Učitel matematiky

Anna Páchová

Slovní úlohy s odstupňovanou nápovědou: Jedna úloha pro všechny

Učitel matematiky, Vol. 31 (2023), No. 1, 74–83

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151735

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2023

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

SLOVNÍ ÚLOHY S ODSTUPŇOVANOU NÁPOVĚDOU: JEDNA ÚLOHA PRO VŠECHNY

Anna Páchová[1]

Úvod

Spolu se zavedením společného vzdělávání nabrala na intenzitě potřeba individualizace a diferenciace výuky. V tomto článku, který vychází z výsledků projektu TAČR (viz Havlíčková et al., 2023), bude představena jedna z možností, jak v rámci tohoto konceptu pracovat se slovními úlohami. Cílem je, aby všichni žáci mohli řešit stejnou slovní úlohu, ale současně v ní měli adekvátní možnost uspět, a to bez ohledu na svoje stávající schopnosti a dovednosti. Toho se snažíme docílit pomocí vhodně zvolených individualizovaných odstupňovaných nápověd. Text nejprve představí teoretická východiska daného přístupu a následně nabídne dva příklady praktického využití.

[1]Článek vznikl za podpory projektu TAČR – Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol, č. TL03000469.

Teoretická východiska

V mnoha učebnicích a výukových materiálech v dnešní době nacházíme úlohy podobného typu, ale s různou obtížností. Žáci (anebo vyučující) si pak vybírají úlohu „na míru“. Nejčastěji se v případě takovýchto úloh mluví o gradovaných úlohách, respektive o sérii gradovaných úloh. Tyto úlohy umožňují diferenciaci a individualizaci vzdělávání, což je velmi podstatné při práci s žáky s různou úrovní výkonnosti. Možnost volby úlohy pak u žáků pomáhá rozvíjet motivaci k učení a schopnost sebehodnocení. Navíc umožňuje žákům převzít zodpovědnost za vlastní učení.

Velkým benefitem gradovaných úloh je také jejich vztah k metakognici, což je jednoduše řečeno schopnost uvažovat o vlastním myšlení a regulovat ho (Flavell, 1979). Důležitost metakognice pro školní učení byla potvrzena mnoha výzkumy. Metakognice je podmínkou k tomu, aby byli žáci schopni uvažovat o tom, která z gradovaných úloh je pro ně vhodná. Nutnost volby vhodné úlohy metakognici dále hlouběji aktivuje a napomáhá k jejímu rozvoji.

Gradované úlohy jsou typické pro výuku matematiky zaměřenou na budování schémat (tzv. Hejného metoda). Mnoho gradovaných úloh je obsaženo přímo v učebnicích matematiky využívajících principy Hejného metody (nakladatelství Fraus a H-Mat) a sám Hejný také doporučuje, aby takovéto úlohy byly využívány k diagnostice. Zde mluví o gradovaném testu, který má tři úrovně:

> Gradovaný test má obyčejně tři úrovně. Úroveň a) je nejlehčí a mapuje základní pochopení toho prostředí, do kterého je vložena. Úroveň b) je středně náročná a dává informaci o tom, do jaké míry zvládá žák požadované činnosti: schopnost číst s porozuměním, dobře uchopit úlohu, odhalit řešitelskou strategii, tuto realizovat. Úloha c) od žáka žádá požadované činnosti na vyšší úrovni. Žák, který tuto úroveň dobře zvládá, je připraven řešit i náročnější úlohy. Stává se, že sám o takové úlohy učitele žádá. (Hejný, 2019)

Podobně nahlíží na možnosti gradovaných úloh Brincková (2006). Gradované úlohy doporučuje využívat během písemných

prací a podobně jako Hejný uvádí tři varianty obtížnosti, kterou si žáci sami volí. Mimo Hejného učebnice je možné využít gradovaných úloh (nazývají je diferenciované) rovněž od vzdělávací agentury EDUPRAXE s.r.o. V její nabídce jsou k dostání úkolové karty s diferenciovanou obtížností.

Gradované úlohy nicméně můžeme nalézt v omezené míře i v jiných učebnicích, i když jsou často označovány jinak, anebo nejsou označovány vůbec. Dvořáčková (2018) dělala v rámci své diplomové práce analýzu učebnic matematiky pro 6. ročník a příklady gradovaných úloh nalezla v různé míře ve všech 7 sledovaných učebnicích.

Série gradovaných úloh mají mnoho výhod. Asi tou nejpodstatnější je, že téměř každému žákovi je umožněno zažít úspěch a některou z úloh vyřešit. Současně poskytují adekvátní intelektuální zátěž i těm žákům, kterým se v matematice daří. Vyučující pak mohou gradované úlohy využívat k diagnostice žákovského uvažování i matematického sebevědomí. Velkou výpovědní hodnotu může mít pro učitele (a) informace o tom, jaký stupeň obtížnosti si žák zvolil a (b) jaký stupeň obtížnosti je pro něj aktuálně adekvátní z hlediska jeho výkonnosti.

Rizika spočívají v tom, že se žáci musí nejprve naučit svoji adekvátní obtížnost úlohy odhadnout, k čemuž potřebují minimálně z počátku asistenci vyučujícího. Další riziko či náročnost spatřujeme v tom, že navrhnout sérii gradovaných úloh může být velmi náročné.

Hlavní nevýhoda je však z našeho pohledu v tom, že žáci řeší každý jinou úlohu. I ti slabí tedy mohou být úspěšní, ale pouze v rámci své výkonnostní úrovně. To může mít negativní dopad na žákovskou motivaci. Úroveň žáka samozřejmě není (anebo by neměla být) neměnnou entitou. Naopak je cílem, aby žáci svoji výkonnostní úroveň zvyšovali a postupně byli schopni řešit i obtížnější úlohy. Nicméně riziko zařazení žáka do určité výkonnostní skupiny (ať již sebou samým anebo vyučujícím) zde jistě hrozí. Další nevýhodou je náročnost na přípravu a organizační potíže spojené s tím, že každý žák řeší jinou úlohu.

Z tohoto důvodu jsme navrhli úlohy s odstupňovanou nápovědou, které by gradované úlohy mohly vhodně doplnit. Nápovědou zde míníme vhodně zvolenou dopomoc či radu, kterou může žák využít ve chvíli, kdy si samostatně s řešením slovní úlohy neví rady. Princip úloh s odstupňovanou nápovědou vychází tedy z opačného předpokladu – nikoli různé úlohy pro různé žáky, ale různá dopomoc pro různé žáky. Cílem je, aby všichni žáci řešili stejnou úlohu, ale aby si sobě „na míru“ (anebo jejich vyučující) volili různé nápovědy tak, aby byli úspěšní.

V základním modelu pracujeme s jednou úlohou zadávanou všem dětem. Ke každé úloze je pak různě propracovaný systém nápověd, které žáci mohou využívat. Zkoušeli jsme více modelů. Pro žáky prvního stupně se nejvíce osvědčilo, když nebylo nápověd mnoho a byly odstupňovány podle míry dopomoci. Např. žák začal s nápovědou 1 a když se mu nedařilo, vzal si nápovědu 2, respektive 3.

U některých úloh je ale vhodnější, když jsou nápovědy zaměřené na jednotlivé problematické oblasti. To od vyučujícího nicméně vyžaduje dobrý vhled do úlohy a velkou zkušenost, aby věděl, jak nápovědy připravit.

V následující části představíme dvě námi navržené úlohy, které mohou posloužit jako inspirace pro samostatnou tvorbu úloh s odstupňovanými nápovědami.

Zkušenost s úlohou Ježci

Záchranná stanice přijala do své péče 27 ježčích mláďat. Ježci budou rozděleni do krabic po třech. V každé krabici jsou potřeba dvě misky, jedna na vodu a jedna na jídlo. Kolik misek pro ježky potřebuje záchranná stanice celkem?

[18 misek] (Vondrová et al., 2019)

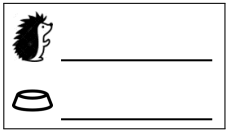
Aby byla úloha správně vyřešena, musí žák odhalit, že se výpočet skládá ze dvou kroků. Nejprve je třeba zjistit počet krabic, do kterých budou ježci rozděleni ($27 : 3 = 9$), a následně určit, kolik misek bude v těchto krabicích ($9 \cdot 2 = 18$). Předpokládali jsme, že žáci mohou mít problémy s představou toho, jak bude

vypadat obsazení jedné krabice a (nebo) zamění počet krabic za počet misek. Tato dvě problémová místa jsme brali do úvahy při tvorbě následujících nápověd. Pro žáky jsme připravily čtyři nápovědy. Pokud si žák nevěděl rady, vzal si vždy nejprve nápovědu 1 a následně další nápovědy až do vyřešení úlohy.

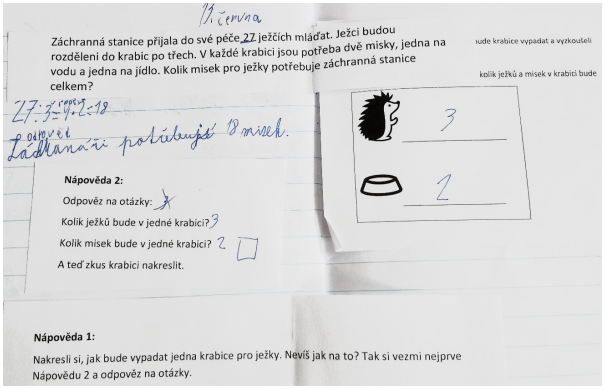
Nápověda 1. Nakresli si, jak bude vypadat jedna krabice pro ježky. Nevíš jak na to? Tak si vezmi nejprve Nápovědu 2 a odpověz na otázky.

Nápověda 2. Odpověz na otázky: Kolik ježků bude v jedné krabici? Kolik misek bude v jedné krabici? A teď zkus krabici nakreslit.

Nápověda 3. (pro ty, kteří neví, jak bude krabice vypadat a vyzkoušeli nápovědy 1 a 2): Tady máš krabici pro ježky. Zkus do ní dopsat či dokreslit, kolik ježků a misek v krabici bude.



Nápověda 4. Máš nakreslenou krabici a nevíš co dál? Zamysli se nad tím, kolik takových krabic potřebují, aby se mohlo ubytovat všech 27 ježků.



Obr. 1: Příklad řešení úlohy s nápovědou

Nápovědy byly odstupňovány dle míry dopomoci. Úlohu řešilo celkem 13 dětí. 6 žáků využilo nápovědy a třem z nich tyto nápovědy pomohly k vyřešení úlohy.

Zkušenost s úlohou Nákup

Paní Klára zaplatila v zelenině 120 Kč a v peněžence jí potom zbyla jen polovina z původní částky. Pak šla do papírnictví, kde jeden sešit stojí 5 Kč. Kolik sešitů může koupit za zbytek peněz?[2]

Úlohu komplikuje zadání informací v přeházeném sledu a použití zlomků. Aby byla úloha správně vyřešena, je třeba nejprve zjistit, kolik korun Kláře zbylo v peněžence, respektive kolik peněz měla před tím, než šla nakoupit do zeleniny. K tomu je potřeba, aby žák správně rozuměl pojmu polovina. Následně je třeba nezapomenout na druhý krok v řešení (vypočítání počtu sešitů). S ohledem na tato problémová místa byly zvoleny následující nápovědy. Jedná se o nápovědy procedurální, zaměřené na to, kde se u žáků může vyskytnout hypotetický problém.

K úloze jsme připravili pět nápověd. Pokud si žák nevěděl rady, vybral si na základě informace v rámečku vhodnou nápovědu:

Nerozumíš úloze? Vezmi si nápovědu 1 (budeš kreslit) nebo 2 (budeš doplňovat informace).
Nevíš si rady s „polovinou“? Vezmi si nápovědu 3.
Nevíš, jak máš úlohu vypočítat? Vezmi si nápovědu 4 nebo 5 (větší pomoc).

Nápověda 1. Zkus si nakreslit „příběh slovní úlohy“.

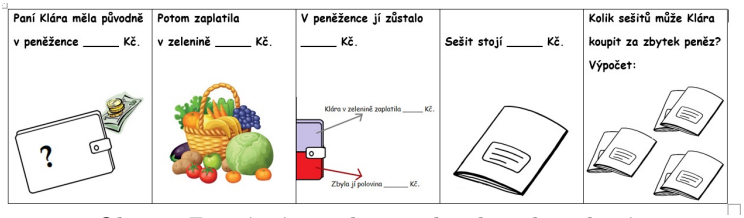
Nápověda 2. K obrázkům si doplň údaje, které ses dozvěděl ze slovní úlohy nebo výpočtem.

Nápověda 3. Vezmi si papírové peníze a přehraj si, jak to bylo s Klářinou peněženkou.

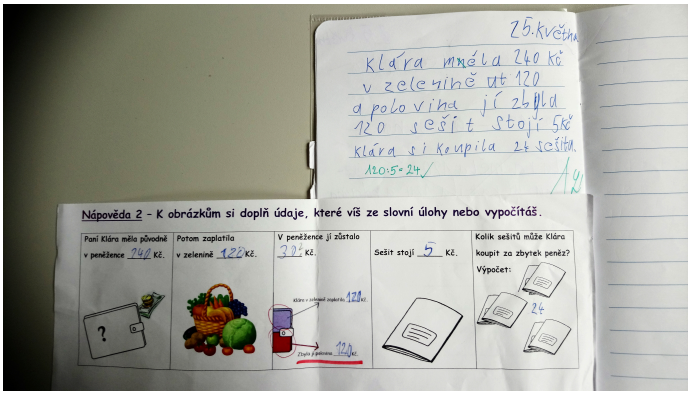
[2] Úloha vznikla ve spolupráci s učitelkou Martinou Loulovou.

Paní Klára zaplatila v zelenině 120 Kč.	V peněžence jí zbyla polovina z původní částky.	Sešit stojí 5 korun.	Kolik sešitů může koupit za zbytek peněz?

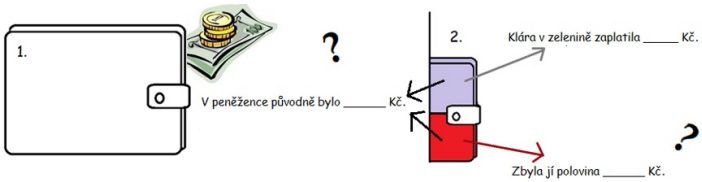
Obr. 2: Znění nápovědy 1, tak jak ji dostali žáci



Obr. 3: Znění nápovědy 2, tak jak ji dostali žáci



Obr. 4: Příklad využití nápovědy 2

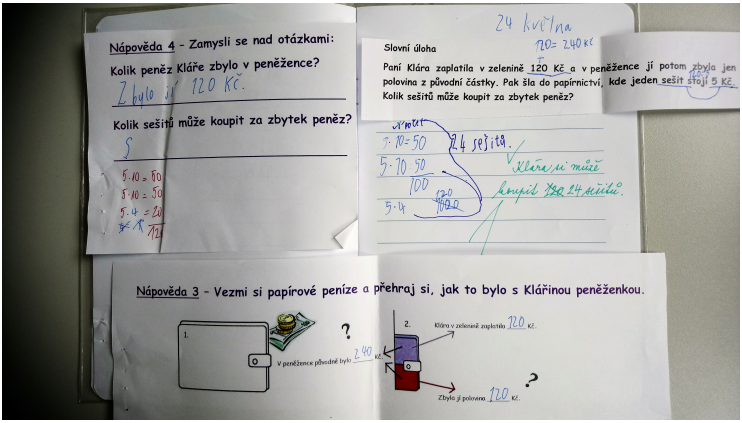


Obr. 5: Znění nápovědy 3, tak jak ji dostali žáci

Nápověda 4. Zamysli se nad otázkami: Kolik peněz Kláře zbylo v peněžence? Kolik sešitů může koupit za zbytek peněz?

Nápověda 5. Zamysli se nad otázkami: Kolik peněz měla Klára, než zaplatila 120 Kč v zelenině? Když zaplatila 120 Kč, kolik jí zbylo? Jeden sešit stojí 5 Kč. Kolik si jich může koupit?

Na obrázku 5 je příklad využití nápovědy 2, kterou žáci považovali za užitečnou. Naopak nápovědu s vlastním kreslením si nikdo nezvolil. Z uvedeného řešení je patrné, že až po doplnění čísel do obrázku 3 si žák uvědomil, kolik peněz Kláře v peněžence zůstalo



Obr. 6: Příklad využití nápovědy 3 a 4

Shrnutí zkušeností s úlohami s odstupňovanou nápovědou

Mezi žáky byly znatelné rozdíly v tom, jak na úlohy s odstupňovanou nápovědou reagovali Zvláště ti žáci, kteří se cítí v řešení úloh kompetentní, se zdráhali si nápovědu vzít. Věříme ale, že pokud by s tímto typem úloh pracovali častěji, i tito žáci by přestali vnímat nutnost dopomoci jako vlastní selhání. Důležité ovšem rovněž je, aby se všichni žáci naučili adekvátně rozpoznávat situace, kdy jim nápověda může pomoci, a nespoléhali se na ni příliš. Naopak žáci,

kterým se běžně daří méně, anebo si při řešení úloh nevěří, nápovědy využívali často. Vyskytl se ale rovněž příklad slabší dívky, která nápovědy odmítala s tvrzením, že jí stejně nepomohou.

Někteří žáci systém rychle pochopili, jiní potřebovali z počátku větší asistenci vyučující. Celkově práce s nápovědami většinu dětí bavila, ale byla časově náročnější. Časově náročnější byla rovněž příprava vyučujících, práce v průběhu hodiny naopak byla pro vyučující snazší.

Další možné využití práce s odstupňovanou nápovědou

Při práci s materiálem doporučujeme, aby učitel využil toho, jak je zvyklý s danou třídou pracovat a co mu vyhovuje. Vhodné je však to, aby všechny nápovědy nebyly vypsány např. na tabuli, ale aby byly vždy k dispozici až tehdy, kdy je žáci potřebují. Osvědčuje se např. nápovědy poschovávat po třídě, nebo je alespoň rozložit otočené na prázdnou lavici. Ten, kdo danou nápovědu potřebuje, si pak pro ni jednoduše dojde, pročte si ji a opět ji vrátí na místo. Dále je možné nechat se inspirovat následujícími tipy:

1. Varianta s žetony (hodí se pro projektový den, nebo jako dlouhodobá hra, ke které se občas vrací):
    - Žáci před hodinou (nebo třeba na začátku měsíce, pokud se jedná o dlouhodobější hru) obdrží určitý počet žetonů.
    - Za jednotlivé nápovědy pak platí stanovený počet žetonů.
    - Cílem je vyřešit úlohu správně, ale s co nejmenší žetonovou ztrátou.
    - Úloha žáka experta: Tento žák si nejprve úlohu vyřeší samostatně a s učitelem projde řešení a způsob, jakým má poskytovat konkrétní nápovědu. Žetony získané od spolužáků pak může sám využít v dalším kole hry. Důležité je, aby se žáci-experti střídali.

2. Varianta bez žetonů (lze využít jednorázově):
    - Žáci dostanou za úkol vyřešit úlohu s co nejmenším počtem nápověd.
    - Kromě řešení odevzdají i soupis využitých nápověd a také informace o tom, která nápověda jim pomohla, která ne a proč.
3. Varianta s vlastními nápovědami:
    - Žáci dostanou za úkol vytvořit nápovědy k vybrané úloze pro své spolužáky / pro mladší ročník.
    - Tuto variantu je vhodné zařadit až ve chvíli, kdy jsou žáci zvyklí s nápovědami pracovat

Závěr

V příspěvku byla představena jedna z možností, jak pracovat se slovními úlohami ve výkonnostně heterogenních třídách. Zdá se, že úlohy s odstupňovanou nápovědou mohou být pro takovéto třídy vhodným doplněním výuky. V budoucnu by bylo vhodné tento systém práce ověřit s větším množstvím úloh různých typů u žáků různých ročníků.

LITERATURA POUŽITÁ U ČLÁNKŮ CELÉHO ČÍSLA

[1] Björn, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J-E. (2016). Primary school text comprehension predicts mathematical word problem-solving skills in secondary school. *Educational Psychology, 36*(2), 362–377. `https://doi.org/10.1080/01443410.2014.992392`

[2] Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., Begolli, K. N., Chang, B., Miller-Cotto, D., Young, L.K., & Davenport, J. L. (2017). Evidence for cognitive science principles that impact learning in mathematics. In D. C. Geary, D. B. Berch, R. Ochsendorf, & K. Mann Koepke (Eds.), *Acquisition of*