, dospěli k jednoznačnému závěru, že zahájíme neprodleně práci na

tvorbě standardů z matematiky pro všechny typy škol. Poněvadž v té době bylo zcela nejasné, zda budou standardy tvořeny i v jiných vyučovacích předmětech, bylo dohodnuto, že se pokusíme vytvořit první verzi standardů do konce roku 1993; pokud do té doby bude nějaká forma standardů závazná, nabídneme naše standardy jako možnou variantu, v opačném případě je poskytneme učitelům matematiky jako doporučení Jednoty českých matematiků a fyziků. Koordinací činnosti všech pracovních skupin byl pověřen autor tohoto příspěvku. První schůzka zástupců všech typů škol a zájemců o tvorbu standardů byla svolána na dny 13. - 14. 3. 1993 do Jevíčka.

Na tomto setkání byla dohodnuta základní koncepce tvorby standardů a byly utvořeny následující pracovní skupiny:

Typ školy	Vedoucí skupiny
1. stupeň ZŠ a učitelé pro ZŠ	doc.dr.M.Bělík, CSc. PdF UJEP Ústí n.Labem
2. stupeň ZŠ a nižší gymnázia	RNDr. Dag Hrubý Gymnázium Jevíčko
střední odborná učiliště	Mgr. A. Fridrichová SOU Praha
střední odborné školy	Mgr. F. Procházka SPŠS Chrudim
gymnázia	RNDr. J. Kubát Gymnázium Pardubice
učitelství pro 2. stupeň ZŠ	Dr. A. Šarounová, CSc. MFF UK Praha
učitelství pro 3. stupeň	doc. dr. E. Fuchs, CSc. PřF MU Brno

Vedoucí jednotlivých pracovních skupin byli pověřeni jejich urychleným sestavením tak, aby nejpozději v průběhu dubna mohly tyto skupiny zahájit vlastní práci.

Po obsáhlé diskusi zástupců všech typů škol jsme se shodli na následujících závěrech: Základním východiskem je přesvědčení, že smyslem standardů je koordinovat v nejnutnější míře rozsah a úroveň výuky daného předmětu na daném typu škol, v žádném případě však není jejich cílem omezování či potlačování osobnosti učitele a jeho tvořivého přístupu k výuce. Pod rouškou standardů se nesmí do škol navracet analogie závazných osnov; rovněž tak standardy nemohou být vázány na některé učebnice apod. Odtud vyplynulo, že námi tvořené standar-

dy budou tzv. **výstupní**, tj. budou postihovat požadovanou úroveň a rozsah znalostí žáků pro **ukončení** daného typu školy. Odtud implicitně plyne, že standardy nebudou postihovat **metodiku** výuky, nebudou předepisovat **časový harmonogram** ani **dotaci** jednotlivých partií. Všechny tyto faktory budou zcela v kompetenci učitele. Standardy nebudou v žádném případě pokrývat veškerou výuku daného předmětu. Měly by obsahovat jen ty znalosti, které by - dle našeho názoru - měl absolvent daného typu školy bezpodmínečně mít. (V této souvislosti se ovšem okamžitě vnučuje otázka, jak to bude se školami, které standardy nebudou splňovat, zejména když je pravděpodobné, že standardy nebudou povinné. Domníváme se, že je právem široké veřejnosti v tomto případě vědět, zda a jak daná škola standardy v jednotlivých předmětech plní, takže například rodiče mohou zodpovědně zvážít, zda je ta či ona škola vhodná pro jejich dítě s ohledem na jeho další předpokládané zaměření. Spoléhání se na to, že samotný tržní princip tyto záležitosti upraví, je ve školství - dle našeho názoru - zavádějící.) Konečně bylo nutno vyřešit problém, zda budou standardy tvořeny ve smyslu minimální požadované úrovně znalostí či zda to mají být - jednoduše řečeno - "standardy pro jedničkáře". Problematika hodnocení dosažené úrovně je sama o sobě komplikovaná. První varianta, tj. minimální rozsah, vypadá na první pohled lákavě, avšak z několika praktických důvodů je nereálná. Nakonec jsme se shodli, že standardy budou doprovázeny ukázkovými kontrolními úlohami či testy a klasifikace či rozvrstvení žáků by mělo být dáno stupněm jejich zvládnutí. Zhruba z těchto závěrů jsme přikročili k postupné realizaci. (Ukázalo se, že žádný z mnoha zahraničních pramenů není do naší situace bezprostředně převeditelný. Podobně jako u učebnic nám mohou být leckdy inspirativní, avšak žádné z nich nelze ani v přepracované formě převzít.) Naším výsledným produktem by pro každý typ školy měly být dva materiály. První by obsahoval vlastní standardy tvořené dle výše uvedených zásad. (O konkrétní formě realizace se zmíníme za chvíli.) Tento materiál by měl být k dispozici nejen učitelům, ale i žákům a obecně široké, především rodičovské, veřejnosti. Druhý materiál by měl být něco jako **možný metodický průvodce** pro učitele. Jak jsme výše uvedli, standardy samotné **nepředepisují** žádnou časovou ani obsahovou náplň výuky. Jednotlivé pracovní skupiny však při tvorbě standardů dospívají k ucelené představě, jaká je optimální strategie dosažení předepsané úrovně znalostí. Tato strategie bude obsahem tohoto druhého materiálu, který by však v žádném případě neměl být závazný. (Lze si však přestavit širokou škálu učitelů, kteří by tento materiál mohli přivítat: začínající učitelé, učitelé přecházející z jednoho typu školy na

druhý apod.) Závěrem několik poznámek k praktické realizaci standardů. Ponecháme-li stranou například nelehkou otázku, do jakých podrobností by standardy měly jít, jeví se jako zásadní problém nalezení optimálního popisu požadovaných znalostí. Uvedeme-li totiž pouze, že žák má - alespoň v matematice - zvládnout například nějaký pojem, je možná škála interpretací tohoto požadavku takřka bezbřehá. Proto jsme dospěli k závěru, že každý tématický okruh bude zpracováván paralelně ve třech sloupcích: pojmy a vztahy mezi nimi - základní dovednosti - vzorové příklady a úlohy. První dva sloupce tak budou popisovat co a jak by měl žák obsahově zvládnout, třetí sloupec bude jakýmsi ukazatelem požadované hloubky osvojení. V současné době jednotlivé pracovní skupiny dokončují první verzi standardů. Aby se naplnil zamýšlený cíl, je v roce 1994 nutno:

- a) vydat v dostatečném nákladu první verzi standardů a předat ji na vybranou síť škol k připomínkovému řízení;
- b) pracovat na doporučeném metodickém průvodci;
- c) vypracovat vzorové testy s návrhy hodnocení;
- d) stanovit způsoby měření výstupů a předložit příslušné návrhy.

V roce 1995 je nutno vyhodnotit připomínky školské praxe a připravit výslednou verzi standardů k publikaci. Na ukázkou přikládáme zpracování některých témat.

Ako ďalej - vzdelávací štandardy

J. Smida, VÚP Bratislava

Predpokladáme, že v krátkej budúcnosti (od šk.roku 1994/95) budú patriť k základným školským pedagogickým dokumentom aj vzdelávacie štandardy. O tom, akú máme predstavu o ich mieste a vzťahu k ostatným dokumentom, uvažujeme v príspevku Školské pedagogické dokumenty. Doplňme k nemu, že učebné osnovy sa majú podľa našej predstavy formulovať ako systém vyučovacích cieľov a úloh pre vyučovací predmet s naznačením prostriedkov (vrátane vyučovacieho obsahu), ktorými sa majú úlohy plniť. Štandardy budú formulované ako očakávané intelektuálne a manuálne výkony žiaka, napríklad - vie dokázať, merať, pohotovo riešiť, je zbehlý v používaní, pamätá si, dokáže použiť pri riešení praktických úloh. Formulácie v nich majú umožniť zisťovať a hodnotiť (diagnostikovať) rozsah a kvalitu osvojenia základného učiva (vedomostí a zbehlostí i rozvoj predovšetkým intelektuálny)