

Učitel matematiky

O. Ducháčková

Realistické pojetí vyučování matematice v západoevropských zemích

Učitel matematiky, Vol. 1 (1993), No. 1, 31–33

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152158>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1993

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Realistické pojetí vyučování matematice v západoevropských zemích

O. Ducháčková, 4. ročník PedF UK, Praha

V rámci speciálního studijního programu (Tempus) pro studenty z bývalého východního bloku Evropy se mi naskytla příležitost studovat zimní semestr v Nizozemí. Kromě povinných předmětů psychologie, pedagogiky a programování jsem se zaměřila na didaktiku matematiky, zejména pak na nové pojetí vyučování matematice, které se v holandském školství objevuje v letech 1989–1990 a jehož zakladatelem je prof. Freudenthal.

Realistické pojetí ve vyučování matematice – to není pouze mechanické spojování reality a matematiky. Je to nové pojetí, které umožňuje žákovi řešit daný problém vlastní metodou. Žákům je dáována možnost vytvořit vlastní řešení, diskutovat o daném problému, srovnávat řešení ostatních a vybírat z nich nejvhodnější cestu. Učitel nedává žákovi předpis, jak daný problém řešit, pouze kontroluje a usměrňuje jeho postup. To vede k podstatně širší diskusi nejen mezi žákem a učitelem, ale i mezi žáky navzájem. Hlavní charakteristikou tohoto pojetí je vést žáky k překlenutí mezery mezi konkrétní a abstraktní úrovní jejich činnosti.

Pojďme se však raději podívat na daný problém. Vezměme například operaci odčítání. Máme příklad: Brožura má 53 stran. Početli jsme se dnes na stranu 26. Kolik stran ještě zbývá?

Po přečtení zadání příkladu většina dětí není schopna rozpoznat, že se jedná o operaci odčítání a ihned zapsat:

$$\begin{array}{r} 53 \\ -26 \\ \hline \end{array}$$

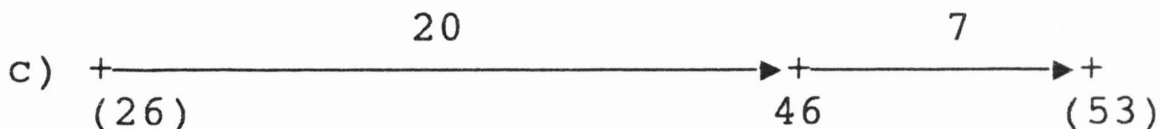
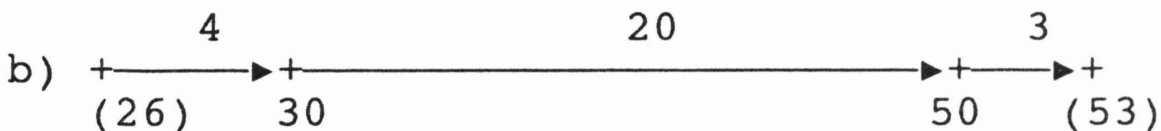
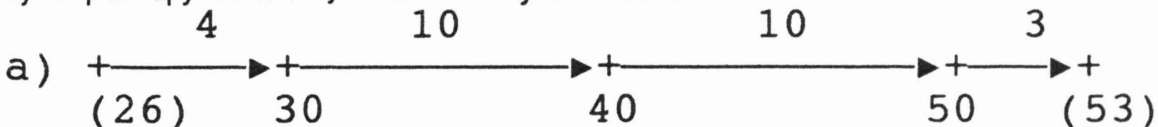
Přesto jsou žáci schopni příklad vyřešit. Začnou například se stránkou 26 a zkouší vytvořit most, který je přenesou až ke stránce 53. Podle svých schopností objevují různé metody, např.

a) $(26) + 4$ (tj.30) + 10 (tj.40) + 10 (tj.50) + 3 (tj.53)

b) $(26) + 4$ (tj.30) + 20 (tj.50) + 3 (tj.53)

c) $(26) + 20$ (tj.46) + 7 (tj.53)

Tyto postupy mohou být znázorněny na číselné ose:



Práce s číselnou osou umožní žákům objevit operaci odčítání jako "the mirror image of addition" (zrcadlový obraz operace sčítání).

Žák si uvědomuje, že se od čísla 26 dostane k číslu 53 postupným přičítáním čísel 20 a 7 (řešení c) a stejně tak se od čísla 53 dostane k číslu 26 postupným odečítáním 7 a 20. Řešení c) pak může přepsat pomocí číselné osy takto



Ve sloupcovém zápisu může žák psát

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 7 \\ \hline 46 \\ - 20 \\ \hline 26 \end{array}$$

Žáci diskutují o jednotlivých řešeních, srovnávají je a hledají řešení nejjednodušší. Takový proces je dlouhodobá záležitost a je nutné, aby žádný z kroků nebyl vynechán. Teprve, když žák sám dospěje k řešení c), může učitel přistoupit k algoritmu odčítání. I to by mělo být pro žáka přirozené. Učitel by neměl začít přímo s popisem algoritmu, ale dát žákům šanci krok po kroku vysvětlit, či lépe nechat žáky objevit algoritmus při sloupcovém počítání.

Ráda bych popsala algoritmus odčítání, který se vyučuje v Nizozemí. Na rozdíl od algoritmu užívaného v našich školách je, podle mého názoru, složitější. Žáci totiž počítají v tabulce, rozdělují jednotky, desítky, stovky atd. do sloupců, v nichž se pohybují.

Vraťme se například k našemu příkladu $53 - 26$. Označme C_1, C_2 po řadě sloupec jednotek a desítek a R_1, R_2 řádky, do nichž zapíšeme po řadě čísla 26 a 53. R_0 pak bude řádka do které budeme zapisovat nalezený výsledek a R_3 bude řádka pomocná.

	C_3	C_2	C_1
R_3		4	13
R_2		5_{-1}	3_{+10}
R_1		-2	6
R_0		2	7

Začnu pracovat s jednotkami, tj. ve sloupci C_1 a ptám se, zda je $C_1R_2 > C_1R_1$. Jestliže ANO, najdu rozdíl $C_1R_2 - C_1R_1$, zapíši výsledek do R_0 a posunu se doleva. Sloupec C_2 přeznačím na C_1 a celý postup od začátku opakuji. Jestliže NE, přesunu se doleva do C_2 , abych si vypůjčila 10. Zároveň odečtu 1 od C_2R_2 a zapíši do C_2R_3 . Nyní se vracím zpět, přičítám zapůjčenou 10 k C_1R_2 a výsledek zapíši do C_1R_3 . Nyní provedu operaci $C_1R_3 - C_1R_1$ a výsledek zapíši do C_1R_0 . Posunu se doleva a sloupec C_2 označím jako C_1 , celý postup analogicky opakuji. Za R_2 nyní beru R_3 .

Vrátíme-li se zpět k danému problému operace odčítání, můžeme zde rozpoznat pět hlavních principů realistického pojetí ve výuce matematiky právě tak, jak je vytvořil Treffers.

1. Constructions stimulated by concreteness:

Na základě konkrétní představy o daném problému je žák schopen vytvořit si vlastní myšlenkový postup, který vede k řešení tohoto problému. Vezměme např. náš příklad. Dostane-li se brožura žákovi do ruky, otevře ji na straně 26 a obrací list po listu (přičítání 1) až se dostane nakonec, tj. na stranu 53. Jiný žák bude postupovat přesně opačně. Začne na straně 53 a bude se posouvat až ke straně 26. Všechny tyto myšlenkové operace jsou podmíněně konkrétní představou.

2. Developing mathematical tools to move from concreteness to abstraction:

Osvojení si matematické operace odčítání je dlouhodobý proces, který prochází několika stupni. Důležitý je přechod mezi úrovní konkrétního a abstraktního. K tomu je nutné vytvořit tzv. "matematické nástroje", které nám pomáhají vytvořit most mezi konkrétním a abstraktním. Vycházíme-li od užití konkrétních materiálů, obrázků, dostaneme se např. v naší ukázce k práci s číselnou osou, na níž znázorníme operaci odčítání jako zrcadlový obraz operace sčítání. Číselná osa je v našem případě jakýsi mezistupeň či chcete-li rozhraní mezi konkrétní a abstraktní úrovní.

3. Stimulation free productions and reflections:

Žáci vytváří vlastní myšlenkový postup. Přitom využívají metody, které jsou pro ně přirozené. Ukažme si příklady:

a) $84 - 21$, b) $84 - 24$, c) $84 - 27$

Žáci počítají nejprve s desítkami, potom až s jednotkami, tj. jejich řešení můžeme zaznamenat následujícím způsobem:

a) 84 b) 84 c) 84

$$\begin{array}{r} -21 \\ 60 \text{ /} +3 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -24 \\ 60 \text{ / } 0 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -27 \\ \hline 57 \end{array}$$

Učitel nepředkládá žákům žádná hotová řešení, žákova práce je podmíněna tzv. "volnou produkcí a vlastními úvahami"

4. Stimulating the social activity of learning by interaction:

Realistické pojetí provokuje a vyvolává potřebu ukázat své vlastní řešení. Zdůrazňuje práci ve skupinách, nutnost vzájemné interakce mezi učitelem a žáky i mezi žáky samotnými.

Žáci navrhují řešení, srovnávají, diskutují, snaží se společně najít nejlepší cestu k řešení problému. Učitel vystupuje v roli poradce, který pomáhá, informuje, rozhodně však nepředkládá hotová řešení.

5. Intervening learning strands in order to get mathematical material structured:

Žák, který prošel všemi úrovněmi a překlenul mezeru mezi konkrétním a abstraktním, nyní pochopil operaci odčítání. To je základ pro další úspěšné vytváření nových operací jako je násobení a dělení. Učit matematiku znamená neustále vytvářet strukturu nových znalostí a dovedností, které společně formují celek. Neustálé propojování nové a staré látky je důležité pro lepší pochopení této organizované struktury.

Na závěr: Dát dětem příležitost k nalezení vlastní metody, která vede k vyřešení problému, nechat je diskutovat a srovnávat řešení, to je ta nejlepší cesta k tomu, aby pochopily o jaký druh problému se jedná a jaká operace tento problém vyřeší. Tato metoda vyžaduje jistě mnohem více času. Děti se však nejen naučí algoritmus pro odčítání, ale pochopí, co tato operace znamená a kdy je nezbytné ji použít.

Na našich školách se často setkáváme s tím, že po zadání úlohy děti bezmyšlenkovitě sčítají nebo odčítají, aniž by si uvědomily, kterou operaci je třeba vybrat.

Co říkáte? Nestálo by za to vyzkoušet realistické pojetí v praxi i u nás?