Učitel matematiky

Matematická olympiáda

Učitel matematiky, Vol. 6 (1998), No. 3, 166–177

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151339

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

Ve dnech 22. – 25. 3. 1998 se na Gymnáziu v Uherském Hradišti uskutečnilo celostátní kolo 47. ročníku Matematické olympiády kategorie A. Zveřejňujeme zadání a řešení úloh, seznam vítězů a úspěšných řešitelů. Současně zveřejňujeme úlohy prvního kola příštího ročníku Matematické olympiády, kategorií A, B, C, pro školní rok 1998-1999.

Úlohy celostátního kola 47. ročníku matematické olympiády

Uherské Hradiště, 22.–25. března 1998

1. V oboru kladných reálných čísel řešte rovnici

$$x \cdot \big[x \cdot \big[x \cdot [x]\big]\big] = 88,$$

kde $[a]$ je celá část reálného čísla a, tj. celé číslo, pro které platí $[a] \leqq a < [a] + 1$. Například $[3{,}7] = 3$ a $[6] = 6$. (*J. Šimša*)

Řešení. Je-li $0 < x < 3$, je levá strana rovnice menší než $3^4 = 81$, naopak pro $x \geqq 4$ je nejméně $4^4 = 256$. Proto nutně $[x] = 3$; pro taková x řešíme rovnici $x \cdot \big[x \cdot [3x]\big] = 88$. Protože $x \geqq 3$, platí $[3x] \geqq 9$; kdybychom připustili, že $[3x] \geqq 10$, dostali bychom odhad $x \cdot \big[x \cdot [3x]\big] \geqq 3 \cdot 3 \cdot 10 = 90$. Proto nutně $[3x] = 9$ a dále řešíme rovnici $x \cdot [9x] = 88$ za předpokladu $9 \leqq 3x < 10$, neboli $27 \leqq 9x < 30$. Pro $9x < 28$ vychází $x \cdot [9x] < \frac{28}{9} \cdot 27 = 84$, pro $9x \geqq 29$ zase $x \cdot [9x] \geqq \frac{29}{9} \cdot 29 > 90$, takže $[9x] = 28$; tehdy z rovnice $x \cdot [9x] = 88$ plyne konečně $x = \frac{88}{28} = \frac{22}{7}$. Protože pro nalezené číslo x platí

$$[x] = \left[\frac{22}{7}\right] = 3, \ [3x] = \left[\frac{66}{7}\right] = 9, \ [9x] = \left[\frac{198}{7}\right] = 28,$$

jde skutečně o (jediné) řešení.

2. Dokažte, že z libovolných čtrnácti různých přirozených čísel lze pro některé číslo k $(1 \leq k \leq 7)$ vybrat dvě disjunktní k-prvkové podmnožiny $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ a $\{b_1, b_2, \ldots, b_k\}$ tak, aby se součty

$$A = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_k} \quad \text{a} \quad B = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \cdots + \frac{1}{b_k}$$

navzájem lišily o méně než 0,001, tj. aby platilo $|A - B| < 0{,}001$.
(*J. Šimša*)

Řešení. Uvažujme všech $\binom{14}{7} = 3\,432$ součtů

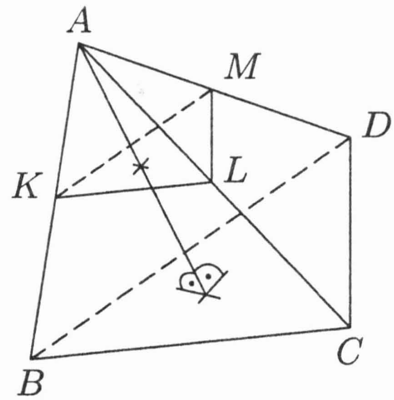
$$S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_7},$$

kde $x_1 < x_2 < \cdots < x_7$ je libovolná sedmice vybraná z daných čtrnácti přirozených čísel. Pro každý z těchto součtů S platí odhady

$$0 < S \leqq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{7} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} < 3,$$

takže se jedná o 3 432 (ne nutně různých) čísel z otevřeného intervalu $(0, 3)$. Proto se některé dva z uvažovaných součtů liší o méně než 0,001; vyloučíme-li z obou příslušných sedmic případné společné prvky, zmenší se oba součty o tutéž hodnotu (takže se jejich rozdíl nezmění) a v každé skupině zůstane stejný (nenulový, neboť šlo o dvě různé sedmice) počet prvků. Tím je tvrzení úlohy dokázáno.

3. Do daného čtyřstěnu $ABCD$ je vepsána koule. Její čtyři tečné roviny, které jsou se stěnami čtyřstěnu rovnoběžné, z něj odtínají čtyři menší čtyřstěny. Dokažte, že součet délek všech 24 jejich hran je roven dvojnásobku součtu délek hran celého čtyřstěnu $ABCD$. (*P. Leischner*)



Obr. 1

Řešení. Označme ϱ poloměr vepsané koule a v_A, v_B, v_C, v_D tělesové výšky daného čtyřstěnu (s indexy podle vrcholů, ze kterých vycházejí). Odťatý čtyřstěn $AKLM$ (obr. 1) je stejnolehlý podle středu A s celým čtyřstěnem $ABCD$. Součty délek jejich hran jsou proto ve stejném poměru jako jejich tělesové výšky ze společného vrcholu A, tedy v poměru $(v_A - 2\varrho) : v_A$, neboť 2ϱ je vzdálenost rovin KLM a BCD (jsou totiž rovnoběžné a obě se dotýkají vepsané koule). Stejnou úvahu můžeme zopakovat pro ostatní tři odťaté čtyřstěny. Naší úlohou je proto dokázat rovnost

$$\frac{v_A - 2\varrho}{v_A} + \frac{v_B - 2\varrho}{v_B} + \frac{v_C - 2\varrho}{v_C} + \frac{v_D - 2\varrho}{v_D} = 2,$$

která je ekvivalentní s rovností

$$\varrho\Big(\frac{1}{v_A} + \frac{1}{v_B} + \frac{1}{v_C} + \frac{1}{v_D}\Big) = 1.$$

K tomu nám pomůže následující úvaha o objemu V a povrchu S čtyřstěnu $ABCD$. Předně $S = S_A + S_B + S_C + S_D$ (kde S_X značí obsah té stěny, jež neobsahuje vrchol X), dále

$$V = \frac{1}{3}S_A v_A = \frac{1}{3}S_B v_B = \frac{1}{3}S_C v_C = \frac{1}{3}S_D v_D$$

a konečně $V = \frac{1}{3}\varrho S$. Podle těchto vzorců platí

$$\varrho\Big(\frac{1}{v_A} + \frac{1}{v_B} + \frac{1}{v_C} + \frac{1}{v_D}\Big) = \frac{3V}{S}\Big(\frac{S_A}{3V} + \frac{S_B}{3V} + \frac{S_C}{3V} + \frac{S_D}{3V}\Big) = 1$$

a tím je celý důkaz hotov.

4. Do výrazu

$$\text{den}^{\text{měsíc}} - \text{rok}$$

dosazujeme libovolné datum letošního roku (1998) a poté zjišťujeme největší mocninu čísla 3, která dělí výsledné číslo. Např. pro 21. duben vychází číslo $21^4 - 1\,998 = 192\,483 = 3^3 \cdot 7\,129$, což je násobek mocniny 3^3, ne však mocniny 3^4. Zjistěte všechny dny, pro které je odpovídající mocnina největší. (*R. Kollár*)

Řešení. Protože $1\,998 = 3^3(3 \cdot 24 + 2)$, je zkoumaný rozdíl $d^m - 1\,998$ dělitelný číslem 3^4 (o jinou situaci se ani nemusíme starat), právě když je i mocnina d^m tvaru

$$d^m = 3^3(3k + 2) \tag{1}$$

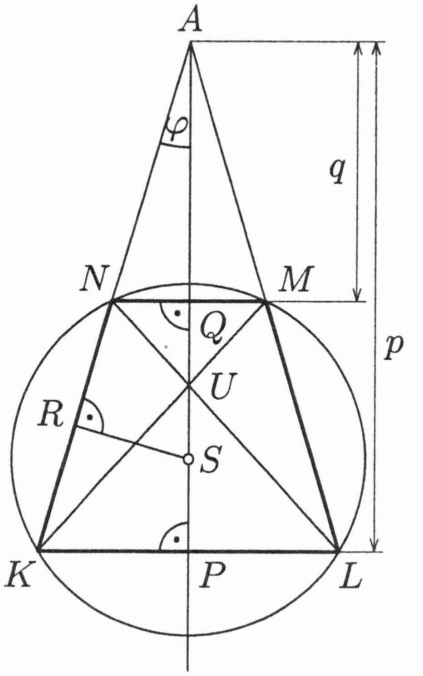
pro vhodné celé číslo k. Odtud předně vyplývá, že $3 \mid d$ a že exponent m je liché číslo menší než 4; zároveň však $m \neq 1$, neboť žádné číslo $d \in \{1, 2, \ldots, 31\}$ není tvaru pravé strany (1). Proto nutně $m = 3$; pak ale z (1) plyne, že $3^2 \nmid d$, tudíž $d = 3(3n \pm 1)$ pro vhodné znaménko a některé celé číslo n. Dosazením dostaneme

$$\begin{aligned} d^m - 1\,998 &= (9n \pm 3)^3 - 3^3(3 \cdot 24 + 2) = \\ &= 3^3[3^3n^3 \pm 3^3n^2 + 3^2n \pm 1 - 3 \cdot 24 - 2]. \end{aligned}$$

Snadno nahlédneme, že hodnota výrazu v hranaté závorce je dělitelná třemi jen při variantě se znaménkem minus, ani tehdy však není dělitelná devíti (je totiž tvaru $9N - 3 \cdot 25$). Hledaná největší mocnina je proto 3^4 a odpovídá právě těm březnovým ($m = 3$) dnům, které mají pořadové číslo tvaru $d = 3(3n - 1)$, tedy 6., 15. a 24. březnu.

5. Ve vnější oblasti kružnice k je dán bod A. Všechny lichoběžníky, které jsou do kružnice k vepsány tak, že jejich prodloužená ramena se protínají v bodě A, mají společný průsečík úhlopříček. Dokažte. (*P. Leischner*)

Řešení. Základny KL a MN každého z uvažovaných lichoběžníků $KLMN$ jsou dvě rovnoběžné tětivy kružnice k, takže mají společnou osu souměrnosti. Na ní leží střed S kružnice k, středy P a Q základen KL a MN, průsečík U úhlopříček KM a LN i průsečík A prodloužených ramen (tedy polopřímek) KN a LM (obr. 2). Protože polopřímka AS na volbě lichoběžníku $KLMN$ nezávisí, stačí dokázat, že na něm nezávisí ani délka úsečky AU. Vyjádříme ji nejprve pomocí délek $p = |AP|$ a $q = |AQ|$ (ukáže se, že je jejich harmonickým průměrem). Délky $|PU|$ a $|QU|$ snadno vypočteme z dvojice rovnic



Obr. 2

$$|PU| + |QU| = p - q \quad \text{a} \quad \frac{|PU|}{|QU|} = \frac{|KL|}{|MN|} = \frac{p}{q}$$

(rovnosti poměrů plynou z podobností $\triangle KLU \sim \triangle MNU$ a $\triangle KLA \sim \triangle NMA$). Vyjde nám

$$|PU| = \frac{p(p-q)}{p+q} \quad \text{a} \quad |QU| = \frac{q(p-q)}{p+q},$$

a proto

$$|AU| = |AQ| + |QU| = q + \frac{q(p-q)}{p+q} = \frac{2pq}{p+q}.$$

Nyní sem dosadíme $p = |AK|\cos\varphi$ a $q = |AN|\cos\varphi$, kde $\varphi = |\sphericalangle PAK|$, a při následné úpravě využijeme toho, že

$$|AK| + |AN| = 2|AR| = 2|AS|\cos\varphi,$$

kde R je střed tětivy KN. Dostaneme tak

$$|AU| = \frac{2pq}{p+q} = \frac{2|AK|\cdot|AN|\cos^2\varphi}{(|AK|+|AN|)\cos\varphi} = \frac{|AK|\cdot|AN|}{|AS|}.$$

Zbývá využít mocnost bodu A k dané kružnici $k(S,r)$: součin $|AK|\cdot|AN|$ je roven rozdílu $|AS|^2-r^2$, tedy na volbě lichoběžníku $KLMN$ nezávisí. Nezávislost veličiny $|AU|$ je tak dokázána.

Pro zajímavost ještě doplňme výpočet

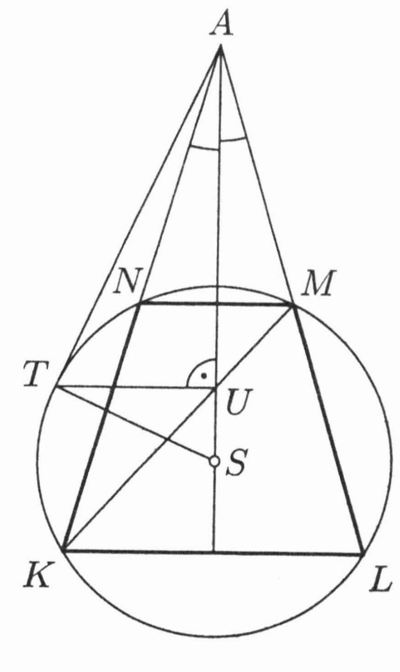
$$|US| = |AS| - |AU| = |AS| - \frac{|AS|^2-r^2}{|AS|} = \frac{r^2}{|AS|},$$

z něhož plyne rovnost $|AS|\cdot|US| = r^2$. Ta znamená, že body A a U jsou sdružené v kruhové inverzi podle kružnice k. Tento poznatek můžeme zdůvodnit (a tak vlastně vyřešit celou úlohu) i následujícím způsobem (založeným ovšem na některých základních vlastnostech kruhové inverze). Protože

$$|\sphericalangle KAM| + |\sphericalangle KSM| = 2\varphi + 2|\sphericalangle KLM| = 2\varphi + 2(90^\circ - \varphi) = 180^\circ,$$

leží body K, S, M, A na jedné kružnici. Jejím obrazem ve zmíněné kruhové inverzi je přímka KM, neboť zobrazovaná kružnice prochází středem inverze S a body K, M jsou samodružné. Obraz bodu A je tudíž průsečík přímky KM s polopřímkou AS, což je právě bod U.

Jiné řešení. Stejně jako v prvním řešení využijeme osovou souměrnost každého z uvažovaných lichoběžníků $KLMN$ podle přímky SA, na které proto leží i průsečík U jeho úhlopříček. Nechť T je jeden ze dvou koncových bodů té tětivy kružnice k, která je kolmá k SA a prochází bodem U (obr. 3). Pro-



Obr. 3

tože úsečka AU leží na ose úhlu KAM, podle úlohy z domácího kola platí v trojúhelníku KAM rovnost

$$|AU|^2 = |AK| \cdot |AM| - |KU| \cdot |MU|.$$

Víme také, že

$$|AM| = |AN| \quad \text{a} \quad |KU| \cdot |MU| = |TU|^2$$

(mocnost bodu U ke kružnici k). Z posledních tří rovností dostaneme

$$\begin{aligned}|AK| \cdot |AN| = |AK| \cdot |AM| = |AU|^2 + |KU| \cdot |MU| = \\ = |AU|^2 + |TU|^2 = |AT|^2.\end{aligned}$$

Rovnost $|AK| \cdot |AN| = |AT|^2$ znamená, že bod T je bodem dotyku jedné z těch dvou tečen kružnice k, jež procházejí bodem A. Tyto tečny, a tedy i bod U, na volbě lichoběžníku $KLMN$ nezávisí. Tím je úloha vyřešena. K právě uvedenému postupu ještě dodejme, že podle Eukleidovy věty o odvěsně ST pravoúhlého trojúhelníku ATS platí rovnost $|ST|^2 = |SU| \cdot |SA|$. Ta znovu potvrzuje, že body A a U jsou sdružené v kruhové inverzi podle kružnice k.

6. Nechť a, b, c jsou kladná čísla. Dokažte, že trojúhelník o stranách a, b, c existuje, právě když soustava rovnic

$$\frac{y}{z} + \frac{z}{y} = \frac{a}{x}, \quad \frac{z}{x} + \frac{x}{z} = \frac{b}{y}, \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{c}{z}$$

má v oboru reálných čísel řešení. (*P. Černek, J. Zhouf*)

Řešení. Pravá strana první rovnice má stejné znaménko jako neznámá x ($\neq 0$), levá strana jako součin yz ($\neq 0$). Libovolné řešení (x, y, z) dané soustavy proto splňuje podmínku

$$xyz > 0. \tag{1}$$

Jak víme, kladná čísla a, b, c tvoří strany některého trojúhelník, právě když je kladné každé ze tří čísel

$$a+b-c, \quad a+c-b, \quad b+c-a. \tag{2}$$

Je-li (x, y, z) řešení dané soustavy, pak

$$a+b-c=x\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)+y\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)-z\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)=\frac{2xy}{z},$$

což je podle (1) číslo kladné; analogicky zjistíme, že

$$a+c-b=\frac{2xz}{y}>0 \quad \text{a} \quad b+c-a=\frac{2yz}{x}>0.$$

V druhé části řešení naopak předpokládejme, že každé z čísel (2) je kladné, a najděme *všechna* řešení dané soustavy (i když by stačilo uvést řešení *jedno*). Pomohou nám při tom předchozí výpočty, podle kterých musí například platit

$$(a+b-c)(a+c-b)=\frac{2xy}{z}\cdot\frac{2xz}{y}=4x^2.$$

Tato a další dvě analogické rovnosti vedou k vyjádření

$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{\varepsilon_1}{2}\sqrt{(a+b-c)(a+c-b)}\\ y&=\frac{\varepsilon_2}{2}\sqrt{(a+b-c)(b+c-a)}\\ z&=\frac{\varepsilon_3}{2}\sqrt{(a+c-b)(b+c-a)}\end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

kde $\varepsilon_i=\pm1$ pro $i\in\{1,2,3\}$, přitom $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3=1$ podle (1). Takové trojice $(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3)$ jsou zřejmě právě čtyři; podle (3) tak dostáváme čtyři trojice (x, y, z). Přímým dosazením a rutinním výpočtem ověříme, že jsou to skutečně řešení zadané soustavy.

ZADÁNÍ PRO ŠKOLNÍ ROK 1998-99

Kategorie A

A-I-1. Najděte nejmenší přirozené číslo, které lze dostat doplněním závorek do výrazu

$$15 : 14 : 13 : 12 : 11 : 10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2.$$

(*P. Černek*)

A-I-2. Najděte všechna kladná čísla k, pro něž platí: Ze všech trojúhelníků ABC, v nichž $|AB| = 5\,\mathrm{cm}$ a $|AC| : |BC| = k$, má největší obsah trojúhelník rovnoramenný. (*P. Černek*)

A-I-3. Pro která celá čísla a je maximum i minimum funkce

$$y = \frac{12x^2 - 12ax}{x^2 + 36}$$

celé číslo? (*P. Černek*)

A-I-4. Označme $\tau(k)$ počet všech kladných dělitelů přirozeného čísla k a nechť číslo n je řešením rovnice $\tau(1{,}6n) = 1{,}6\tau(n)$. Určete hodnotu podílu $\tau(0{,}16n) : \tau(n)$. (*P. Černek*)

A-I-5. Dokažte, že existuje trojúhelník ABC, v němž při obvyklém značení platí obě *pythagorejské* rovnosti $t_a^2 + t_b^2 = t_c^2$ a $v_a^2 + v_b^2 = v_c^2$. Dále ukažte, že pro vnitřní úhly takového trojúhelníku platí $|\alpha - \beta| = 90°$ a $\cos\gamma = \frac{2}{5}\sqrt{5}$. (*J. Šimša*)

A-I-6. Z papíru byl slepen model čtyřstěnu, jehož každé dvě protilehlé hrany jsou shodné. Rozhodněte, zda můžeme model rozříznout podél tří úseček tak, aby ho pak bylo možno rozvinout do roviny a vznikl přitom obdélník. Existují pro pravidelný čtyřstěn dva uvažované způsoby rozřezání, při nichž vzniknou neshodné obdélníky? (*M. Hejný, P. Leischner*)

Kategorie B

B-I-1. Na louce jsou děti i dospělí. Počet procent chlapců ze všech dětí se rovná počtu procent dívek ze všech přítomných osob a také počtu všech dospělých. Kolik chlapců, dívek a dospělých je na louce? *(Ľ. Fabšo, P. Černek)*

B-I-2. Uvažujme shodné polokružnice, které leží v daném pravém úhlu a jejichž koncové body leží každý na jiném jeho rameni. Určete množinu, kterou vyplní body všech těchto polokružnic. *(J. Zhouf)*

B-I-3. Najděte všechna trojmístná čísla v desítkové soustavě, která se rovnají třetině čísla s týmž zápisem v jiné číselné soustavě. *(P. Černek)*

B-I-4. Je dán rovnostranný trojúhelník ABC. Na straně BC najděte bod P tak, aby kružnice vepsaná trojúhelníku ABP a kružnice připsaná straně PC trojúhelníku APC byly shodné. *(J. Švrček)*

B-I-5. Z koule o poloměru R je oddělena kulová úseč o výšce v ($v < R$). Této úseči je vepsána koule K o poloměru $\frac{1}{2}v$. Dále je do úseče vepsáno osm shodných menších koulí, z nichž každá se dotýká koule K. Žádné dvě z nich nemají společný vnitřní bod a každá z nich se dotýká právě dvou ostatních. Určete poměr $v : R$. *(J. Zhouf)*

B-I-6. Najděte všechny možné hodnoty součtu $x + y$, kde reálná čísla x, y splňují rovnost $x^3 + y^3 = 3xy$. *(J. Šimša)*

Kategorie C

C-I-1. Je dáno čtyřmístné číslo (v desítkové soustavě). Změnou pořadí jeho číslic lze sestavit právě osm dalších čtyřmístných čísel. Součet nejmenších tří ze všech těchto devíti čísel je 12 528. Určete číslice daného čísla. (*P. Černek*)

C-I-2. V obdélníku $ABCD$ platí $|AB| > |BC|$. Oblouk AC kružnice, jejíž střed leží na straně AB, protíná stranu CD v bodě M. Dokažte, že přímky AM a BD jsou navzájem kolmé. (*L. Boček, J. Švrček*)

C-I-3. Zjistěte, zda je číslo $19^{1\,998} + 98^{1\,999}$ dělitelné devíti. (*P. Leischner*)

C-I-4. Adam a Bohouš se zúčastnili turnaje hraného systémem každý s každým jednou, v němž každý hráč měl odehrát denně právě jeden zápas. Adam a Bohouš však onemocněli a jako jediní nedokončili turnaj. Bohouš odstoupil o pět dní dříve než Adam. Celkem se odehrálo 350 zápasů. Kolik zápasů odehrál Adam? Hrál s Bohoušem? (*P. Černek*)

C-I-5. Je dán trojúhelník ABC, v němž $|\sphericalangle BAC| = 150°$, $|AB| = 4\,\mathrm{cm}$ a $|AC| = 6\,\mathrm{cm}$. Sestrojte trojúhelník dvojnásobného obsahu, jehož dvě strany jsou shodné s některými dvěma stranami trojúhelníku ABC. Najděte všechna řešení. (*P. Černek*)

C-I-6. Pro libovolnou dvojici reálných čísel a, b splňující vztah $a + b = 1$ platí

$$\sqrt{a^2 + a + 1} + \sqrt{b^2 + b + 1} > 2.$$

Jsou-li navíc čísla a, b nezáporná, platí také

$$\sqrt{a^2 + a + 1} + \sqrt{b^2 + b + 1} < 3.$$

Obě tvrzení dokažte. (*P. Leischner, J. Švrček*)

Výsledková listina celostátního kola 47. ročníku MO kategorie A

Vítězové:

1.-3.	Libor Barto	4	G Hellichova, Praha	7 7 7 7 7 7	42
	Pavel Podbrdský	4	G kpt. Jaroše, Brno	7 7 7 7 7 7	42
	Lukáš Vokřínek	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 7 7 7 7 7	42
4.-5.	Tomáš Hanžl	4	G kpt. Jaroše, Brno	7 6 7 7 7 7	41
	Libor Inovecký	4	G Zborovská, Praha	7 7 7 7 7 6	41
6.	Martin Viščor	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 6 7 7 7 6	40
7.	Martin Ondráček	VII	G Kyjov	7 7 7 7 2 7	37
8.-9.	Eva Burešová	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 5 7 7 7 3	36
	Zdeněk Dvořák	VI	G Nové Město n. Mor.	7 1 7 7 7 7	36
10.-11.	Petr Liška	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 - 7 7 7 7	35
	Jan Šťovíček	4	G dr. Beneše, Kladno	7 - 7 7 7 7	35

Úspěšní řešitelé:

12.-13.	Radek Pelánek	4	G kpt. Jaroše, Brno	3 7 7 6 7 4	34
	Petr Zima	4	G dr. Beneše, Kladno	7 6 0 7 7 7	34
14.	Petr Šimeček	4	G kpt. Jaroše, Brno	7 6 7 7 2 3	32
15.-16.	Martina Kupčíková	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 7 4 7 2 4	31
	Aleš Návrat	3	G kpt. Jaroše, Brno	6 0 7 7 7 4	31
17.-18.	Jan Houštěk	3	G Jirsíkova, Pelhřimov	6 0 7 7 7 3	30
	Petr Laštovička	4	G Komenského, Děčín	7 - 7 7 2 7	30
19.-20.	Filip Matějka	4	G Zborovská, Praha	5 6 1 7 7 3	29
	Lenka Zdeborová	3	G Mikulášské n., Plzeň	7 1 4 7 7 3	29
21.-22.	Alexandr Jevsejenko	3	G kpt. Jaroše, Brno	7 1 7 7 1 3	26
	Antonín Slavík	VII	G Karlovy Vary	7 1 7 6 1 4	26
23.-25.	Jaroslav Jánský	3	G kpt. Jaroše, Brno	5 0 7 7 2 4	25
	Tomáš Kubař	4	G Domažlice	6 1 - 7 7 4	25
	Jan Petr	4	G Zborovská, Praha	6 1 2 7 6 3	25